

**Н. С. Равська, П. П. Мельничук, О. В. Мамлюк,
Т. П. Ніколаєнко, О. А. Охріменко**

**ОСНОВИ ФОРМОУТВОРЕННЯ
ПОВЕРХОНЬ ПРИ
МЕХАНІЧНІЙ ОБРОБЦІ**

2013

Міністерство освіти і науки України

*Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»*

Н. С. Равська, П. П. Мельничук, О. В. Мамлюк,
Т. П. Ніколаєнко, О. А. Охріменко

**ОСНОВИ ФОРМОУТВОРЕННЯ
ПОВЕРХОНЬ ПРИ
МЕХАНІЧНІЙ ОБРОБЦІ**

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки
України як навчальний посібник
для студентів механічних спеціальностей
вищих навчальних закладів*

2013

УДК 621.19:41

P12

Рецензенти: *Ю. В. ПЕТРАКОВ*, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології машинобудування НТУУ «Київський політехнічний інститут»;

Г. П. КЛИМЕНКО, доктор технічних наук, професор, професор кафедри «Металорізальні верстати та інструменти» Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

Равська Н. С., Мельничук П. П., Мамлюк О. В., Ніколаєнко Т. П., Охріменко О. А.

P12 Основи формоутворення поверхонь при механічній обробці: Навчальний посібник для студентів механічних спеціальностей вищих навчальних закладів. — (Лист № 1/11-5203 від 12.03.2013 р.). — Київ, 2013. — 215 с.

ISBN 966-8122-67-1

Викладені теоретичні основи формоутворення поверхонь при механічній обробці, розглянуті способи утворення вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з поверхнею деталі, надана загальна методика вирішення задач визначення вихідних інструментальних поверхонь, а саме: графічними, аналітичними та кінематичними методами. Розглянуті умови формоутворення, за дотримання яких обробка заданої поверхні деталі виявляється можливою, та проведений їхній аналіз. Дана класифікація схем формоутворення та інструментів для обробки заданої поверхні. Особливу увагу приділено кінематиці визначення рухів порівняно

простих інструментів при механічній обробці фасонних поверхонь, що є теоретичною основою створення програмного забезпечення для верстатів з ЧПУ.

Викладено загальну методику визначення можливих схем формоутворення, проілюстровано на прикладі аналізу процесів формоутворення зубчастих коліс, які широко розповсюджені у машинобудуванні.

Розрахована на інженерно-технічних працівників машинобудівних виробництв, викладачів, аспірантів і студентів вузів.

УДК 621.19:41

© Н. С. Равська, 2013

© П. П. Мельничук, 2013

© О. В. Мамлюк, 2013

© Т. П. Ніколаєнко, 2013

© О. А. Охріменко, 2013

ISBN 966-8122-67-1

Наталія Сергіївна РАВСЬКА

Петро Петрович МЕЛЬНИЧУК

Олег Володимирович МАМЛЮК

Тетяна Петрівна НІКОЛАЄНКО

Олександр Анатолійович ОХРИМЕНКО

**О С Н О В И Ф О Р М О У Т В О Р Е Н Н Я
П О В Е Р Х О Н Ї П Р И М Е Х А Н І Ч Н І Й О Б Р О Б Ц І**

Навчальний посібник

Редактор	Адаменко А. П.
Комп'ютерний набір і верстка	Колмагорова М. А.
Макетування	Колмагорова М. А.

Підписано до друку 31.05.2013. Формат 60×84. Папір офсетний.

Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 12. Наклад 300 прим. Зам. 23

Навчальний посібник видано СКД «Друк»

З М І С Т

Передмова	5
Розділ 1. Загальні відомості про процес формоутворення поверхонь	9
1.1. Способи обробки деталей машин	9
1.2. Поняття про ідеальний процес формоутворення	10
1.3. Поняття про вихідну інструментальну поверхню	12
1.4. Способи утворення вихідних інструментальних поверхонь.....	14
Розділ 2. Обгинаюча сімейства плоских кривих	22
2.1. Загальні відомості	22
2.2. Класичний метод визначення обгинаючої сімейства плоских кривих	23
2.3. Кінематичний метод визначення обгинаючої сімейства кривих	26
Розділ 3. Обгинаючі сімейства поверхонь	31
3.1. Класичний метод визначення обгинаючих сімейства поверхонь	31
3.2. Кінематичний метод визначення обгинаючих сімейства поверхонь	40
3.3. Метод визначення обгинаючих, заснований на властивості спільних нормалей	48
Розділ 4. Умови формоутворення поверхні деталі	51
4.1. Загальні відомості	51
4.2. Умова існування вихідної інструментальної поверхні	51
4.3. Умови контакту інструментальної поверхні з оброблюваною поверхнею без проникнення в тіло деталі	57
4.4. Умова неперетину суміжних ділянок вихідних інструментальних поверхонь.....	67
Розділ 5. Кінематика формоутворення	73
5.1. Принципові кінематичні схеми обробки.....	73
5.2. Кінематичні схеми формоутворення поверхонь деталей	75
Розділ 6. Спряжені поверхні при схемах формоутворення першого класу	86
6.1. Загальні відомості	86
6.2. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при прямолінійно-поступальному русі	87
6.3. Оброблення фасонних поверхонь обертання	88
6.4. Оброблення площин	89
6.5. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з гвинтовою поверхнею	91
6.5.1. Утворення гвинтової поверхні циліндричною поверхнею	91

<u>6.5.2. Утворення гвинтової поверхні поверхнею обертання</u>	94
<u>6.5.3. Визначення обгинаючої поверхні обертання I</u> <u>при її гвинтовому русі</u>	97
Розділ 7. Спряжені поверхні за схемами формування другого класу	117
7.1. Загальні відомості	117
7.2. Методи визначення вихідних інструментальних поверхонь	120
7.3. Аналітичне визначення вихідних інструментальних поверхонь....	124
7.4. Графоаналітичне визначення вихідних інструментальних поверхонь	129
7.5. Аналіз схеми формування, що відповідає парі обертання	131
7.6. Умови формування фасонних поверхонь обкочувальними інструментами	135
Розділ 8. Типи інструментів для обробки прямозубих зубчастих коліс .	139
8.1. Загальні відомості	139
8.2. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з евольвентною циліндричною поверхнею, за схемами формування першого класу	144
8.3. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з евольвентною циліндричною поверхнею, за схемами формування другого класу	151
8.4. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з евольвентною циліндричною поверхнею, за схемами формування третього класу	163
Розділ 9. Кінематика формування складних фасонних поверхонь .	178
9.1. Загальні відомості	178
9.2. Кінематичний спосіб обробки фасонних поверхонь	181
9.3. Методика визначення закону руху заготовки та інструмента при обробленні фасонних поверхонь на верстатах з ЧПУ	186
9.4. Схеми формування фасонних профілів колом	191
9.5. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь кінцевими фрезами	198
9.6. Обробка циліндричних поверхонь торцевими фрезами	202
<u>Висновок</u>	210
<u>Література</u>	213

«Єдиною мірою часу є пам'ять»

В. Гжегорчик

*До 90-річчя від дня народження
засновника української наукової
школи формоутворення поверхонь
при механічній обробці член-
кореспондента НАН України*

Петра Родіоновича Родіна

П Е Р Е Д М О В А

У навчальному посібнику викладено матеріали лекційного курсу з дисципліни «Основи формоутворення поверхонь при механічній обробці», яка читається в Національному технічному університеті України «КПІ» з середини 80-х років минулого століття на основі узагальнення особистих досліджень член-кореспондента НАН України, професора Родіна П. Р. та його учнів.

Посібник складено на основі матеріалів посібника, виданого групою авторів у 2000 р., який доповнено та розширено за результатами досліджень та розробок останніх років, проведених у НТУУ «КПІ».

З розвитком інформаційних технологій і нових підходів до створення автоматизованих систем проектування з елементами прогнозування роботи інструментів повстали нові задачі подальшого розвитку формоутворення поверхонь як теоретичної основи створення

не тільки сучасних САПР різального інструменту, а й математичного забезпечення при розробці програмних продуктів для верстатів з ЧПУ та виконання різних технологічних операцій на них. У цьому полягає особливість цієї роботи.

У виробництві використовуються різноманітні машини. Кількість типів машин безперервно збільшується, зростають їхні робочі параметри: потужність, швидкості, тиск, робочі температури тощо. Відповідно зростають й вимоги до процесів виготовлення деталей машин.

Технологічний процес виготовлення деталей машин є процесом отримання деталей заданих форм та розмірів з певними фізико-механічними властивостями.

Основною вимогою до процесів виготовлення деталей машин є їх виготовлення з дотриманням розмірів і заданої форми обробленої поверхні.

Тому, виключаючи питання отримання необхідних фізико-механічних властивостей оброблюваних деталей, технологію виготовлення деталей машин можна розглядати як процес формоутворення поверхні деталі у часі. Необхідні фізико-механічні властивості деталей машин частіше забезпечуються відповідним вибором матеріалу деталі, введенням у технологічний процес спеціальних операцій, таких як термообробка та інших.

У процесі оброблення поверхні деталі інструменту надається рух, необхідний для її виготовлення. У результаті цього руху відносно заготовки інструмент своїми робочими елементами дотикається до матеріалу заготовки та утворює потрібну форму і розмір виробу. Тому форма обробленої поверхні визначатиметься формою та розмірами елементів інструмента та його рухами відносно заготовки.

Для того, щоб робочі елементи інструмента формували оброблювану поверхню, але не виходили за її межі, вони повинні розташовуватися на вихідній інструментальній поверхні, яка дотикається в процесі обробки до заданої поверхні деталі. Тому будь-який інструмент можна вважати тілом, обмеженим спряженою з поверхнею деталі вихідною інструментальною поверхнею, якому надані формоутворюючі властивості відповідно до прийнятого способу обробки.

Це питання розглянуто в першому розділі книги.

Однією з основних задач механічної обробки поверхонь є задача визначення вихідної інструментальної поверхні, яка спряжена з поверхнею деталі при заданій кінематичній схемі обробки, тобто при певних рухах заготовки та інструменту.

Поряд з цією задачею в роботі розглядається і обернена задача визначення обробленої поверхні при відомій вихідній інструментальній поверхні та кінематичній схемі обробки.

Вирішення цих задач базується на теорії спряжених ліній та поверхонь, основні положення яких стосовно формоутворення поверхонь при механічній обробці викладені в другому та третьому розділах.

У четвертому розділі розглянуті умови формоутворення поверхонь деталей, які забезпечують утворення поверхонь при спряженні заготовки з вихідною інструментальною поверхнею.

У книжці розглянуті принципові кінематичні схеми обробки. Визначено поняття кінематичної схеми формоутворення, наведено класифікацію схем. Розглянуті основні принципи їх утворення відповідно до класифікації за класами і типами (розділ 5).

У шостому та сьомому розділах розглянуті спряжені поверхні при схемах формоутворення першого та другого класів. Викладено способи та методики визначення цих поверхонь, а також методики визначення більшості типів інструментів для оброблення заданої поверхні деталі, що ілюструються розглядом найбільш розповсюджених поверхонь: циліндричних, поверхонь обертання та гвинтових постійного кроку.

Окремим розділом викладено основи формоутворення різних типів інструментів для нарізання прямозубих зубчастих коліс, утворених за схемами першого, другого й третього класів.

Особливу увагу в посібнику приділено кінематиці механічної обробки при визначенні рухів, які необхідно надати відомому інструменту, щоб у результаті оброблення отримати потрібну поверхню. Ця задача, у зв'язку з автоматизацією сучасного виробництва та поширеним впровадженням верстатів з ЧПУ для обробки складних поверхонь порівняно з простим інструментом має важливе практичне значення. Основні положення теорії для

вирішення цієї задачі та методи і методики її вирішення з ілюстрацією оброблення певних поверхонь викладено в восьмому розділі.

Залежно від розмірів і форми деталей, потрібної їх кількості, умов виробництва тощо, при обробці поверхонь деталей використовуються різноманітні процеси і відповідні інструменти. Тому, обираючи та проектуючи інструмент для обробки заданої деталі, необхідно вміти визначати можливі рішення, з яких, з урахуванням техніко-економічних умов виробництва, необхідно вибрати кращий варіант.

При аналізі процесів формоутворення деталей машин розглядається ідеальний процес — модель реального процесу. Ідеальний процес неможливо відтворити. Але аналіз ідеальних процесів є корисним для практики. На цій основі розробляються нові процеси обробки, удосконалюються відомі.

РОЗДІЛ 1

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПРОЦЕС ФОРМОУТВОРЕННЯ ПОВЕРХОНЬ

1.1. Способи обробки деталей машин

В процесі виробництва для отримання деталей певної форми і розмірів використовуються різноманітні способи обробки.

Одним із основних способів отримання заготовки є ливарне виробництво. Сутністю ливарного виробництва є заповнення розплавленим металом ливарних форм, в яких метал твердіє. В результаті цього отримуються литі деталі-відливки.

Для того, щоб отримати розміри деталі з потрібною високою точністю, відливки оброблюють різанням. У ряді випадків відливки можуть бути готовими деталями.

Розміри ливарних форм відповідають потрібним розмірам виробу з урахуванням усадки матеріалу в процесі охолодження

відливок. Найчастіше виготовляються земляні або металеві форми.

Основними способами обробки металів тиском є *прокатка, волочіння, пресування, ковка і штампівка*.

Суть процесу *прокатки* полягає в деформації металу стискуванням при його пропусканні між обертовими валками.

Валки бувають гладкі (круглі циліндри) і калібровані, тобто мають певний профіль. Продукцією прокатного виробництва є листи, балки, швелери, кутники, рейки тощо.

Волочіння полягає в протягуванні заготовки через отвір матриці, розміри якої менші розмірів перерізу вихідного матеріалу. Волочіння застосовують для отримання тонкого дроту, труб, калібрування фасонних профілів.

Пресування полягає у видавлюванні металу з контейнера через отвір матриці. Типовими виробами пресування є заготовка різноманітних профілів і труби.

Штампівкою називають спосіб виготовлення тиском виробів за допомогою спеціального інструмента — штампа.

Штампом є металічна форма, що складається з двох частин, робоча порожнина якої відповідає формі деталі, що виготовляється. При штампівці заготовка розміщується між штампами і за рахунок зближення штампів проходить деформування металу і заповнення ним робочої порожнини.

При обробці багатьох деталей різанням застосовуються різноманітні різальні інструменти: різці, фрези, свердла, розвертки, протяжки, шліфувальні круги тощо. У процесі різання інструмент і заготовка здійснюють певні рухи, в результаті яких різальна частина інструмента, яка має клиновидну форму, врізається в заготовку, зрізуючи частину її матеріалу, і формуючи таким чином потрібну форму і розміри обробленої поверхні.

Так, при точінні заготовці надається швидке обертання навколо своєї осі, а інструменту — різцю, при обробці круглої

циліндричної поверхні, — повільний поступальний рух, швидкість якого паралельна осі заготовки. При фрезеруванні фрези надається швидке обертання навколо своєї осі, а заготовці — повільний поступальний рух. Більш складні рухи заготовки та інструменту використовують при обробці зубчастих виробів методом обкатки. Так, наприклад, при обробці прямозубих зубчастих коліс довбачами інструмент і заготовка повільно обертаються навколо своїх осей, в результаті чого спостерігається рух кочення без ковзання початкового циліндра, зв'язаного із заготовкою, по початковому циліндру, зв'язаному з довбачем. Крім цього руху обкатки довбач виконує зворотньо-поступальні рухи вздовж осі заготовки. У ряді випадків рух виконує тільки інструмент.

Так, наприклад, у круглих протяжках кожний наступний зуб має перевищення по діаметру відносно до діаметра попереднього зуба. В результаті відбувається зрізання матеріалу заготовки і обробка круглого отвору тільки при поступальному русі протяжки відносно заготовки. При свердлінні отворів на свердлильних верстатах свердлу надається як швидке обертання навколо своєї осі, так і повільний поступальний рух вздовж осі свердла.

1.2. Поняття про ідеальний процес формоутворення

При різноманітних способах виготовлення деталей процес формоутворення заданої поверхні полягає у взаємодії заготовки та інструмента, які здійснюють певні рухи відповідно до прийнятої схеми обробки. Тому форма оброблюваної поверхні деталі визначатиметься формою та розміром робочих поверхонь інструмента і рухами його відносно заготовки. Процес, який розглядається, ускладнюється супровідними явищами. До них належать: деформації деталі, інструменту та обладнання; похибки

інструменту, пристроїв, обладнання; знос елементів технологічної системи; похибки вимірювань, настроювання обладнання; нагрівання заготовки, обладнання та інструментів; вібрації при обробці тощо. Тобто при формуванні оброблюваної поверхні деталі основний процес не може бути в чистому вигляді, а супроводжується всілякого роду суміжними явищами, і тільки в результаті їх взаємодії визначається реальна форма оброблюваної поверхні деталі. Вивчити цей процес з урахуванням всіх факторів, що діють одночасно, та їх взаємного впливу важко. Тому в теорії формоутворення розглядається ідеальний процес — *модель реального процесу*. При розробці ідеального процесу формоутворення враховуються основні фактори, які впливають на форму оброблюваної поверхні виробу, а саме: рухи, які виконуються в процесі обробки, інструментом та заготовкою, форма і розміри поверхонь інструмента, що безпосередньо торкаються матеріалу заготовки і формують оброблену поверхню. Вважається, що деталь, інструмент та обладнання не деформуються і не зношуються, теоретично точно виготовлені, і працюють елементи технологічної системи, точно здійснюється налагоджування обладнання, не враховується вплив на процес формоутворення теплових явищ.

Ідеальний процес формоутворення практично не можна здійснити, але його аналіз надає практиці значну допомогу. На основі дослідження ідеальних процесів, як показує практика машинобудування, створюються нові прогресивні методи обробки, нові типи інструментів та обладнання.

В практиці на основі розробленого ідеального процесу створюється реальний процес. Реальний процес вивчається з урахуванням усіх взаємодіючих факторів, найчастіше експериментально, і в нього, якщо це необхідно, вносяться відповідні корективи.

1.3. Поняття про вихідну інструментальну поверхню

При обробці різанням формування обробленої поверхні відбувається в результаті зрізання матеріалу заготовки різальними кромками інструмента. У загальному випадку різальні кромки інструмента можуть мати профілюючі та непрофілюючі ділянки. Так, при точінні вала прохідним різцем профілюючою ділянкою буде вершина різця, яка формує поверхню деталі. Інша частина головної різальної кромки зрізує основний шар припуску, але не дотикається і не формує оброблюваної поверхні. Це — непрофілююча ділянка різальної кромки. Поверхню, на якій можуть розташовуватися профілюючі ділянки різальних кромок, називають *вихідною інструментальною поверхнею*. Вихідна інструментальна поверхня та поверхня заготовки в процесі обробки мають торкатися одна одної.

Аналізуючи процес формоутворення поверхні деталі, необхідно розглянути рух поверхні деталі відносно інструменту при обробленні. В результаті цього руху поверхня деталі займає ряд послідовних положень. Поверхня, дотична до зазначених послідовних положень деталі D , буде вихідною інструментальною поверхнею. В процесі обробки поверхня деталі D може здійснювати відносно інструмента складний рух, котрий можна розкласти на ряд складових рухів. Деякі з цих рухів можуть призводити поверхню деталі D до ковзання «самій по собі». При визначенні обгинаючі подібні. Можна їх не враховувати, оскільки вони не змінюють положення поверхні деталі відносно інструмента.

Так, при фрезеруванні інструмент обертається навколо своєї осі, а заготовка рухається поступально. Швидкість \bar{V} поступального руху подачі заготовки зазвичай направлена перпендикулярно до осі фрези. Оброблювана площа D деталі, як правило, розташовується паралельно осі інструмента. Таким чином, рух площини D деталі відносно інструмента складається із

поступального руху подачі зі швидкістю \bar{V} і обертання навколо осі фрези. В результаті поступального руху подачі площина D ковзає «сама по собі». Цей рух при аналізі зазначених послідовних положень площини D деталі можна не враховувати. Тому необхідно розглянути тільки обертання площини D навколо осі інструмента, яка й займає ряд послідовних положень.

Поверхня, дотична до послідовних положень різальних кромок, і буде вихідною інструментальною поверхнею, яка зрізує матеріал заготовки і формує оброблювану поверхню.

Різальний інструмент можна розглядати як тіло, обмежене інструментальною поверхнею.

Може мати місце такий випадок, коли вихідна інструментальна поверхня збігатиметься з поверхнею деталі. Це спостерігається, коли відносний рух поверхні деталі та інструмента зводиться до ковзання поверхні деталі «самій по собі».

Прикладом подібних інструментів слугують токарні прохідні різці, фасонні радіальні різці, мітчики, призначені для обробки різьби.

Непрофілюючі ділянки різальних кромок інструмента повинні розташовуватися всередині цього тіла. Якщо різальні кромки виходитимуть за межі вихідної поверхні, то при обробці вони будуть заглиблюватися в матеріал заготовки, в результаті чого не буде отримана задана деталь відповідно до креслення.

При виготовленні деталей тиском робоча поверхня інструмента, яка в ідеальному процесі формує оброблену поверхню деталі, буде вихідною інструментальною поверхнею. Так, наприклад, при волочінні робоча поверхня волочильного отвору складається з двох конусів і циліндричної частини. Циліндрична частина, яка формує поверхню деталі, буде вихідною інструментальною поверхнею.

Суть процесу прокатки полягає в пропусканні металу в зазор між обертовими валками. Робоча поверхня валка, в умовах ідеального процесу, буде вихідною інструментальною поверхнею.

При пресуванні циліндрична поверхня отвору матриці буде вихідною інструментальною поверхнею, профіль якої збігається з профілем деталі. Розміри ж реальної матриці визначаються з врахуванням термічного розширення.

При штамповці вихідна інструментальна поверхня збігається з поверхнею деталі. Реальна робоча поверхня штампа розраховується з урахуванням вистигання поковки.

При ідеальному процесі формоутворення за допомогою лиття інструментом є форма, робоча порожнина якої повторює форму готового виробу, і є вихідною інструментальною поверхнею. Проектуючи реальну форму, при визначенні розмірів вихідної інструментальної поверхні враховують відповідні коефіцієнти.

У всіх випадках вихідна інструментальна поверхня або збігається з поверхнею деталі, або в процесі формоутворення вихідна інструментальна поверхня дотикається до поверхні деталі.

На практиці спостерігаються такі випадки, коли вихідна інструментальна поверхня стикається з поверхнею деталі в одній чи в декількох точках. Наприклад, звичайні черв'ячні фрези, що призначені для оброблення циліндричних зубчастих коліс, шліцьових валів та інших аналогічних деталей.

Таким чином, деталь і тіло, обмежене вихідною інструментальною поверхнею, можна розглядати як своєрідний механізм із двох спряжених ланок, що весь час дотикаються один одного в процесі оброблення. При точковому контакті поверхні D деталі та вихідної інструментальної поверхні непрофілюючі ділянки різальних кромek можуть розташовуватися і на вихідній інструментальній поверхні.

1.4. Способи утворення вихідних інструментальних поверхонь

Вихідну інструментальну поверхню, спряжену з поверхнею деталі, можна утворити різними способами. Утворенню вихідної інструментальної поверхні будь-яким способом передуює аналіз рухів деталі відносно інструменту (D/I). Рухи, при яких деталь ковзає «сама по собі», можуть не враховуватися.

Перший спосіб полягає у визначенні вихідної інструментальної поверхні як обгинаючої поверхні деталі D при русі деталі відносно інструмента. Відомими вважають поверхню деталі D і схему обробки, тобто рухи, які здійснюються в процесі обробки інструментом і заготовкою.

Щоб визначити вихідну інструментальну поверхню, надамо системі координат, яка пов'язана з деталлю, рухи — зворотні рухи, які здійснює інструмент. Тоді інструмент буде нерухомим, а поверхня деталі, буде здійснювати не тільки власні, але й рухи інструмента. В результаті цих рухів поверхня деталі займає ряд послідовних положень, обгинаюча до яких буде вихідною інструментальною поверхнею.

Так, наприклад, при фрезеруванні фасонної циліндричної поверхні фреза швидко обертається навколо своєї осі, а заготовка здійснює поступальний рух подачі. Обертаючись навколо осі інструмента, поверхня деталі займає ряд послідовних положень, обгинаюча до яких буде фасонною поверхнею обертання — вихідною інструментальною поверхнею фрези (рис. 1.1, *a*).

На рис. 1.1, *б* зображено приклад визначення вихідної інструментальної поверхні I за першим способом при обробці круглої циліндричної поверхні D на зубофрезерному верстаті. Схема обробки в момент формоутворення поверхні D охоплює обертання заготовки навколо її осі, обертання інструменту навколо своєї осі та його

поступальний рух подачі. З указаних рухів формоутворюючими є тільки рух деталі відносно нерухомого інструменту.

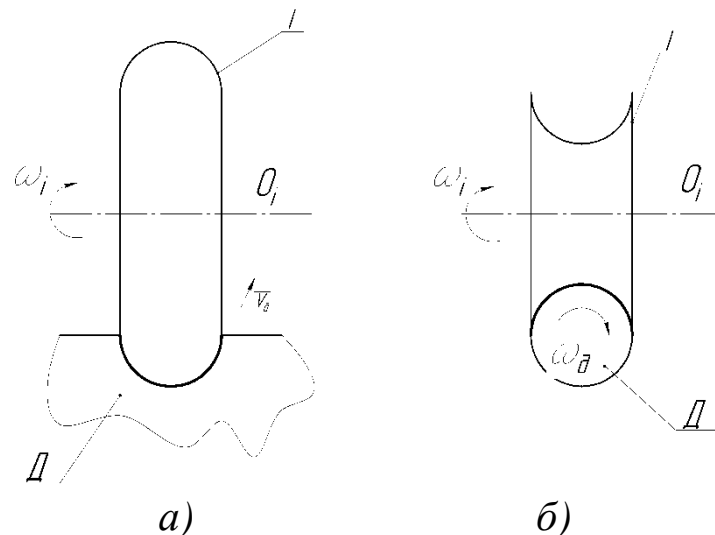


Рис. 1.1. Визначення вихідної інструментальної поверхні за першим способом

При утворенні вихідної інструментальної поверхні I як обгинаючої поверхні деталі D спостерігається лінійний контакт, тобто спряжені поверхні I та D дотикаються одна одній вздовж лінії E , яку називають *характеристикою*.

Перетворюючи таку вихідну поверхню в інструмент, у деяких випадках характеристику E приймають за різальну кромку або беруть для багатозубого інструменту сукупність характеристик, визначених у різні моменти часу. При проектуванні таких інструментів немає необхідності у визначенні всієї вихідної інструментальної поверхні, що спрощує вирішення практичних задач.

Другий спосіб утворення вихідних інструментальних поверхонь включає такі етапи:

1. Вибір системи координат XYZ , не зв'язаної ні з деталлю, ні з інструментом, з наступним наданням їй певного руху

(найчастіше прямолінійно-поступального або обертального).

2. Розгляд руху поверхні деталі відносно системи XYZ . При цьому поверхня деталі займає ряд послідовних положень, обгинаюча до яких буде допоміжною твірною поверхнею T .
3. Розгляд руху твірної поверхні T відносно інструмента, знаходження обгинаючої до послідовних положень твірної поверхні T , яка приймається за вихідну інструментальну поверхню, утворену за другим способом.

Твірна поверхня T та поверхня деталі D торкаються одна одної за характеристикою E_1 , а вихідна інструментальна поверхня та допоміжна твірна поверхня T — за характеристикою E_2 . Характеристики (лінії) E_1 і E_2 , розташовані на одній твірній поверхні T , *можуть перетинати одна одну в одній точці K* . У цьому випадку спостерігатиметься точковий контакт поверхні деталі з вихідною інструментальною поверхнею. Характеристики E_1 і E_2 *можуть збігатися*. У цьому випадку має місце лінійний контакт вихідної інструментальної поверхні та поверхні деталі. Характеристики E_1 і E_2 *можуть не мати спільних точок*. У цьому випадку поверхня деталі не буде дотикатися до вихідної інструментальної поверхні і обробка такої вихідної інструментальної поверхні буде неможлива. Приймати таку поверхню при проектуванні інструмента за вихідну інструментальну поверхню неможливо.

Розглянемо приклад визначення вихідної інструментальної поверхні I , утвореної за другим способом для круглої циліндричної поверхні D . Схема обробки включає обертання поверхні деталі навколо її осі (рис. 1.2) з кутовою швидкістю ω_1 і поступальний рух подачі вздовж осі деталі, а також обертання

інструмента навколо його осі з кутовою швидкістю ω_2 . Надамо системі XYZ прямолінійно-поступального руху зі швидкістю V .

Поверхня деталі відносно системи XYZ буде при цьому виконувати складні рухи. Рух подачі та обертання з кутовою швидкістю ω_1 призводять до ковзання поверхні деталі «самої по собі». Тому при визначенні обгинаючої допоміжної твірної поверхні T їх можна не враховувати. В результаті поступального руху відносно системи XYZ поверхня D займатиме ряд послідовних положень, обгинаючою до яких буде площина T , що йде паралельно площині H та осі інструмента. Площина T і поверхня деталі торкатимуться одна одної по твірній круглого циліндра E' (її проекції E'_1 і E'_2). Рухаючись разом з системою XYZ відносно інструмента, площина T займає ряд послідовних положень. Обгинаюча до них буде круглою циліндричною поверхнею, яку приймаємо за вихідну інструментальну поверхню I . Взаємний дотик поверхні I та площини T спостерігається за характеристикою E'' . Характеристики E' і E'' , розташовані на площині T , перетинаються в точці K , в якій спостерігається контакт поверхні D з вихідною інструментальною поверхнею I . Якщо виготовити шліфувальний круг, робоча поверхня якого буде поверхнею I , то при схемі, яка розглядається, буде оброблена задана поверхня деталі D .

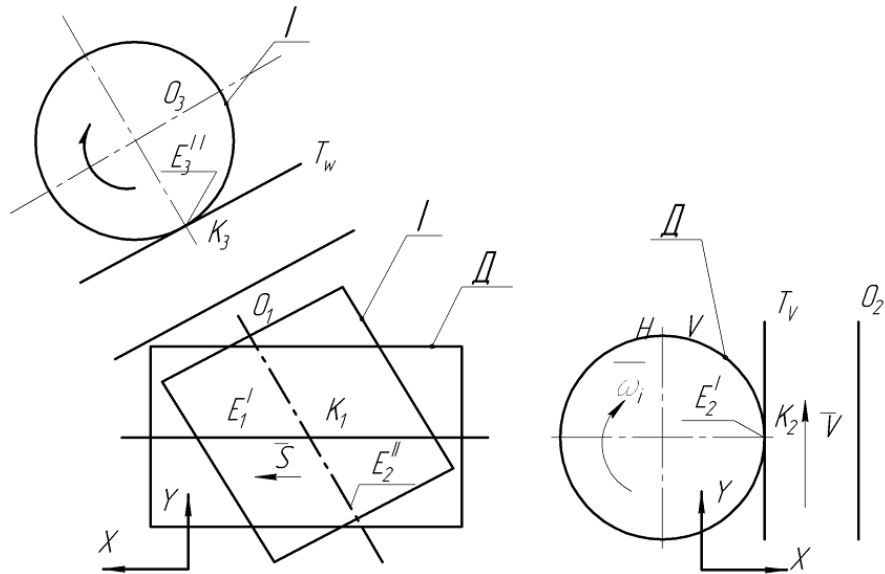


Рис. 1.2. Визначення вихідної інструментальної поверхні, утвореної за другим способом для круглої циліндричної поверхні

Швидкість \bar{V} прямолінійно-поступального руху можна направити під кутом до площини H (рис. 1.3). Тоді твірною поверхнею буде площина T , нахилена до площини H , сліди якої в системі V/H позначені T_V і T_h . Лінією контакту площини T і поверхні деталі D буде пряма BK . Слід T_W площини T на площині W , перпендикулярній до осі інструмента, проходить по прямій AB , проекцію A_3B_3 якої визначають за правилом зміни площин проекцій.

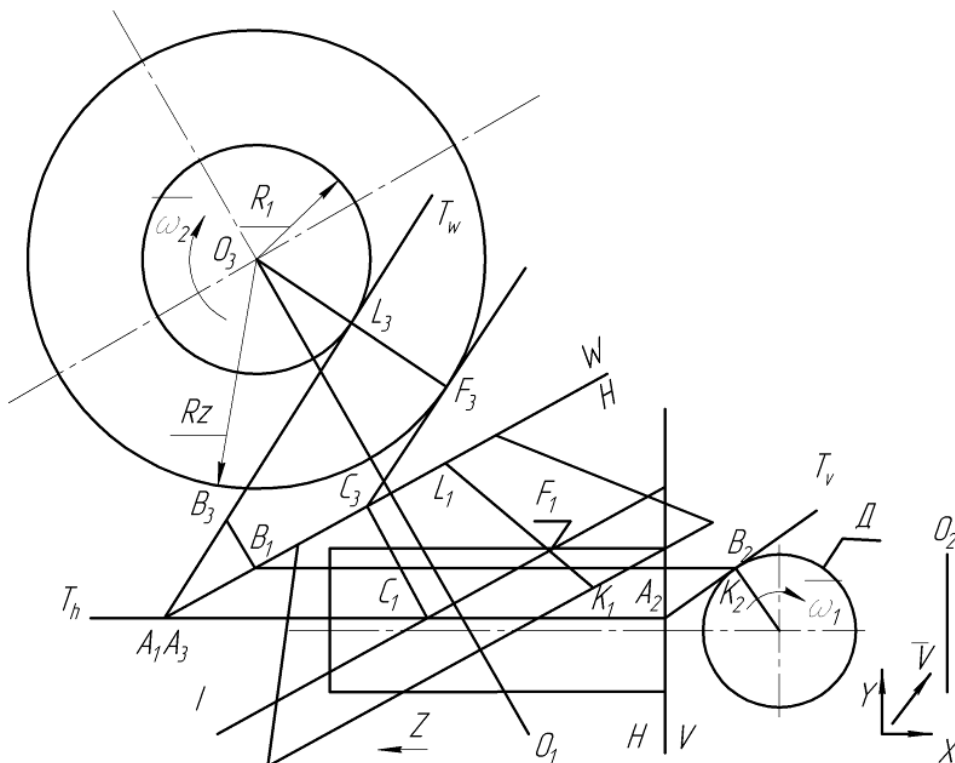


Рис. 1.3. Визначення вихідної інструментальної поверхні, утвореної за другим способом круглого конуса

Слід T_W , розташований в площині W , обертаючись навколо осі інструмента займає ряд послідовних положень. У результаті цього обгинаюча буде колом радіуса R_1 , яке лежатиме на вихідній інструментальній поверхні. Довільний переріз I , паралельний площині W , перетинається з площиною T по прямій CF (проекції C_1F_1 і C_3F_3). Обертаючись навколо осі інструмента, пряма CF утворює обгинаючу кола радіусом R_2 , яке також лежить на вихідній інструментальній поверхні. Лінією контакту площини T і конічної вихідної інструментальної поверхні буде характеристика LF (проекції L_1F_1 і L_3F_3). Характеристики BK і LF перетинаються в точці K , яка є точкою контакту поверхні деталі D і конічної вихідної інструментальної поверхні I .

При утворенні вихідної інструментальної поверхні I системі XYZ можна надавати різноманітні рухи. Слід зазначити, що всі вихідні інструментальні поверхні з точковим контактом за визначеною схемою оброблення дотикаються вихідної поверхні, утвореною за першим способом і такою, що має лінійний контакт з поверхнею деталі.

При лінійному дотику вихідної інструментальної поверхні I , спряженої з поверхнею деталі D , можна утворити теоретично точно оброблену поверхню D рухом відповідної характеристики — лінії контакту визначених поверхонь I і D . Проте на практиці в цьому випадку часто на обробленій поверхні деталі D утворюються нерівності.

Такі нерівності спостерігаються, наприклад, при фрезеруванні. Це пояснюється тим, що при проектуванні такого інструменту як фреза, вихідна інструментальна поверхня I утворюється неповністю. Вона утворюється як сукупність обмеженого числа різальних кромки, що обертаються навколо осі фрези. При цьому оброблена поверхня деталі утворюється не безперервним рухом характеристики, а в результаті обмеженої кількості різців і відповідного дискретного переміщення характеристики. Завдяки цьому на поверхні деталі D утворюються відповідні нерівності. Тому, з погляду точного формування деталі D і виникнення на ній нерівностей, дотики спряжених поверхонь D і I , лінійний та точковий, не мають принципової переваги один відносно до одного.

Визначення вихідних інструментальних поверхонь, утворених зазначеними способами, зводяться до знаходження обгинаючих поверхонь.

У багатьох випадках в інструментальному виробництві визначення вихідних поверхонь I способом плоских перерізів приводить до задач на площині. Тому теорія обгинаючих

поверхонь і плоских кривих займає велике місце в теорії проектування різальних інструментів.

Третій спосіб утворення вихідних інструментальних поверхонь полягає в знаходженні за першим способом вихідної інструментальної поверхні I_1 як обгинаючої поверхні деталі при її русі відносно інструмента. Поверхні I_1 надається деякий рух, при якому вона займає ряд послідовних положень. Обгинаюча до цих послідовних положень поверхні I_1 і може бути прийнята за вихідну інструментальну поверхню I_3 .

Розглянемо приклад обробки похилої площини D конічним шліфувальним кругом. Схема обробки (рис. 1.4, *a*) включає обертання інструмента навколо осі O_1 і поступальний рух подачі. В результаті поступального руху подачі поверхня деталі гальмує «сама по собі». Тому цей рух при визначенні обгинаючої поверхні можна не враховувати. Вихідна інструментальна поверхня I_1 буде кінчною поверхнею, яка за характеристикою E торкається поверхні деталі. Утворюючи вихідну інструментальну поверхню за третім способом, надамо конічній поверхні I_1 поступальний рух зі швидкістю \bar{V} . У результаті такого руху коло конуса радіусом r_{01} опише поверхню еліптичного циліндра, яка може бути прийнята за вихідну інструментальну поверхню I_3 . Обертаючись навколо осі O_1 , поверхня I_3 періодично торкатиметься поверхні деталі та формуватиме її. Утворюючи вихідну інструментальну поверхню за третім способом, надамо конічній поверхні обертання навколо осі O_2 . Вісь обертання O_2 можна обрати таким чином, що вихідна інструментальна поверхня I_3 виходитиме за межі вихідної поверхні I_1 (рис. 1.4, *в*).

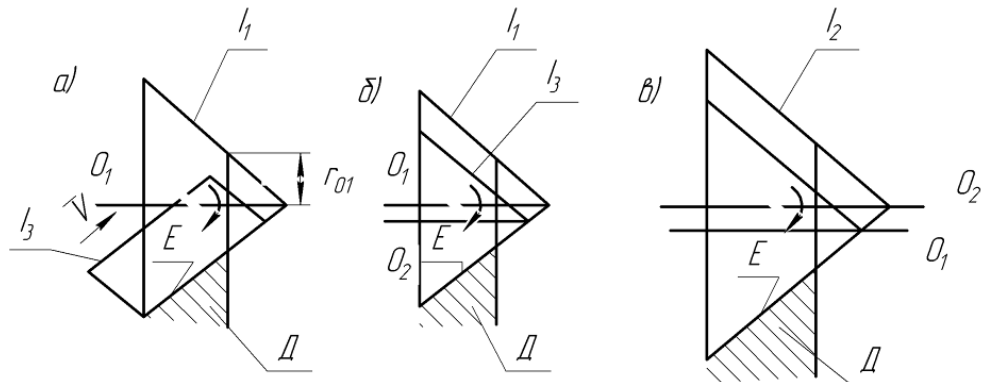


Рис. 1.4. Конічні поверхні, спряжені з похилою площиною

У цьому випадку, обертаючись навколо осі O_1 , вихідна поверхня I_3 входить в тіло деталі й її обробка буде неможливою. Тому всі вихідні інструментальні поверхні, утворені за другим і третім способами, мають знаходитися всередині тіла, обмеженого вихідною інструментальною поверхнею I_1 і спряженою з тілом деталі.

Якщо вихідній поверхні I_1 надати поступальний рух зі швидкістю \bar{V} , паралельно осі інструмента, то вихідна поверхня I_3 , утворена за третім способом, буде циліндричною поверхнею, що збігається з вихідною поверхнею, утвореною за другим способом.

Таким чином, другий і третій способи утворення вихідних інструментальних поверхонь приводять як до різних, так і до тотожних результатів, і відповідно до різноманітних і подібних інструментів. Третій спосіб утворення вихідної інструментальної поверхні впливає на трудомісткість рішення задачі, що розглядається, і його вибір значною мірою залежить від інтуїції конструктора.

За відомою схемою оброблення можна утворити різноманітні типи вихідних інструментальних поверхонь і на їх основі спроектувати різні інструменти для оброблення заданої поверхні деталі. Всі вихідні поверхні з точковим контактом, утворені за другим і третім способами, дотикаються однієї поверхні I_1 , що має лінійний контакт з поверхнею деталі D . Тому сукупність вихідних інструментальних поверхонь з точковим контактом може бути утворена як сукупність поверхонь, дотичних до вихідної інструментальної поверхні I_1 , яка має лінійний контакт з поверхнею деталі.

При точковому контакті спряжених поверхонь за певний проміжок часу неможливо утворити теоретично точну поверхню деталі D рухом однієї точки контакту. Практично завжди в оформленні деталі D спостерігаються вихідні нерівності. Величини цих нерівностей залежать від характеру і швидкостей рухів, які здійснюють заготовка та інструмент під час оброблення.

Контрольні запитання

1. Чим характеризується ідеальний процес формоутворення?
2. Що таке вихідна інструментальна поверхня?
3. Як вихідна інструментальна поверхня розташовується відносно оброблюваної поверхні деталі?
4. В чому полягає перший спосіб утворення вихідних інструментальних поверхонь?
5. В чому полягає другий спосіб утворення вихідних інструментальних поверхонь?
6. Переваги і недоліки другого способу порівняно з першим способом утворення вихідних інструментальних поверхонь.
7. Як при другому способі можна утворити різноманітні вихідні інструментальні поверхні, з'єднані із заданою поверхнею деталі та схемою формоутворення?
8. Коли вихідна інструментальна поверхня збігається з поверхнею деталі?
9. Що таке характеристика?
10. В чому полягає третій спосіб утворення вихідних інструментальних поверхонь?

РОЗДІЛ 2

ОБГИНАЮЧА СІМЕЙСТВА ПЛОСКИХ КРИВИХ

2.1. Загальні відомості

Використовувані в даний час в інструментальному виробництві при профілюванні різальних інструментів методи визначення та дослідження обгинаючих сімейства плоских кривих, незважаючи на їх різноманітність, можуть бути зведені до трьох

основних методів: графічного, аналітичного та графоаналітичного.

Графічний метод є найбільш простим та наочним. До нього належать ряд способів та прийомів, які використовують різні автори. Проте всі вони найчастіше зводяться до креслення сімейства плоских кривих та проведення на кресленні обгинаючих кривих. Значна частина графічних способів ґрунтується на знайдених властивостях обгинаючих кривих, що спрощує рішення певного кола завдань.

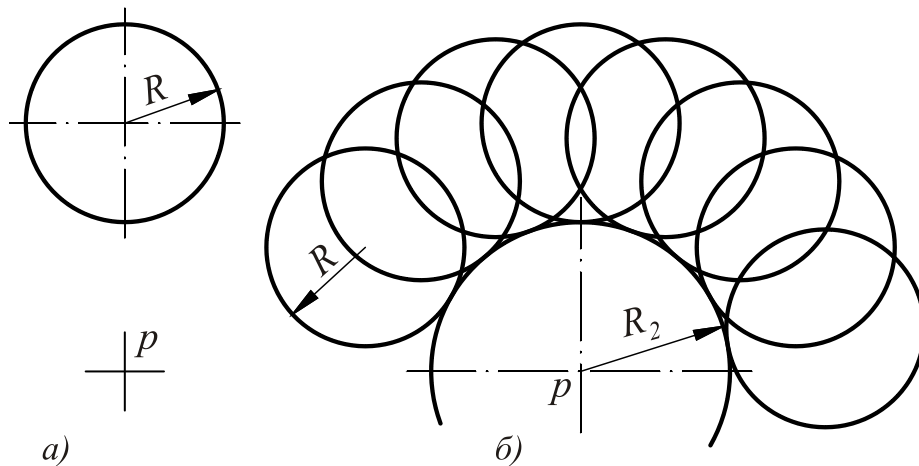


Рис. 2.1. Обгинаючі сімейства плоских кривих

Наприклад, необхідно визначити обгинаючу до сімейства кіл, яке утворюється при обертанні заданого кола радіуса R довкола точки p (рис. 2.1, а). Щоб окреслити обгинаючу, накреслимо послідовні положення кола радіуса R (рис. 2.1, б). Як видно, обгинаючою до них буде також коло з радіусом R_2 . Проте у даному випадку сімейство кіл R можна було б не змальовувати, оскільки при обертанні довільної лінії L довкола точки p обгинаючою буде коло, центр якого збігається з точкою p . Тому коло R_2 проводять як дотичну до кола R з центру p . Аналогічний прийом широко

використовується при графічному профілюванні фасонних фрез, призначених для обробки гвинтових поверхонь.

До недоліків графічних способів визначення обгинаючих слід віднести їх малу точність, що не задовольняє практиці. Проте графічні методи не втратили свого значення як контрольні, за допомогою яких відносно легко виявляються помилки, що виникають при аналітичних методах розрахунку обгинаючих кривих. Через наочність графічні побудови допомагають в певних випадках знаходити такі нові закономірності та властивості, які аналітично важко виявити.

Аналітичний метод визначення обгинаючих кривих є найбільш точним і в теперішній час найпоширенішим. В інструментальному виробництві використовують як класичний метод визначення обгинаючих кривих, що розглядається зазвичай в курсах «Диференціальна геометрія», так і кінематичний метод.

Графоаналітичний метод визначення обгинаючих кривих займає проміжне положення між графічним і аналітичним методами. Він дає змогу досить часто з достатньою для практики точністю визначати обгинаючі профілі.

2.2. Класичний метод визначення обгинаючої сімейства плоских кривих

Сімейство кривих на площині, яке залежить від параметру t , визначається рівнянням: $f(x, y, t) = 0$.

Обгинаючою даного сімейства називають таку лінію, яка в кожній точці дотикається до однієї з ліній сімейства. Обгинаюча сімейства кривих належить дискримінантній лінії і визначається системою рівнянь:

$$\begin{cases} f(x, y, t) = 0; \\ \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = 0. \end{cases}$$

Наприклад, обгинаюча сімейства кіл

$$(X - t)^2 + Y^2 = 1$$

описуватиметься системою:

$$\begin{cases} (X - t)^2 + Y^2 = 1; \\ -2(X - t) = 0. \end{cases}$$

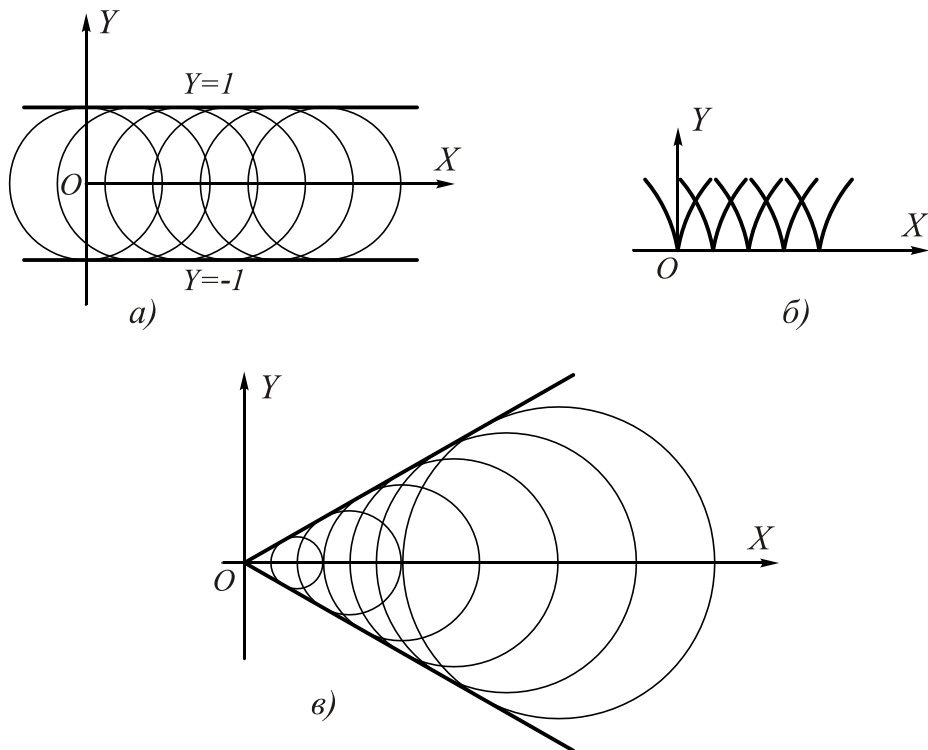


Рис.2.2. Обгинаючі плоских ліній

Виключивши параметр t , отримаємо обгинаючу (рис. 2.2, а) у вигляді пари прямих:

$$Y = \pm 1.$$

Дискримінантна лінія сімейства напівкубічних парабол $Y^3 - (X - t)^2 = 0$ буде прямою $Y_1 = 0$. Проте у випадку, який розглядається (рис. 2.2, б), спостерігається торкання осі OX з розглянутим сімейством кривих в одній особливій точці, тобто спостерігається кромковий дотик осі OX і сімейства кривих. Подібна картина має місце при обробці різанням цілим рядом інструментів. Наприклад, при точінні вершинна точка різальної кромки різця формує оброблювану поверхню вала.

Сімейство кривих може бути задане параметричними рівняннями виду:

$$X = f_1(t, c);$$

$$Y = f_2(t, c).$$

Обгинаюча крива визначається системою рівнянь:

$$X = f_1(t, c);$$

$$Y = f_2(t, c);$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial t} & \frac{\partial Y}{\partial t} \\ \frac{\partial X}{\partial c} & \frac{\partial Y}{\partial c} \end{vmatrix} = 0.$$

Наприклад, рівняння сімейства кривих матимуть вигляд:

$$X = 2R + R \cos \alpha;$$

$$Y = R \sin \alpha.$$

Визначник, складений з частинних похідних, записують так:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial X}{\partial R} & \frac{\partial Y}{\partial R} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -R \sin \alpha & R \cos \alpha \\ 2 + \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$-R(1 + 2 \cos \alpha) = 0;$$

звідси

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2}; \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Підставивши значення $\cos \alpha$ і $\sin \alpha$ в рівняння сімейства кривих і, виключивши параметр R , отримаємо рівняння обгинаючої у вигляді:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{3}} X.$$

Обгинаючою буде пара прямих, які будуть йти під кутом $\pm 30^\circ$ до осі X (рис. 2.2, в). У прикладі, що розглядається, сімейство кривих є сімейством кіл змінного радіуса, центр яких знаходиться на осі X .

2.3. Кінематичний метод визначення обгинаючої сімейства кривих

Окремим випадком утворення сімейства кривих є рух однієї незмінної кривої S , при якому вона займає ряд послідовних положень. У цьому випадку можна використовувати кінематичний метод визначення обгинаючої.

Розглянемо шліфування круглого циліндра циліндричним кругом (рис. 2.3, а). Проведемо перетин, перпендикулярний до осей круга і деталі. В цьому перетині спостерігатимемо процес формування поверхні деталі. Відносний рух круга і заготовки зводиться до його обертання довкола осі деталі. Тому в будь-якій точці M профілю круга швидкість відносного руху \vec{v} перпендикулярна до прямої O_1M , що сполучає вісь деталі з досліджуваною

точки	сполучає центр
круга	уга нормаль \overline{N}
непе	
	ної до профілю
круга	
круг	т часу профіль
визн	в цей рух при
повс	формвання
шви	ті що руху зі
заго	ймається в тіло
тако	уга нормаль \overline{N}

Рис. 2.3. Кінематичний метод визначення обгинаючої

Рух даної зони профілю круга зі швидкістю \overline{V}_n перемішатиме зону біля точки A всередину круга. У цій зоні спостерігається відхід профілю круга від заготовки. Тому ця зона не буде зрізати матеріал заготовки.

У точці B профілю круга нормаль \overline{N} перпендикулярна до швидкості \overline{V}_n відносно руху. Складова вектора швидкості $\overline{V}_n = 0$, тобто зона біля профілю круга в точці B не візатиметься ні в матеріал заготовки, ні в тіло круга. Точка B буде точкою контакту профілю круга і профілю поверхні деталі. Так само при русі лівельного профілю навколо точки 1 ділянка профілю візається в тіло заготовки (рис. 2.3. б). Навколо точки 3 спостерігається відхід профілю від заготовки. В точці 2 вектор швидкості відносно руху йде по дотичній до профілю. Точка 2 буде точкою контакту профілів і формуватиме на заготовці зв'язану з нею точку обгинаючої кривої.

Умова контакту профілів, тобто умова перпендикулярності векторів \overline{N} і \overline{V} , записується так:

$$\overline{N} \cdot \overline{V} = 0.$$

Ця умова допомагає визначити точки контакту зв'язаних профілів в різні моменти часу. Сукупність точок контакту в системі координат, пов'язаній із заготовкою, буде профілем деталі, який є обгинаючою до послідовних положень рухомого профілю

інструменту. Сукупність же точок контакту в системі, пов'язаній з інструментом, дає профіль інструменту.

Довільний рух профілю в площині можна розглядати як послідовність миттєвих обертань довкола відповідних полюсів. Умова контакту в разі миттєвого обертального руху зводиться до відомої властивості загальної нормалі. При миттєвому обертанні профілю довкола точки O швидкість \vec{V} будь-якої точки M профілю буде перпендикулярною до радіуса, що сполучає дану точку M профілю з точкою O . Щоб швидкість \vec{V} була перпендикулярною до нормалі профілю \vec{N} , нормаль \vec{N} має збігатися з радіусом OM . Звідси випливає, що при миттєвому обертальному русі в точках контакту зв'язаних профілів загальна нормаль проходить через центр (полюс) обертання O .

В окремому випадку рух профілю в площині може бути поступальним зі швидкістю \vec{V} . Тоді точки контакту на профілі визначаються як такі, в яких дотична до профілю паралельна швидкості \vec{V} .

Розглянемо приклад визначення обгинаючої сімейства кривих, яке утворюється при прямолінійно-поступальному русі параболи $Y^2 = 2X$ зі швидкістю \vec{V} , направленої під кутом 45° до осі X . У початковий момент часу парабола $Y^2 = 2X$ стикатиметься з обгинаючою в точці $M(X_0, Y_0)$. Дотична до параболи в цій точці піде паралельно швидкості \vec{V} , тобто під кутом 45° до осі X . Кут нахилу дотичної до параболи в точці M визначається зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{v} = \frac{1}{1} = 1.$$

Звідси координати точки M : $Y_0 = 1, X_0 = 0,5$.

Рухаючись поступально із швидкістю \vec{V} разом з парабою, точка M описуватиме обгинаючу, тобто пряму, що проходить через точку M під кутом 45° до осі X .

Її рівняння записують так:

$$Y = X + 0,5.$$

У загальному випадку розв'язання задачі визначення обгинаючої сімейства кривих, утвореного рухом заданою кривою, кінематичним методом можна вести в такій послідовності:

- обирається система координат X_1Y_1 , пов'язана із заданою кривою, яка разом з нею рухається в системі X_2Y_2 . В результаті в системі X_2Y_2 створюється сімейство кривих, обгинаючу якого необхідно визначити;

- визначається точка контакту на заданій кривій L в системі X_1Y_1 в довільно вибраній момент часу за рівнянням контакту $\overline{N} \cdot \overline{V} = 0$;
- відповідно до прийнятого закону руху системи X_1Y_1 в системі X_2Y_2 записують формули переходу від системи X_1Y_1 до системи X_2Y_2 ;
- знаючи точки контакту на кривій L в різні моменти часу в системі X_1Y_1 , по формулах перетворення координат розраховують координати точок контакту в системі X_2Y_2 , сукупність яких і є шуканим обгинаючим профілем.

При складному русі системи X_1Y_1 в системі X_2Y_2 для вирішення зазначених задач вводять проміжну систему координат X_nY_n і в ній визначають точки контакту в різні моменти часу. Сукупність точок контакту в системі X_nY_n називають лінією зачеплення або лінією профілювання. Вдалий вибір системи координат X_nY_n в ряді спрощує визначення обгинаючих кривих і робить рішення наочнішим.

Знаходячи профіль різального інструменту I за відомим профілем деталі D в системі X_1Y_1 зазвичай пов'язують з профілем деталі D , а в системі X_2Y_2 з профілем інструменту I . В процесі обробки, як правило, на верстаті здійснюється певний рух як інструменту, так і заготовки і пов'язаних з ними систем координат X_1Y_1 та X_2Y_2 . В цьому випадку систему координат X_0Y_0 обирають як нерухому, тобто пов'язану із станиною верстата.

Контрольні запитання

1. Методи визначення обгинаючих плоских кривих. Їх характеристика.
2. Графічне визначення обгинаючої до сімейства кіл.
3. В чому полягає класичний метод визначення обгинаючої сімейства плоских кривих?
4. Як записується рівняння обгинаючої до сімейства плоских кривих $f(x, y, z) = 0$?
5. Як записується рівняння обгинаючої до сімейства плоских кривих $X = f(uv); Y = f(uv)$?
6. В якому випадку використовується кінематичний метод визначення обгинаючої сімейства кривих?

7. В чому полягає кінематичний метод визначення обгинаючої плоских кривих?
8. Як запишеться рівняння обгинаючої сімейства плоских кривих при прямолінійно-поступальному русі параболи $Y^2 = 2X$?
9. Як записується умова перпендикулярності векторів \bar{N} і \bar{V} ?
10. До чого зводиться умова контакту в разі миттєвого оберտального руху?
11. Як визначаються точки контакту при паралельно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} ?

РОЗДІЛ 3

ОБГИНАЮЧИ СІМЕЙСТВА ПОВЕРХОНЬ

3.1. Класичний метод визначення обгинаючих сімейства поверхонь

Сімейство поверхонь, яке залежить від одного параметра t , може бути задане рівнянням виду:

$$f(x, y, z, t) = 0.$$

Обгинаюча сімейства, що розглядається, якщо вона існує, визначається системою рівнянь:

$$\begin{cases} f(x, y, z, t) = 0; \\ \frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial t} = 0. \end{cases}$$

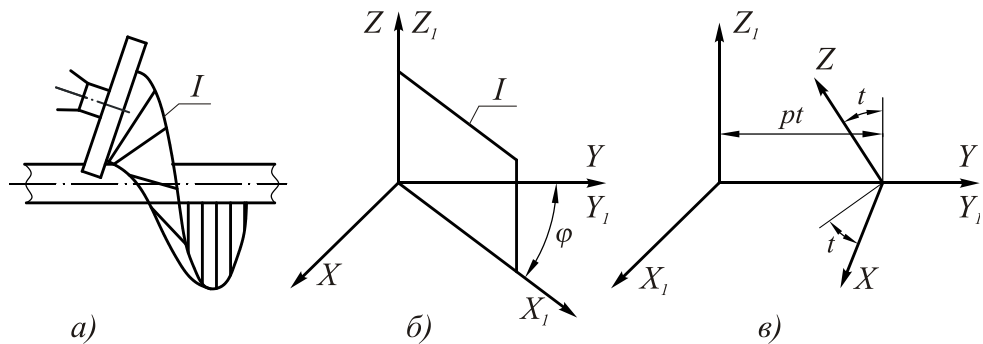


Рис. 3.1. Обгинаюча площини при гвинтовому русі

При певному значенні t ці рівняння визначають *характеристику*, тобто *лінію контакту спряжених поверхонь*. При змінній t система визначає геометричне місце характеристик, яке буде обгинаючою поверхнею. Так, наприклад, визначимо обгинаючу при гвинтовому русі площини (рис. 3.1, а), яка утворюється плоским торцем I шліфувального круга при його гвинтовому русі. Параметр гвинтового руху позначимо p , а кут, утворений площиною I з віссю гвинтового руху, буде φ . З площиною I зв'яжемо систему координат XYZ (рис. 3.1, б). Вісь Z розташуємо в площині I . Вісь гвинтового руху буде Y . Оберемо також нерухому систему координат $X_1Y_1Z_1$. В початковий момент системи XYZ і $X_1Y_1Z_1$ збігаються. В системі XYZ рівняння площини буде таким:

$$X - Y \cdot \operatorname{tg} \varphi = 0;$$

$$Z \in (-\infty; \infty).$$

Взаємне розташування систем координат XYZ і $X_1Y_1Z_1$ в довільний момент часу відображено на рис. 3.1, в. Формули перетворення координат у цьому випадку записують таким чином:

$$X = X_1 \cos t - Z_1 \sin t;$$

$$Y = Y_1 - pt;$$

$$Z = Z_1 \cos t + X_1 \sin t.$$

Відповідно до формул перетворення координат, сімейство площин в системі $X_1Y_1Z_1$ буде таким:

$$X_1 \cos t - Z_1 \sin t - (Y_1 - pt) \operatorname{tg} \varphi = 0.$$

Обгинаюча цього сімейства визначається системою рівнянь:

$$\begin{cases} X_1 \cos t - Z_1 \sin t - (Y_1 - pt) \operatorname{tg} \varphi = 0; \\ \frac{\partial f}{\partial t} = -X_1 \sin t - Z_1 \cos t + p \cdot \operatorname{tg} \varphi = 0. \end{cases}$$

Визначимо торцевий переріз цієї гвинтової поверхні при $Y_1 = 0$:

$$\begin{cases} X_1 \cos t - Z_1 \sin t + pt \cdot \operatorname{tg} \varphi = 0; \\ -X_1 \sin t - Z_1 \cos t + p \cdot \operatorname{tg} \varphi = 0. \end{cases}$$

Помножимо перше рівняння на $\sin t$, а на друге — на $\cos t$ і складемо їх. Тоді отримаємо:

$$Z_1 = pt \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin t + p \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos t.$$

Потім помножимо перше рівняння на $\cos t$, а друге — на $\sin t$ та складемо їх. Тоді отримаємо:

$$X_1 = p \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin t - pt \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos t.$$

Два рівняння торцевого перерізу, що розглядаються, будуть рівняннями евольвенти в параметричній формі. Радіус основного кола дорівнюватиме $r_B = p \cdot \operatorname{tg} \varphi$. Таким чином, при гвинтовому русі площини утворюється обгинаюча — гвинтова евольвентна поверхня, радіус основного циліндра якої дорівнює:

$$r_B = p \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Розглянемо початковий момент часу $t = 0$. Тоді рівняння обгинаючої поверхні трансформується таким чином:

$$Z_1 = p \cdot \operatorname{tg} \varphi;$$

$$X_1 = Y_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Тобто при $t = 0$ отримуємо характеристику у вигляді прямої лінії. Отже, обгинаюча гвинтова поверхня буде лінійчатою поверхнею.

При обертовому русі площини параметр $\rho = 0$. Тому обгинаючою сімейства площин, яке утворюється при обертовому русі площини, буде:

$$\begin{cases} X_1 \cos t - Z_1 \sin t - Y_1 \operatorname{tg} \varphi = 0; \\ -X_1 \sin t - Z_1 \cos t = 0; \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} X_1 \cos t - Z_1 \sin t - Y_1 \operatorname{tg} \varphi = 0; \\ X_1 \sin t - Z_1 \cos t = 0. \end{cases}$$

Піднісши обидва рівняння до квадрату і склавши їх, отримаємо:

$$X_1^2 + Z_1^2 = Y_1^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi.$$

Таким чином, обгинаюча площина при її обертанні навколо похилої осі буде круглою конічною поверхнею.

Сімейство поверхонь може бути задане параметричним рівнянням виду:

$$\begin{cases} X = f_1(unc); \\ Y = f_2(unc); \\ Z = f_3(unc). \end{cases}$$

Обгинаюча сімейства, яке розглядається, визначається системою рівнянь:

$$\begin{cases} X = f_1(unc); \\ Y = f_2(unc); \\ Z = f_3(unc); \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Z}{\partial u} \\ \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial Y}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial v} \\ \frac{\partial X}{\partial c} & \frac{\partial Y}{\partial c} & \frac{\partial Z}{\partial c} \end{vmatrix} = 0.$$

Наприклад, знайдемо обгинаючу сімейства поверхонь, яке утворюється при прямолінійно-поступальному русі конічної поверхні (рис. 3.2). Кут при вершині конічної поверхні буде 2ρ , а кут між віссю конічної поверхні та швидкістю \bar{V} поступального руху дорівнюватиме $(90 - \tau)$. З конічною поверхнею l зв'яжемо систему координат $X_0Y_0Z_0$. Вісь Z_0 проходить по осі конічної поверхні, а вісь Y_0 — перпендикулярно до швидкості \bar{V} .

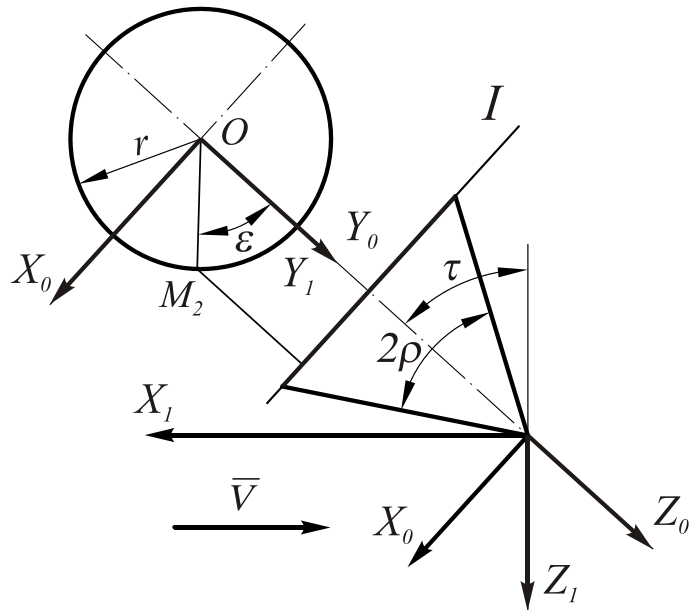


Рис. 3.2. Обгинаюча конуса при прямолинійно-поступальному русі

Виберемо також нерухому систему координат $X_1Y_1Z_1$, направивши вісь X_1 паралельно швидкості \bar{V} . Осі Z_1 і Y_1 розташовуються в площині, перпендикулярній швидкості \bar{V} . Рівняння конічної поверхні в системі $X_0Y_0Z_0$ буде:

$$X_0 = l \sin \varepsilon;$$

$$Y_0 = l \cos \varepsilon;$$

$$Z_0 = -l \operatorname{ctg} \rho.$$

Формули переходу від системи $X_0Y_0Z_0$ до нерухомої системи $X_1Y_1Z_1$ матимуть вигляд:

$$X_1 = X_0 \cos \tau - Z_0 \sin \tau + c;$$

$$Y_1 = Y_0;$$

$$Z_1 = Z_0 \cos \tau + X_0 \sin \tau.$$

Загальний розгляд рівняння конічної поверхні l та формул перетворення координат дає сімейство конусів в системі $X_1Y_1Z_1$:

$$X_1 = l \sin \varepsilon \cdot \cos \tau + l \operatorname{ctg} \rho \cdot \sin \tau + c;$$

$$Y_1 = l \cos \varepsilon;$$

$$Z_1 = l \sin \varepsilon \cdot \sin \tau - l \operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau.$$

У цих рівняннях змінними параметрами є величини C , l і ε .
Визначник, утворений з частинних похідних, буде:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin \varepsilon \cdot \cos \tau + \operatorname{ctg} \rho \cdot \sin \tau & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \cdot \sin \tau - \operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau \\ l \cos \varepsilon \cdot \cos \tau & -l \sin \varepsilon & l \cos \varepsilon \cdot \sin \tau \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$l \cos^2 \varepsilon \cdot \sin \tau + l \sin^2 \varepsilon \cdot \sin \tau - l \sin \varepsilon \cdot \operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau = 0.$$

Звідси:

$$\sin \varepsilon = \operatorname{tg} \tau \cdot \operatorname{tg} \rho.$$

Отже, обгинаюча поверхня визначатиметься системою рівнянь:

$$\begin{cases} X_1 = l \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \tau + l \cdot \operatorname{ctg} \rho \cdot \sin \tau + c; \\ Y_1 = l \cdot \cos \varepsilon; \\ Z_1 = l \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \tau - l \cdot \operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau; \\ \sin \varepsilon = \operatorname{tg} \tau \cdot \operatorname{tg} \rho. \end{cases}$$

Звідси:

$$\begin{cases} X_1 = \frac{l \sin \tau}{\cos \rho \cdot \sin \rho} + c; \\ \frac{Z_1}{Y_1} = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \sin \tau - \frac{\operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau}{\cos \varepsilon}. \end{cases}$$

Таким чином, координата X_1 може приймати довільне значення, а координата $Z_1 = k \cdot Y_1$, де k — постійна величина:

$$k = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \sin \tau - \frac{\operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau}{\cos \varepsilon}.$$

Отже, обгинаючою поверхнею буде площина, паралельна осі X_1 , і яка буде складати з віссю Y_1 кут β , величину якого визначають зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \beta = k = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \sin \tau - \frac{\operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau}{\cos \varepsilon},$$

або

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \tau \cdot \operatorname{tg} \rho \cdot \sin \tau - \operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \tau \cdot \operatorname{tg}^2 \rho}}.$$

Перетворивши останній вираз, отримаємо:

$$\cos \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \tau}.$$

Задача, що розглядається, відповідає визначенню поверхні деталі, яка утворюється при прямолінійно-поступальному русі кінчного обертового шліфувального круга зі швидкістю \bar{V} , направленою під кутом до осі круга.

Обгинаючі поверхні можуть визначатися графічно. Графічні способи є наочними. Вони допомагають у деяких випадках знаходити такі закономірності, які аналітично важко виявити. При графічному визначенні обгинаючих найчастіше використовують спосіб перерізів сімейства обгинаючих поверхонь площинами. В січних площинах, що розглядаються, зображуються сімейства ліній L перетину січної площини з сімейством поверхонь. Графічно до ліній L проводять обгинаючу криву, сукупність яких в різних січних

площинах буде обгинаючою поверхнею. У ряді випадків сімейство ліній L можна не зображувати, а накреслити одну лінію L і, знаючи рухи, які вона виконує, відобразити відповідний обгинаючий профіль. Так, якщо в плоскому перерізі, що розглядається, лінія L здійснює прямолінійно-поступальний рух зі швидкістю \bar{V} , то обгинаючий профіль буде прямою лінією, яка торкається лінії L та йде паралельно швидкості \bar{V} . У цьому випадку при визначенні обгинаючої достатньо в кожній січній площині відобразити лише одну лінію L . Якщо лінія L в досліджуваному плоскому перерізі обертається навколо центра O , то обгинаючий профіль буде колом, яке торкається лінії L , центр якого буде в точці O .

Визначимо графічно обгинаючу до сімейства площин, яке утворюється при обертанні площини I навколо похилої осі (рис. 3.3).

Обирається система площин проєкцій H/V і H/W . Площина V йде перпендикулярно площині H , а площина W — перпендикулярно осі обертання. Площина H йде паралельно осі обертання O (проєкції позначені O_1, O_2, O_3). У системі H/V зображують сліди I_h і I_v площини I , враховуючи, що кут β , який характеризує нахил площини I , задано. Зображують також проєкції осі O , навколо якої обертається площина I , при цьому вважають, що кут τ відомий. Проводять плоский переріз I , перпендикулярний осі обертання O , і знаходять лінію AB (проєкції A_1B_1 і A_2B_2) перетину його з площиною I . Проєкцію A_3B_3 лінії AB на площину W знаходять за правилом зміни площин проєкції. Лінія AB обертається разом з площиною I навколо осі O . Картину обертання прямої AB навколо осі O зображують без викривлення в проєкції на площину W . Тобто на площині W спостерігається обертання прямої A_3B_3 навколо O_3 . Обгинаючий профіль буде колом радіуса O_3C_3 , який йде перпендикулярно A_3B_3 . Точкою характеристики в перерізі I буде точка C (проєкції C_1, C_3). Лінії L перетину інших площин,

перпендикулярних осі O , з площиною I будуть паралельні прямій AB . Тому лінія O_3C_3 буде проекцією характеристики на площину W . Проекцією характеристики на площину H буде пряма K_1C_1 , точку K якої знаходять як точку перетину площини I й осі O . При обертанні характеристики KC навколо осі O утворюється обгинаюча конічна поверхня. Профіль цієї поверхні визначають в площині N (сліди її N_h і N_w), яка проходить через вісь O . Лінією перетину площини N і обгинаючої конічної поверхні буде пряма KE (її проекції K_3E_3 і K_1E_1), дійсне розташування якої відносно осі конічної поверхні знаходять шляхом повороту площини N навколо N_w до суміщення з площиною W .

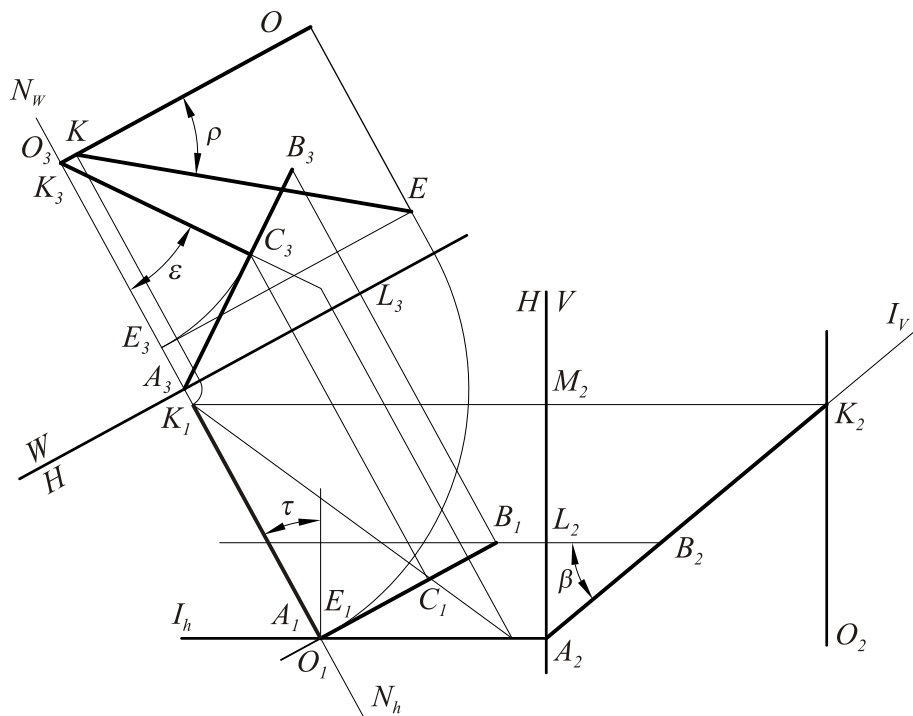


Рис. 3.3. Обгинаюча площини при її обертанні навколо похилої осі

За побудовою:

$$A_2L_2 = B_2L_2 : \operatorname{tg} \beta;$$

$$A_1B_1 = \frac{A_2L_2}{\sin \tau} = \frac{B_2L_2 \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin \tau};$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{B_3L_3}{A_3L_3} = \frac{B_2L_2}{A_1B_1} = \frac{\sin \tau}{\operatorname{tg} \beta};$$

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{O_3C_3}{E_3E} = \frac{O_3C_3}{A_1K_1};$$

$$A_1K_1 = \frac{A_2M_2}{\cos \tau};$$

$$O_3A_3 = K_2M_2 = A_2M_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta;$$

$$O_3C_3 = O_3A_3 \cdot \cos \varepsilon = A_2M_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot \cos \varepsilon;$$

$$\operatorname{tg} \rho = \operatorname{ctg} \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \tau = \frac{\cos \varepsilon \cdot \cos \tau}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Звідси

$$\sin \varepsilon = \operatorname{tg} \rho \cdot \operatorname{tg} \tau;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos \varepsilon \cdot \cos \tau}{\operatorname{tg} \rho}.$$

Знаючи $\operatorname{tg} \beta$, знайдемо $\cos \beta$:

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{\sin \beta}{\sqrt{\sin^2 \rho + \cos^2 \varepsilon \cdot \cos^2 \tau \cdot \cos^2 \rho}}.$$

Враховуючи, що $\sin \varepsilon = \operatorname{tg} \rho \cdot \operatorname{tg} \tau$, отримуємо:

$$\cos \beta = \frac{\sin \rho}{\sqrt{\sin^2 \rho + \cos^2 \tau \cdot \cos^2 \rho \cdot \left(1 - \frac{\sin^2 \rho \cdot \sin^2 \tau}{\cos^2 \rho \cdot \cos^2 \tau}\right)}},$$

або

$$\cos \beta = \frac{\sin \rho}{\sqrt{\sin^2 \rho + \cos^2 \tau \cdot (1 - \sin^2 \rho) - \sin^2 \rho \cdot (1 - \cos^2 \tau)}}.$$

Отже:

$$\cos \beta = \frac{\sin \rho}{\cos \tau}.$$

Тотожні вирази були отримані раніше при аналітичному вирішенні оберненої задачі визначення обгинаючої при прямолінійно-поступальному русі конічної поверхні.

3.2. Кінематичний метод визначення обгинаючих сімейства поверхонь

Сімейство поверхонь може утворюватися в результаті певного руху заданої поверхні. У цьому випадку можна використовувати кінематичний метод визначення обгинаючої сімейства поверхонь.

Якщо поверхня D здійснює рух і утворює обгинаючу поверхню I , то характеристику в загальному випадку можна визначити як лінію, в кожній точці якої вектор відносної швидкості направлений по дотичній до поверхні D . Аналітично це положення записується таким чином:

$$\overline{N} \cdot \overline{V} = 0.$$

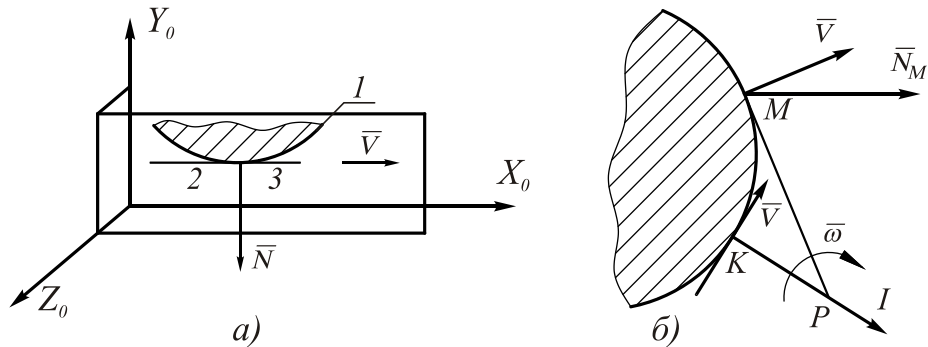


Рис. 3.4. Визначення характеристик при прямолінійно-поступальному і обертовому рухах

Тобто скалярний добуток вектора нормалі \bar{N} поверхні D і вектора швидкості \bar{V} відносного руху поверхні D в точках характеристики E , розташованій на поверхні D , має дорівнювати нулю. Отже, характеристика E залежить не тільки від форми і розмірів поверхні D , а й від рухів, які вона робить. При різних рухах характеристика E може визначатися, виходячи з властивостей частинних рухів. Рухи поверхні деталі можуть бути приведені до миттєвого прямолінійно-поступального, обертового або гвинтового руху. Так, якщо довільна поверхня D здійснює поступальний рух, то крива контакту — характеристика E — буде геометричним місцем точок цієї поверхні, для яких нормаль до поверхні D лежить в площині, перпендикулярній осі миттєвого поступального руху (рис. 3.4, а).

Якщо довільна поверхня D має в момент, що розглядається, миттєве обертання навколо осі p (рис. 3.4, б), то характеристика E буде геометричним місцем точок на поверхні D , в яких нормалі до поверхні D проходять через вісь p , або, іншими словами, характеристика E є ортогональною проекцією осі p на поверхню D .

Якщо розглядається плоска задача, то властивість загальних нормалей формулюється так: *загальна нормаль до спряжених профілів в точці контакту проходить через полюс.*

Розглянемо випадок, коли задана поверхня D має в момент, що розглядається, миттєвий гвинтовий рух з параметром ρ і віссю Z (рис. 3.5, а). Візьмемо на поверхні D довільну точку M . При гвинтовому русі траєкторією точки M буде гвинтова лінія MA , розташована на круглому циліндрі радіуса r .

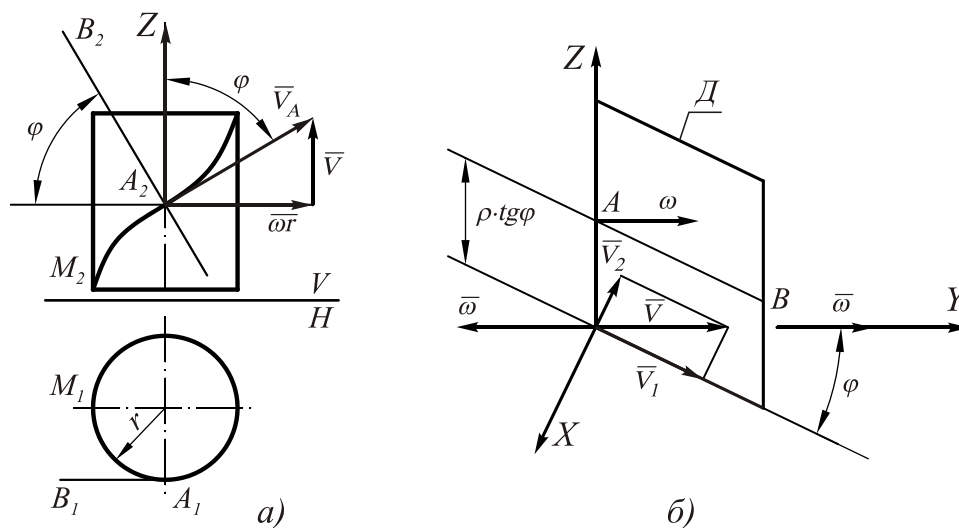


Рис. 3.5. Визначення характеристики при гвинтовому русі

Вектор швидкості \vec{V}_A точки A при гвинтовому русі торкатиметься траєкторії (гвинтової лінії MA) і складатиме кут φ з віссю Z гвинтового руху.

Кут φ розраховується за формулою:

$$\text{tg } \varphi = \frac{r}{\rho},$$

де ρ — параметр гвинтового руху.

Проведемо пряму AB , дотичну до циліндра радіуса r і перпендикулярну швидкості \bar{V}_A . Визначимо швидкість довільної точки B прямої AB . Відповідно до основної формули кінематики твердого тіла маємо:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + [\bar{\omega} \times \overline{BA}].$$

Вектор $[\bar{\omega} \times \overline{BA}]$ проходить перпендикулярно прямій AB . Вектор \bar{V}_A також перпендикулярний прямій AB . Тому сумарний вектор \bar{V}_B буде також перпендикулярний швидкості точки B при заданому гвинтовому русі. Пряму AB називають *променем гвинта*.

Сукупність прямих, для яких справедлива рівність $\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{r_i}{\rho}$,

називають *комплексом променів гвинта*, де φ_i — кут між променем гвинта (прямою лінією) і площиною, перпендикулярною осі гвинтового руху; r_i — найкоротша відстань між променем гвинта і віссю гвинтового руху. Таким чином, якщо довільна поверхня D здійснює гвинтовий рух і утворює обгинаючу, то в точках контакту, тобто в точках характеристики, нормалі до поверхні D мають належати до комплексу променів заданого гвинтового руху.

Розглянемо приклад визначення характеристики при гвинтовому русі площини D (рис. 3.5, б), яка проходить через вісь Z . Площина D з віссю Y гвинтового руху складає кут φ . У будь-якій точці площини D нормалі \bar{N} складають кут φ з площиною, перпендикулярною осі гвинтового руху Y . У точках характеристики маємо:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r}{\rho}.$$

Отже, для всіх точок характеристики нормалі до площини D віддалені від осі Y на одну і ту саму відстань $r = \rho \cdot \operatorname{tg} \phi$. Звідси характеристикою буде пряма AB , розташована в площині D і віддалена від площини XU на відстань r . Цей самий результат був отриманий раніше аналітичним шляхом. Якщо площина D , що розглядається, буде виконувати тільки обертовий рух ($\rho = 0$), то відстань r дорівнюватиме 0, і характеристикою буде пряма перетину площини D і площини XU .

Таким чином, при кінематичному методі визначення обгинаючих визначають характеристики (при лінійному контакті спряжених поверхонь) у різні моменти часу. Сукупність характеристик, визначених у різні моменти часу, в системі координат, зв'язаній з інструментом, дає вихідну інструментальну поверхню, а сукупність характеристик у системі координат, зв'язаній із заготовкою, дає оброблену поверхню деталі.

Рух поверхні D зі швидкістю \vec{V} можна розкласти на два рухи зі швидкостями \vec{V}_1 і \vec{V}_2 . Тоді рівняння контакту $\vec{N} \cdot \vec{V} = 0$ буде:

$$\vec{N} \cdot \vec{V}_1 + \vec{N} \cdot \vec{V}_2 = 0.$$

Розгляд доцільно провести таким чином, щоб в одній зі складових рухів рівняння $\vec{N} \cdot \vec{V}_2 = 0$, тобто при русі зі швидкістю \vec{V}_2 , задана поверхня ковзала «сама по собі». Цей рух при визначенні характеристики можна не враховувати і використовувати для знаходження обгинаючої поверхні рівняння контакту виду:

$$\vec{N} \cdot \vec{V}_1 = 0.$$

Таким шляхом можна складний рух звести до більш простого і спростити знаходження характеристики.

Наприклад, необхідно визначити обгинаючу при гвинтовому русі поверхні обертання D . Гвинтовий рух розкладають на два рухи навколо осі A і B так, щоб вісь A одного обертання збіглася з віссю поверхні обертання D . Обертання навколо осі A призводить до ковзання поверхні D «самої по собі». При визначенні характеристики його можна не враховувати. Отже, характеристика може бути визначена при розгляді тільки обертального руху поверхні D навколо осі B .

Розкладаючи складний рух на складові, визначимо обгинаючу площину D , яка здійснює гвинтовий рух, який розглядатимемо як сукупність прямолінійно-поступального руху з постійною швидкістю \vec{V} і віссю Y та обертального руху з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ і віссю Y (рис. 3.5, б).

Параметр ρ гвинтового руху визначають за формулою:

$$\rho = \frac{V}{\omega}.$$

Площина D з віссю Y гвинтового руху складає кут ϕ . Поступальний рух зі швидкістю \vec{V} розкладемо на два рухи:

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2.$$

Вектор \vec{V}_1 направимо по лінії перетину площин XU і D , а вектор \vec{V}_2 — по осі X . Рух зі швидкістю \vec{V}_1 можна не враховувати, оскільки він призводить до ковзання площини D «самої по собі». Довжина вектора \vec{V}_2 дорівнюватиме $V_2 = V \cdot \operatorname{tg} \phi$. Поступальний рух зі швидкістю \vec{V}_2 представимо, як пару обертання з кутовими швидкостями $\vec{\omega}$ і $-\vec{\omega}$. Відстань l між цими векторами дорівнює:

$$l = \frac{V_2}{\omega} = \frac{V \operatorname{tg} \phi}{\omega} = \rho \cdot \operatorname{tg} \phi.$$

Таким чином, рух площини D зведено до трьох обертів. Але два оберти з кутовими швидкостями $\bar{\omega}$ і $-\bar{\omega}$ взаємно компенсують один одного, оскільки вони рівні за довжиною і направлені по осі X у протилежні сторони. Отже, при визначенні характеристики можна розглядати тільки оберти з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$ навколо осі, розташованої в площині XY і відокремленої від осі X на відстані $l = \rho \cdot \operatorname{tg} \phi$. Характеристикою E буде ортогональна проекція осі обертання на площину D . Це буде пряма, яка лежить в площині D паралельно до площині ZX і віддалена від неї на відстані $l = \rho \cdot \operatorname{tg} \phi$. У результаті заданого гвинтового руху характеристика E опише шукану обгинаючу поверхню, яка буде евольвентою гвинтовою поверхнею.

Рівняння рухомої поверхні D може бути задане у векторній формі:

$$\bar{r} = \bar{i}X(uv) + \bar{j}Y(uv) + \bar{k}Z(uv).$$

Вектори, які дотичні до поверхні D :

$$\bar{A} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u};$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial v}.$$

Вектор \bar{N} нормалі до поверхні D буде:

$$\bar{N} = [\bar{A} \times \bar{B}].$$

Тоді рівняння контакту запишемо так:

$$\bar{N} \cdot \bar{V} = ([\bar{A} + \bar{B}] \cdot \bar{V}) = 0.$$

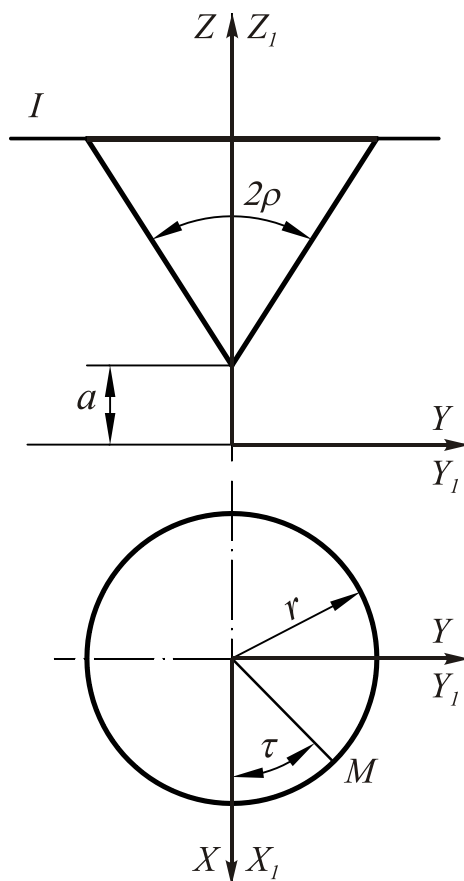


Рис. 3.6. Обгинаюча конуса при гвинтовому русі

Визначимо обгинаючу при гвинтовому русі конічної поверхні D (рис. 3.6), віссю якого є вісь Y_1 нерухомої системи координат $X_1Y_1Z_1$. Введемо також рухому систему координат XYZ , зв'язану з конічною поверхнею. В початковий момент часу системи $X_1Y_1Z_1$ і XYZ збігаються. Вісь конічної поверхні збігається з віссю Z .

Вершина конічної поверхні віддалена від осі Y на задану відстань a .

Параметр гвинтового руху дорівнює ρ . В перерізі I , перпендикулярному осі Z , маємо коло, радіус якого позначено через

l. Положення довільної точки M цього кола характеризується кутом τ . Тоді радіус-вектор \bar{r} довільної точки конічної поверхні буде:

$$\bar{r} = \bar{i} l \cos \tau + \bar{j} l \sin \tau + \bar{k} (a + l \operatorname{ctg} \rho).$$

Це — рівняння конічної поверхні.

Змінними параметрами є відстань l і кут τ .

Вектори \bar{A} і \bar{B} дотичні до конічної поверхні:

$$\bar{A} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial l} = \bar{i} \cos \tau + \bar{j} \sin \tau + \bar{k} \operatorname{ctg} \rho;$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \tau} = -\bar{i} l \sin \tau = \bar{j} l \cos \tau.$$

При гвинтовому русі конічної поверхні швидкість \bar{V}_Σ довільної точки визначають за формулою:

$$\bar{V}_\Sigma = \bar{V} + [\bar{\omega} \times \bar{r}].$$

Вектори \bar{V} і $\bar{\omega}$ дорівнюють:

$$\bar{\omega} = \bar{j} \omega;$$

$$\bar{V} = \bar{j} \rho \omega.$$

Отже,

$$\bar{V}_\Sigma = \bar{j} \rho \omega + \begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \omega & 0 \\ l \cos \tau & l \sin \tau & (a + l \operatorname{ctg} \rho) \end{bmatrix}.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$\bar{V}_\Sigma = \bar{i} \omega (a + l \operatorname{ctg} \rho) + \bar{j} \rho \omega - \bar{k} l \omega \cos \tau.$$

Рівняння контакту буде:

$$([\bar{A} \times \bar{B}] \bar{V}_\Sigma) = 0.$$

У координатній формі цей змішаний добуток виражається визначником третього порядку, утвореним з координат векторів:

$$\begin{vmatrix} -l \sin \tau & l \cos \tau & 0 \\ \cos \tau & \sin \tau & \operatorname{ctg} \rho \\ \omega(a + l \operatorname{ctg} \rho) & \rho \omega & -l \omega \cos \tau \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримуємо:

$$l^2 \omega \cdot \sin^2 \tau \cdot \cos \tau + \rho \omega l \sin \tau \cdot \operatorname{ctg} \rho + \\ + l^2 \omega \cdot \cos^2 \tau \cdot \cos \tau + \omega l (a + l \operatorname{ctg} \rho) \operatorname{ctg} \rho \cdot \cos \tau = 0.$$

Розділивши його на $l \omega \cdot \operatorname{ctg} \rho$ і зробивши перетворення, отримуємо рівняння лінії контакту:

$$\frac{l \cos \tau}{\sin \rho \cdot \cos \rho} + \rho \sin \tau + \cos \tau = 0.$$

Звідси

$$\operatorname{tg} \tau = -\frac{l}{\rho \sin \rho \cdot \cos \rho} - \frac{a}{\rho}.$$

Формули перетворення координат будуть такими:

$$X_1 = X \cos t - Z \sin t;$$

$$Y_1 = Y + \rho t;$$

$$Z_1 = Z \cos t + X \sin t.$$

Спільний розгляд рівняння конічної поверхні, рівняння контакту і формул перетворення координат дає обгинаючу гвинтову поверхню. Знайдемо осьовий переріз цієї поверхні:

$$X_1 = 0;$$

$$X_1 = l \cos \tau \cdot \cos t - (a + l \cdot \operatorname{ctg} \rho) \cdot \sin t = 0.$$

При розв'язанні цього рівняння в межах заданої ділянки конічної поверхні вибираємо розмір l , і за рівнянням контакту знаходимо кут t . З виразу $X_1 = 0$ визначаємо кут t за формулою:

$$\operatorname{tg} t = \frac{l \cos \tau}{a + l \operatorname{ctg} \rho}.$$

За формулами перетворення координат розраховуємо координати (Y_1, Z_1) точок осьового перерізу обгинаючої гвинтової поверхні:

$$Y_1 = l \sin \tau + \rho t,$$

де кут t — в радіанах;

$$Z_1 = (a + l \operatorname{ctg} \rho) \cos t + l \cos \tau \cdot \sin t.$$

3.3. Метод визначення обгинаючих, заснований на властивості спільних нормалей

В основу методу покладено положення кінематичного методу визначення обгинаючих, а саме: $\overline{N} \cdot \overline{V} = 0$.

Використовуючи властивості загальних нормалей, можна графічно визначати характеристики на рухомій поверхні D і відповідно обгинаючі. Так, наприклад, визначимо обгинаючу при прямолінійно-поступальному русі конічної поверхні. Виберемо систему площин проєкцій H/V і H/W (рис. 3.7, *a*). Площина W йде перпендикулярно осі O конічної поверхні, а площина V — перпендикулярно швидкості прямолінійно-поступального руху. Положення осі конічної поверхні характеризується кутом τ . Кут при

вершині конічної поверхні дорівнює 2ρ . У системі W/H зображаємо конічну поверхню з вершиною в точці A (проекції її A_1 і A_3). Розглянемо переріз I , перпендикулярний осі конічної поверхні. Він перетинається з конічною поверхнею по колу радіуса A_3B_3 , яке в дійсну величину проектується на площину W . Якщо в кожній точці цього кола провести нормалі до конічної поверхні, то отримаємо додатковий конус нормалей з вершиною в точці C , розташований на осі конічної поверхні. Через вершину C конуса нормалей проведемо переріз II , перпендикулярний швидкості \vec{V} поступального руху. Цей переріз перетинає конус нормалей по нормалі BC . Точка B буде точкою контакту, оскільки нормаль BC , розташована в перерізі II , перпендикулярна швидкості \vec{V} прямолінійно-поступального руху. Твірна AB (проекції A_1B_1 і A_3B_3) буде характеристикою, тобто лінією контакту конічної поверхні та обгинаючої. Нормалі в будь-якій точці твірної AB йдуть паралельно нормалі BC . Оскільки BC перпендикулярна швидкості \vec{V} , то нормалі в будь-якій точці твірної AB будуть також перпендикулярні швидкості \vec{V} . Тобто в будь-якій точці твірної AB дотримується умова контакту:

$$\vec{N} \cdot \vec{V} = 0.$$

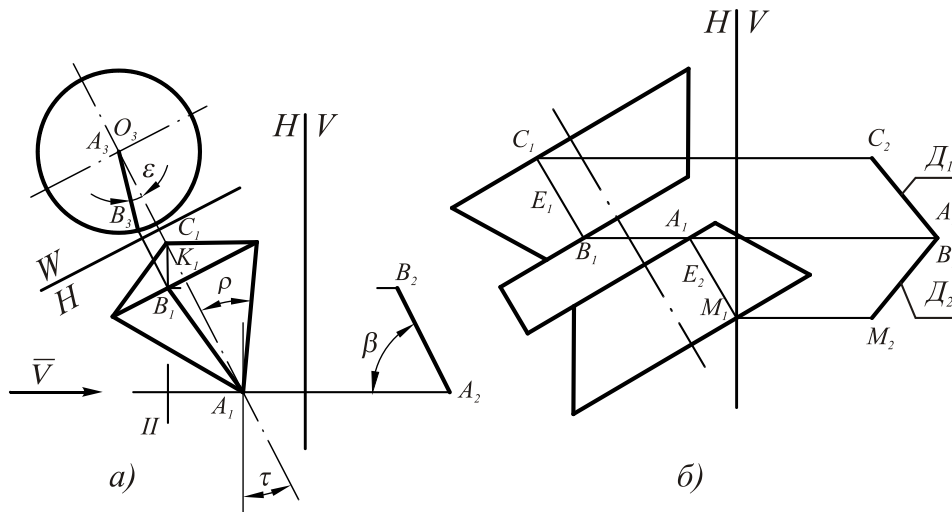


Рис. 3.7. Графічне визначення обгинаючої при прямолінійно-поступальному русі

При прямолінійно-поступальному русі конічної поверхні характеристика AB описує обгинаючу поверхню — площину. Профіль обгинаючої поверхні в дійсну величину проектується на площину V . Це буде пряма A_2B_2 , положення якої визначається за правилом зміни площин проекції. Зазначена задача відповідає шліфуванню площини конічним кутом.

Схема обробки охоплює обертання конічного круга навколо своєї осі і прямолінійно-поступальний рух подачі. При обертанні робоча вихідна інструментальна поверхня круга ковзає «сама по собі». Тому при визначенні обгинаючої поверхні, тобто оброблюваної поверхні деталі, цей рух не враховується.

Таким чином, задача зводиться до визначення обгинаючої при прямолінійно-поступальному русі подачі.

На одній осі можуть бути закріплені два конічних шліфувальних круги (рис. 3.7, б). Кожен з кругів формуватиме плоску поверхню деталі. На рис. 3.7, б зображено граничний випадок, коли забезпечується дотик обох площин, оброблених двома конічними

кругами, встановленими із зазором Δ на одній осі. Проекції крайніх точок A і B характеристики E на площину V збігаються. Відстань Δ у цьому випадку дорівнюватиме:

$$\Delta = 2r \cdot \sin \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \tau = 2r \cdot \operatorname{tg} \rho \cdot \operatorname{tg}^2 \tau.$$

За менших значень Δ буде забезпечуватися перекриття площин, утворених конічними шліфувальними кругами.

Це положення використовується при точінні спіральних свердел по площинах двома кругами, встановленими з щілиною на одній осі. Суміщення шліфування двох площин призводить до відповідного підвищення продуктивності обробки.

Контрольні запитання

1. Як записується рівняння обгинаючої до плоского сімейства кривих $f(x, y, t) = 0$?
2. Як записується рівняння обгинаючої до сімейства поверхонь $X = f_1(uvc)$; $Y = f_2(uvc)$; $Z = f_3(uvc)$?
3. Як записується рівняння контакту при кінематичному методі визначення обгинаючих поверхонь?
4. Як визначити характеристику при русі зі швидкістю \bar{V} поверхні $\bar{r} = \bar{i}f_1(uv) + \bar{j}f_2(uv) + \bar{k}f_3(uv)$?
5. В якій площині розташовується нормаль в точці характеристики при прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} поверхні D ?
6. Як розташовуються нормалі в точках характеристики при обертанні поверхні D навколо осі O ?
7. Як розташовуються нормалі в точках характеристики при гвинтовому русі поверхні D навколо осі O ?
8. Яку форму має характеристика при гвинтовому русі площини?
9. Яка обгинаюча поверхня утворюється при гвинтовому русі площини?
10. Яка обгинаюча поверхня утворюється при прямолінійно-поступальному русі конічної поверхні?

РОЗДІЛ 4

УМОВИ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПОВЕРХНІ ДЕТАЛІ

4.1. Загальні відомості

Обробка заданої поверхні деталі D не завжди можлива у точній відповідності до креслення. Мають місце випадки, коли неможливо взагалі обробити задану поверхню на вибраному обладнанні, тобто при вибраній схемі обробки. Мають місце також явища підрізання, тобто зрізання частини матеріалу деталі, або обернене явище, коли частина припуску залишається незрізаною. *Виявлення причин відхилень обробленої поверхні деталі від її заданих розмірів та умов, за яких значень відхилень немає або вони знаходяться у допустимих межах, є першочерговою задачею.*

Аналізуючи можливість утворення поверхні деталі, вважаємо заданими рухи, які здійснюються інструментом і заготовкою. Вважається також, що в процесі обробки повністю відтворюється вихідна інструментальна поверхня, здатна формувати поверхню деталі.

Безпосередньо відтворюється вихідна інструментальна поверхня при обробці металів тиском. При обробці різанням повністю відтворюється вихідна інструментальна поверхня при шліфуванні, коли робоча поверхня круга збігається з вихідною інструментальною поверхнею.

У ряді випадків вихідна інструментальна поверхня утворюється при відповідному русі різальних кромки інструмента. Так, наприклад, обертаючись навколо осі фрези, її різальні кромки описують вихідну інструментальну поверхню. Весь матеріал, який потрапляє в зону дії цієї поверхні, зрізується, і, таким чином, формується оброблювана поверхня.

4.2. Умова існування вихідної інструментальної поверхні

Першою необхідною умовою утворення поверхні деталі є умова існування вихідної інструментальної поверхні. У будь-якій точці поверхні деталі в процесі обробки повинно виконуватися рівняння контакту: $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$. Аналіз цього рівняння показує, що при обробці заданої поверхні деталі можна впливати на нього тільки шляхом зміни положення вектора швидкості відносно руху. Напрямок вектора нормалі \bar{N} при заданій поверхні деталі D є визначеним. Змінити напрям швидкості \bar{V} можна за рахунок встановлення положення деталі або за рахунок зміни характеру рухів, які здійснюються заготовкою та інструментом.

Розглянемо сімейство площин заданих рівнянням:

$$F = y - x - c = 0,$$

де c — змінний параметр.

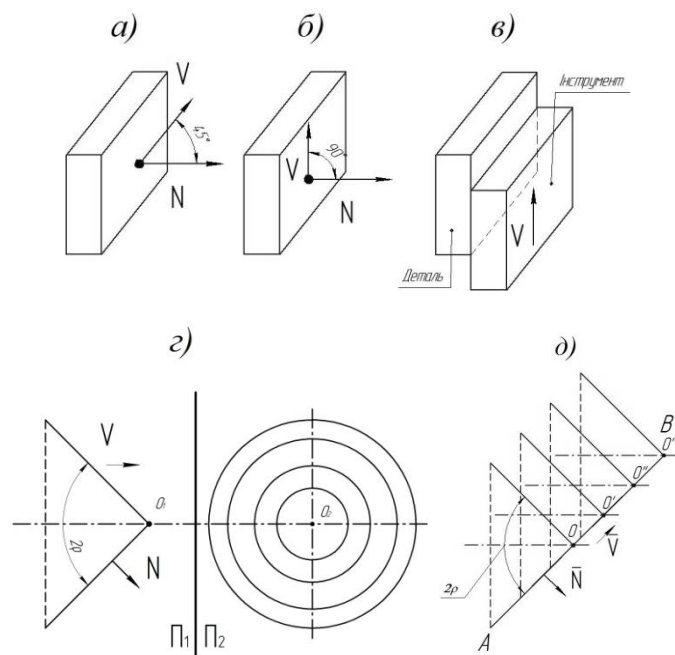
$$\text{Частинна похідна } \frac{\partial F}{\partial c} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial c} = \frac{\partial(y - x - c)}{\partial c} = -1 \neq 0.$$

Утворення сімейства площин, яке розглядається, можна уявити таким чином: взята площина, яка при прямолінійно-поступальному русі рухається під кутом 45° до осі x і рухається вздовж осі y зі швидкістю \bar{V} , паралельною осі y . У цьому випадку швидкість будь-якої точки площини (рис. 4.1) ніколи не буде перпендикулярною нормалі \bar{N} , яка йде під кутом 45° до осі y . Оскільки умова контакту $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ не витримується, тобто умова перпендикулярності векторів \bar{N} і \bar{V} в точках площини не виконується, обгинаючий профіль не існує й неможливо спроектувати інструмент, за допомогою якого можна було б при заданих рухах площини відносно інструмента її обробляти.

Якщо вектор швидкості \bar{V} розташувати в площині, то в усіх точках площини нормалі в будь-який момент часу будуть перпендикулярні швидкості \bar{V} (рис. 4.1, б). Вихідна інструментальна поверхня збігатиметься з

площиною і ковзатиме по ній (рис. 4.1, в). Ці випадки відповідають обробці площин протяжками.

У загальному випадку, якщо поверхня D здійснює прямолінійно-поступальний рух, то напрям швидкості буде постійним для всіх точок. Для того, щоб при цьому існувала вихідна інструментальна поверхня, необхідно щоб нормалі в точках поверхні D в якийсь момент часу були перпендикулярні швидкості \vec{V} . Базуючись на цьому положенні, вибирають напрям поступального руху, при якому можливе оброблення заданої поверхні.



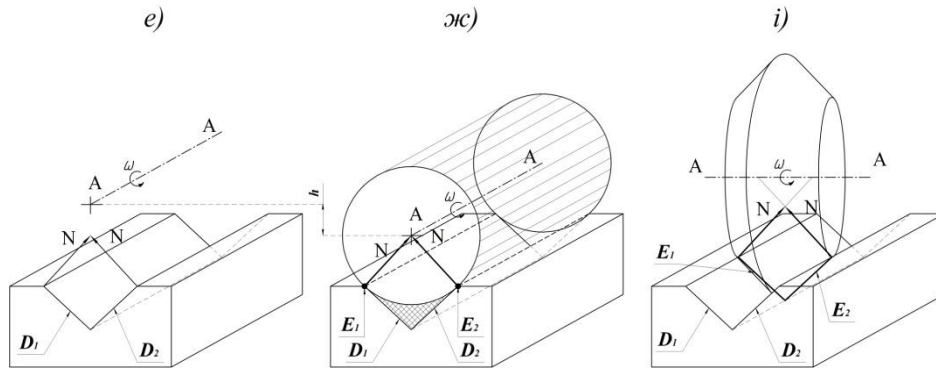


Рис. 4.1. Умова існування вихідної інструментальної поверхні

Розглянемо приклад утворення поверхні круглого конуса для випадку, коли відносний рух заготовки та інструмента буде прямолінійно-поступальним зі швидкістю \vec{V} . Вважатимемо, що швидкість \vec{V} направлена паралельно до осі конуса (рис. 4.1, ж). Тоді в будь-якій точці конуса нормалі \vec{N} не будуть перпендикулярні швидкості \vec{V} . Обгинаючої вихідної інструментальної поверхні не існує, обробка виявляється неможливою. Площина V при переміщенні конуса перетинатиметься з його поверхнею по колу, радіус якого безперервно зростає. Обгинаючу до сімейства таких кіл провести неможливо.

Змінимо напрям швидкості \vec{V} . Кут між віссю конуса D і площиною, перпендикулярною \vec{V} , позначимо через τ , а кут при вершині конуса — через 2ρ . Як було показано раніше, в цьому випадку положення характеристики визначається кутом ε , який дорівнює:

$$\sin \varepsilon = \operatorname{tg} \tau \cdot \operatorname{tg} \rho.$$

Величина $\sin \varepsilon$ може коливатися в межах ± 1 . Тоді

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{\pm 1}{\operatorname{tg} \rho} = \pm \operatorname{ctg} \rho.$$

Отже, граничними значеннями кута τ будуть:

$$\tau = 90^\circ \pm \rho .$$

У граничному випадку (рис. 4.1, *д*) конус рухається вздовж однієї з його твірних, яка лежить в осьовому перерізі конуса, паралельному швидкості \vec{V} . Площина V при такому русі конуса буде перетинатися з ним по колу зростаючого радіуса, але всі кола торкатимуться один одного в одній точці. У даному випадку вихідна інструментальна поверхня перетворюється на пряму лінію AB . При переміщенні вершини токарного різця вздовж прямої AB і обертанні заготовки навколо її осі буде утворена конічна поверхня. Подібний спосіб обробки конусів широко використовують на верстатах токарного типу.

Якщо вибрати проміжне, а не граничне значення кута τ , то вихідна інструментальна поверхня буде похилою площиною. Похилу площину можна відтворити у вигляді плоскої протяжки і при обертанні заготовки сформувати оброблену конічну поверхню.

Якщо рух заготовки відносно інструмента буде обертальним, то для того, щоб існувала вихідна інструментальна поверхня, необхідно, щоб нормалі швидкості до оброблюваної деталі в процесі обробки перетинали вісь обертання.

Наприклад, розглянемо схему обробки площини D , вважаючи, що рух її відносно інструменту є обертанням навколо постійної осі A . Прийmemo, що вісь обертання A розташовується в площині D . Тоді швидкість \vec{V} обертання будь-якої точки навколо осі A буде перпендикулярна до площини D . Отже, швидкість \vec{V} буде паралельною нормалі \vec{N} до площини D . Умова перпендикулярності векторів \vec{N} і \vec{V} , тобто умова контакту $\vec{N} \cdot \vec{V} = 0$ не дотримуватиметься. Тому обгинаючої поверхні не буде. Обробка площини за даних умов буде неможливою. Для того, щоб виконати умову контакту і змінити напрям швидкості \vec{V} відносного руху D/I , спробуємо змінити положення осі обертання A . Вважаємо, що вісь A паралельна площині D і проходить на відстані τ від неї. Тоді проекція осі A на площину D буде

характеристикою E . Обертаючись навколо осі A , характеристика E опише початкову інструментальну поверхню, яка буде круглим циліндром I . Цей випадок відповідає фрезеруванню площини циліндричною фрезою. Схема фрезерування охоплює обертання фрези навколо її осі і поступальний рух подачі заготовки.

Щоб відшукати вихідну інструментальну поверхню, утворену за першим способом, необхідно розглянути рух площини D відносно інструменту і знайти обгинаючі. Рух площини D відносно інструменту складатиметься з поступального руху подачі і обертання навколо осі A інструмента. Поступальний рух подачі приводить до ковзання поверхні деталі «самої по собі», тому його при визначенні обгинаючої можна не враховувати. Задача зводиться до визначення обгинаючої при обертанні площини D навколо осі A . Вихідною інструментальною поверхнею в даному випадку буде круглий циліндр. Прорізавши тіло цього циліндра стружковими канавками і заточивши зубці по задній поверхні, отримаємо циліндричну фрезу.

Вісь обертання A може бути нахилена щодо площини D . Тоді вихідна інструментальна поверхня, що обгинає площину D , буде конічною поверхнею. Прорізавши тіло, обмежене вихідною конічною поверхнею, стружковими канавками, і заточивши зубці, отримаємо кутову фрезу.

Нарешті вісь A може бути перпендикулярною до площини D . У цьому випадку при обертанні навколо осі A площина D ковзає «сама по собі». Вихідна інструментальна поверхня збігається з площиною D . Вихідне тіло інструмента є циліндром, робочий торець якого збігається з площиною D , яка буде вихідною інструментальною поверхнею. Перетворивши такий циліндр на різальний інструмент, можна спроектувати торцеву фрезу, призначену для обробки площини D .

Умова контакту $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ точок поверхні D з відповідними точками вихідної інструментальної поверхні можна конкретизувати для окремих схем обробки, враховуючи їх особливості. Так, якщо поверхня D здійснює прямолінійно-поступальний рух, то напрям швидкості \bar{V} постійний для всіх точок. Для існування вихідної інструментальної поверхні I необхідно, щоб нормалі \bar{N} в точках поверхні D у довільний момент часу були перпендикулярні до напрямку поступального руху. Ґрунтуючись на цій умові, вибирають розташування поверхні D відносно напрямку поступального руху, при якому можливе оброблення поверхні D . Розглянемо схему оброблення циліндричної фасонної поверхні D такою, що включає прямолінійно-

поступальний рух. Відомо, що нормалі \bar{N} до циліндричної поверхні лежать в площині S , яка перпендикулярна до твірних. Тому, щоб нормалі \bar{N} були перпендикулярні до швидкості \bar{V} , необхідно напрям поступального руху зробити паралельним твірним поверхні D . Тоді поверхня D ковзатиме «сама по собі», і з нею збігатиметься вихідна інструментальна поверхня I . Цей випадок відповідає протягуванню фасонних циліндричних поверхонь D . Якщо швидкість \bar{V} непаралельна твірним поверхні D , то при зазначеній схемі обробка заданої поверхні D неможлива.

Розглянемо приклад утворення призми при відносному обертальному русі заготовки та інструмента. Вважатимемо, що вісь обертання O йде паралельно твірним призми і розташовується так, як показано на рис. 4.1, *е*. У цьому випадку нормалі до площин призми не перетинають вісь обертання, і тому оброблення неможливо, оскільки не існує вихідної інструментальної поверхні.

Якщо вісь обертання наблизити до призми, як показано на рис. 4.1, *ж*, то вихідна інструментальна поверхня буде круглим циліндром I . Однак, у цьому випадку круглий циліндр стикатиметься з площинами призми за характеристиками E_1 і E_2 , паралельними осі обертання. При ковзанні поверхні D призми «самої по собі» характеристики E_1 і E_2 також ковзатимуться «самі по собі», і обробка поверхні D відповідно до креслень буде неможливою. Це пояснюється тим, що в процесі обробки тільки в окремих точках поверхні D виконується умова $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$. Таким чином, можуть мати місце випадки, коли на окремих ділянках поверхні D виконується умова $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ в процесі обробки і вони можуть бути сформовані, в той час як на інших ділянках умова $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ не виконується, і вони не можуть бути сформовані при схемі обробки, яка аналізується.

Якщо ж при обробці призми розташувати вісь обертання в площині, перпендикулярній до твірної призми (рис. 4.1, *і*), то вихідна інструментальна поверхня складатиметься з двох конусів, на базі яких проектується кутіві фрези для обробки подібних деталей.

Рух поверхні D у будь-який момент часу може бути миттєвим обертанням навколо відповідної осі A . Сукупність осей A миттєвого обертання в системі, пов'язаній з поверхнею D , утворює аксоїд поверхні D . Тому для існування вихідної інструментальної поверхні і можливості обробки заданої поверхні D необхідно, щоб нормалі \bar{N} в усіх точках поверхні D перетинали її аксоїд.

При миттєвому гвинтовому русі геометрична інтерпретація умови існування вихідної інструментальної поверхні складніша і не така наочна.

У точці контакту нормаль до поверхні D повинна лежати в площині, перпендикулярній до вектора швидкості, який з віссю гвинтового руху складає кут ω_x , що дорівнює

$$\operatorname{tg} \omega_x = \frac{r_x}{h},$$

де r_x — відстань від точки поверхні D , що розглядається, до осі гвинтового руху; h — параметр гвинтового руху.

4.3. Умови контакту інструментальної поверхні з оброблюваною поверхнею без проникнення в тіло деталі

Вихідна інструментальна поверхня I та поверхня деталі D дотикаються одна одній вздовж характеристики E . Поверхня D обмежує тіло деталі, а поверхня I — вихідне тіло інструмента. Поверхня I , дотична до поверхні D , може розташуватися поза тілом деталі, тобто матиме місце зовнішній дотик спряжених поверхонь. У цьому випадку проникнення поверхні I в тіло деталі, а, отже, і зрізування частини матеріалу деталі не буде, ця поверхня D буде сформована відповідно до креслення.

Дотик спряжених поверхонь D та I може бути «внутрішнім», вихідна інструментальна поверхня, дотикаючись до поверхні деталі, проникає в тіло деталі і зрізує відповідні її частини. В результаті при обробленні формується деталь, розміри якої відрізняються від заданих креслень.

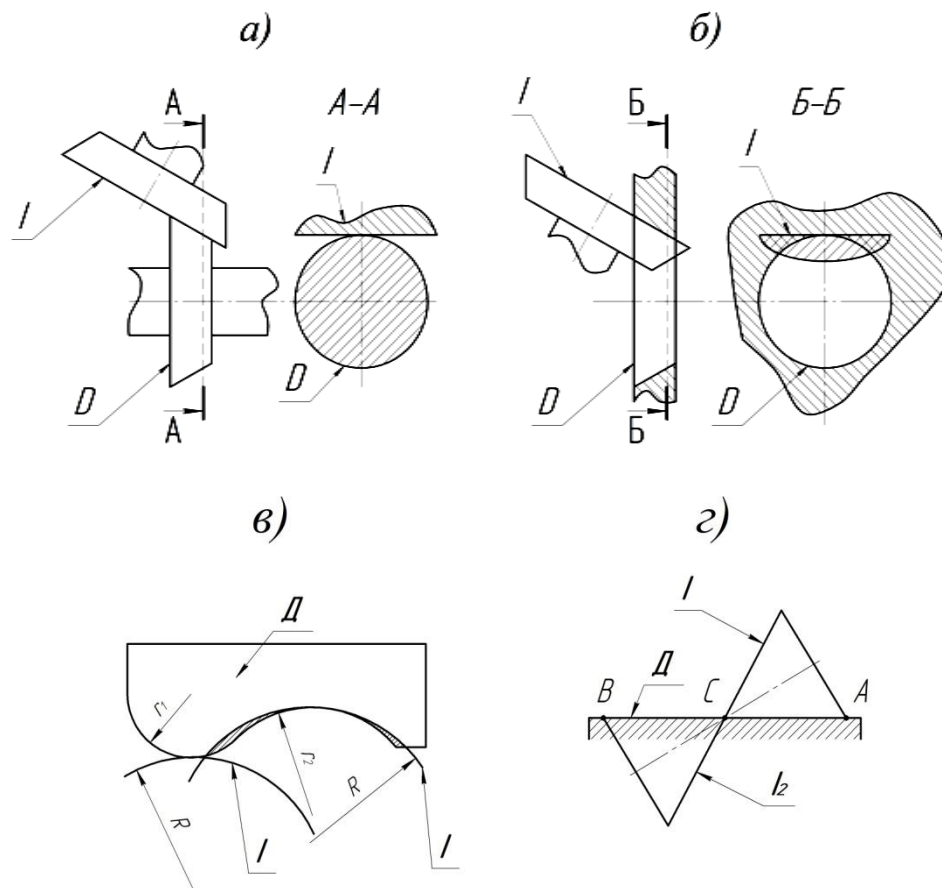


Рис. 4.2. Взаємне розташування спряжених поверхонь

Розглянемо, наприклад, оброблення конічної поверхні D за допомогою плоскої вихідної інструментальної поверхні I (рис. 4.2). Схема оброблення буде включати обертання конічної поверхні D , і, при необхідності, ковзання площини I «самої по собі». Спряжені поверхні D та I дотикаються одна одній по твірній конуса. При обробленні зовнішньої конічної поверхні у будь-якому розрізі I , перпендикулярному осі конуса, тобто в будь-якій точці характеристики, спостерігатиметься зовнішній дотик кіл поверхні D і прямих, розташованих на поверхні I (рис. 4.2, а). Таким чином, за допомогою площини I можна сформувати зовнішню конічну поверхню. Ця схема відповідає шліфуванню конусів торцевою площиною круга. Інша картина має місце при обробленні внутрішньої

конічної поверхні D (рис. 4.2, б). У цьому випадку в площинах I , перпендикулярних осі конуса, в будь-якій точці характеристики спостерігається внутрішній дотик спряжених поверхонь D та I . Площина I проникає в тіло деталі, і оброблення виявляється неможливим.

Розглянемо процес фрезерування кінцевою фрезою фасонного контуру (рис. 4.2, в), обмеженого двома колами. Одне коло обмежує випуклу частину профілю, а друге — ввігнуту частину, радіус якої дорівнює r . На випуклій частині контуру при будь-якому діаметрі круглої циліндричної поверхні I , що описується різальними кромками фрези при її обертанні, спостерігається дотик поверхонь D та I , та оброблення цієї ділянки поверхні D виявляється можливим відповідно до креслень.

Інша картина спостерігається при обробленні ввігнутої частини контуру. Якщо радіус круглого циліндра I менший радіуса r ввігнутої частини контуру, то має місце зовнішній дотик спряжених поверхонь I та D , і оброблення цієї ділянки виявляється можливим. Якщо ж радіус R циліндра I більший радіуса r частини контуру, то відбувається внутрішній дотик вихідної інструментальної поверхні I та поверхні D , та її оброблення відповідно до креслення неможливо. Причому в результаті оброблення зрізується не тільки частина матеріалу деталі з ввігнутим контуром, але й частина матеріалу, обмеженого випуклим профілем, тобто відбувається підрізання випуклої ділянки контуру деталі.

Розглянемо процес формоутворення площини D при заданому відносному русі, який зводиться до обертання площини D навколо осі OO (рис. 4.2, з). Вісь OO встановлюється похило до площини D . Характеристикою буде пряма AB — ортогональна проекція осі OO на площину D . Обертаючи характеристику AB навколо осі OO , отримаємо вихідну інструментальну поверхню I — конічну поверхню. На ділянці AC характеристики має місце зовнішній контакт спряжених поверхонь D та I , і оброблення відповідного профілю D виявляється можливим. На ділянці BC вихідна інструментальна поверхня I_2 торкається поверхні деталі з внутрішньої сторони і проникає в тіло деталі. Оброблення цієї ділянки поверхні деталі виявляється неможливим. У точці C змінюється сторона дотику поверхні деталі D і вихідної інструментальної поверхні I .

Розглянуті приклади показують, що при утворенні поверхні D за допомогою вихідної інструментальної поверхні може спостерігатися взаємне проникнення спряжених поверхонь D та I , і оброблення заданої поверхні деталі відповідно до креслення виявляється неможливим. При аналізі питання, яке розглядається, використовується метод перерізів. Спряжені поверхні D та I розтинаються площинами і спостерігається характер стикання спряжених профілів.

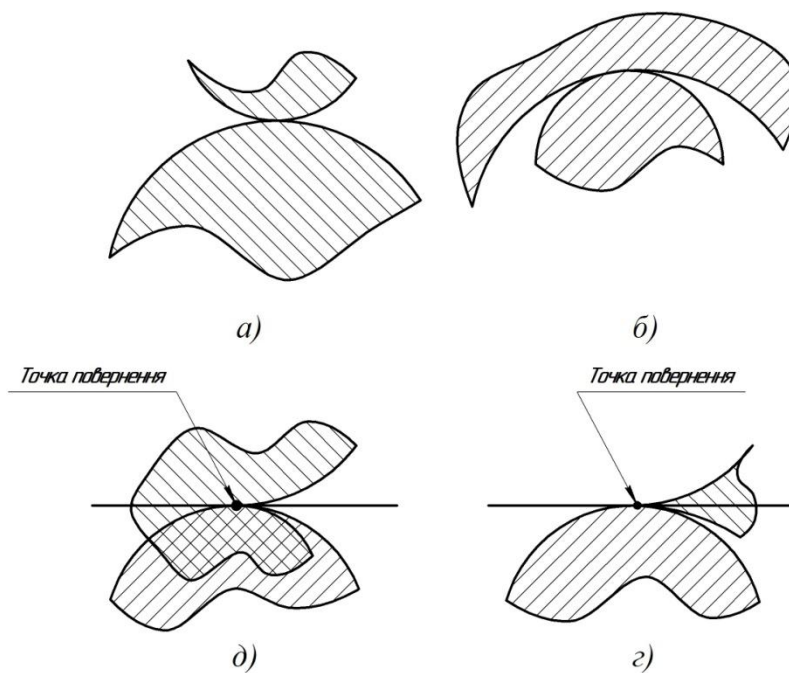


Рис. 4.3. Види контакту профілів, що стикаються

У січних площинах можуть спостерігатися різноманітні види контакту профілів, що дотикаються. При стиканні випуклого профілю з випуклим (рис. 4.3, а) проникнення спряжених профілів у зоні контакту не буде за будь-яких радіусів кривизни. Якщо випуклий профіль стикатиметься з ввігнутим (рис. 4.3, б), проникнення спряжених профілів не буде тоді, коли радіус кривизни ввігнутого профілю буде більшим за радіус кривизни випуклого.

Спряжені профілі можуть мати особливі точки — точки повернення, в яких змінюється сторона контакту спряжених профілів

(рис. 4.3, з). У цьому випадку практично прийнятий профіль буде обмежений точкою повернення.

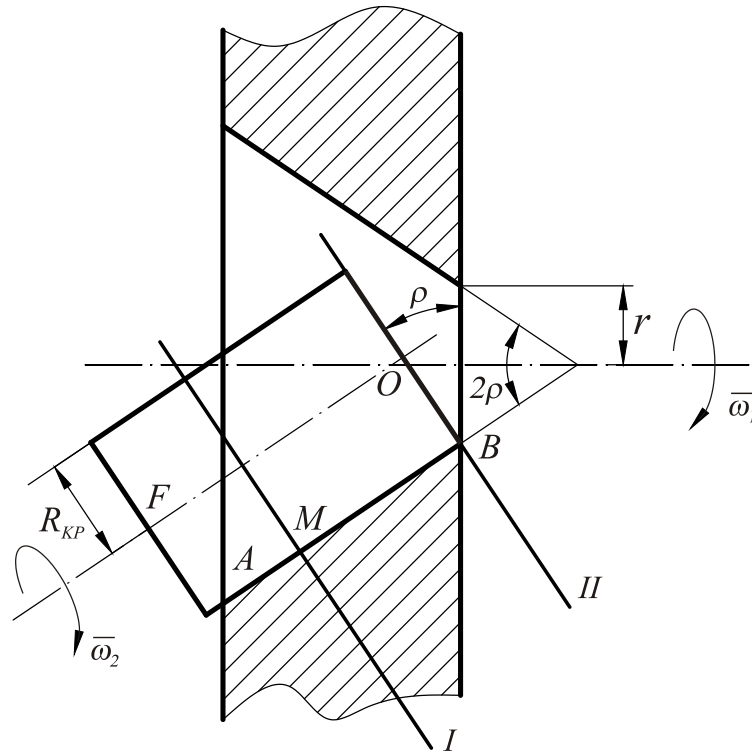


Рис. 4.4. Визначення діаметра циліндричного кола при шліфуванні конічної поверхні

Визначимо розміри циліндричного шліфувального кола при обробленні внутрішньої конічної поверхні (рис. 4.4). Схема формоутворення охоплює обертання конічної поверхні D навколо своєї осі та обертання інструмента навколо осі, яка паралельна твірній конуса і перетинає вісь конуса в точці O . Обертальний рух конуса навколо його осі приводить до ковзання поверхні D «самої по собі». Тому при визначенні обгинаючої вихідної інструментальної поверхні цей рух можна не враховувати. Тоді характеристикою при обертанні конуса навколо осі інструмента буде пряма AB , оскільки нормалі до конуса в точках цієї прямої перетинають вісь інструмента. Обертаючи пряму AB навколо осі інструмента OF , отримуємо вихідну інструментальну поверхню у формі круглого циліндра радіуса R_{KP} .

Для того, щоб дослідити характер стикання поверхонь D та I , проведемо ряд січних площин I, II, \dots , перпендикулярних прямій AB . Конічна поверхня D перетинатиметься з площинами I, II, \dots по еліпсах. Радіуси кривизни еліпсів у точках M і B будуть різними. У перерізі II радіус кривизни буде менший, ніж у перерізі I . Тому небезпека проникнення спряжених профілів найбільшою буде в перерізі II .

Радіус кривизни r_N еліпса в перерізі II за теоремою Меньє буде дорівнювати:

$$r_N = \frac{r}{\cos \rho}.$$

Для того, щоб не було проникнення спряжених профілів у перерізі II , радіус R_{KP} шліфувального круга повинен бути менше шліфувального радіуса r_N :

$$R_{KP} \leq \frac{r}{\cos \rho}.$$

За цією формулою визначають радіус циліндричного кола при обробленні внутрішньої конічної поверхні.

Внутрішню конічну поверхню можна сформувати також конічним шліфувальним кругом. Схема оброблення (рис. 4.5) охоплює обертання конічної поверхні та круга навколо своїх осей, які перетинаються в точці O . Кут між осями позначено β , кут при основі конуса — γ , половина кута при вершині $\rho = 90^\circ - \gamma$. При визначенні вихідної інструментальної поверхні обертання деталі навколо осі не враховується, оскільки воно призводить до ковзання конічної поверхні D «самої по собі». Вихідна інструментальна поверхня I визначається як обгинаюча при обертанні поверхні D навколо осі інструмента. Лінією контакту спряжених поверхонь D та I буде пряма A_1B_1 . Вона лежить в площині, в якій розташовуються осі поверхонь D та I . Нормалі до конічної поверхні D в точках лінії A_1B_1 перетинають вісь круга. При обертанні характеристики A_1B_1 навколо осі круга утворюється конічна вихідна інструментальна поверхня. В перерізах N_i , перпендикулярних до характеристики A_1B_1 , спостерігається стикання ввігнутого профілю деталі з випуклим профілем вихідної інструментальної поверхні.

Радіус R_N кривизни кінчної вихідної інструментальної поверхні у тому самому перерізі N_i :

$$R_N = \frac{R}{\cos[90^\circ - (\beta - \gamma)]} = \frac{R}{\sin(\beta - \gamma)},$$

де R — радіус вихідної інструментальної поверхні в точці B_1 профілю в перерізі II .

У граничному випадку радіуси r_N и R_N повинні бути рівними.

Отже:

$$\frac{R}{\sin(\beta - \gamma)} = \frac{r}{\sin \gamma}.$$

Звідси, максимально допустимий розмір радіуса R_{KP} , при якому формується кінчна поверхня D без підрізів дорівнюватиме:

$$R = r \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\sin \gamma}.$$

За цією формулою розраховують допустимий діаметр шліфувального круга при заточуванні протяжок.

Як було зазначено, спряжені профілі можуть мати особливу точку — точку повернення, яка є межею певної ділянки профілю. Якщо крива задана рівнянням $F(xy) = 0$, то координати особливої точки задовольняють рівняння:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 0; \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} &= 0. \end{aligned}$$

Якщо крива задана в параметричній формі, то в особливій точці матимемо:

$$\begin{aligned} x &= f_1(t); \\ y &= f_2(t); \\ \frac{\partial x}{\partial t} &= 0; \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= 0. \end{aligned}$$

Якщо крива, що розглядається, є обгинаючою сімейства кривих $f(x, y)=0$, то її особлива точка визначається системою рівнянь:

$$\begin{aligned} f(xyt) &= 0; \\ \frac{\partial f(xyt)}{\partial t} &= 0; \\ \frac{\partial^2 f(xyt)}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned}$$

При формуванні всіх можливих поверхонь D за допомогою поверхонь I може спостерігатися проникнення вихідної інструментальної поверхні не тільки в зоні контакту спряжених поверхонь, а й за межами цієї зони, а також при зближенні вихідної інструментальної поверхні та поверхні деталі при зрізуванні.

Для утворення поверхні деталі відповідно до креслення необхідно забезпечити такі умови, за яких було б відсутнє проникнення вихідної інструментальної поверхні в процесі обробки.

Взаємне розташування поверхні деталі D та вихідної інструментальної поверхні може змінюватися в процесі обробки.

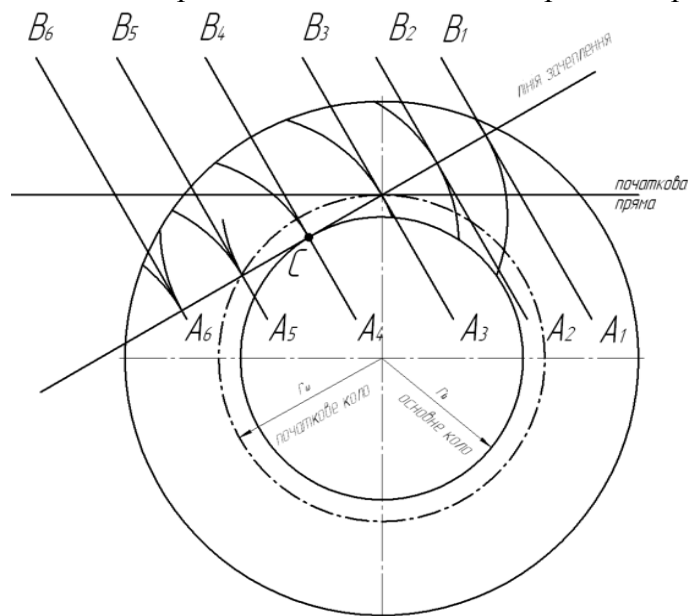


Рис. 4.6. Утворення рейки довбачем

Так, на рис. 4.6 зображено схему утворення бокової сторони рейки за допомогою зуборізного довбача. При цьому прямолінійний профіль торкається спряженого евольвентного профілю. В процесі оброблення початкова пряма, зв'язана з рейкою, котиться без ковзання по початковому колу, зв'язаного з довбачем. При цьому русі прямолінійний профіль поверхні D займає послідовні положення A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 , за яких спостерігається дотик спряжених випуклих профілів без взаємного проникнення. У положенні A_5B_5 спостерігається дотик спряжених профілів у точці повернення C .

Надалі спостерігається внутрішній дотик спряжених профілів. Тому межею можливої ділянки обробки профілю рейки буде точка M , яка стикається з точкою повернення C на профілі інструмента.

При формоутворенні всіх можливих поверхонь D за допомогою поверхонь I може спостерігатися проникнення вихідної інструментальної поверхні в тіло деталі не тільки в зоні контакту спряжених поверхонь, а й за межами цієї зони (див. рис. 4.4), й також при наближенні вихідної інструментальної поверхні деталі при врізанні. Подібне явище іноді спостерігається при обробленні довбачами коліс внутрішнього зачеплення. У ряді випадків зрізування частини зубів виникає ще до того, як вони були нарізані остаточно, тобто в процесі врізання довбача в заготовку.

Для утворення поверхні деталі відповідно до креслення необхідно забезпечити такі умови, за яких було б відсутнє проникнення вихідної інструментальної поверхні в тіло деталі в процесі оброблення.

Якщо дана умова не виконується, то за відомої схеми оброблення заданої поверхні деталі D необхідно змінити характер контакту зв'язаних поверхонь іншим розташуванням поверхні деталі відносно інструмента, іншими його габаритними розмірами та іншими конструктивними параметрами. Наприклад, при установці фрези відносно деталі обробка заданої поверхні канавки на ділянці C неможлива, оскільки в цій зоні при фрезеруванні спостерігається врізання початкової інструментальної поверхні в тіло деталі (рис. 4.7, *a*). Якщо ж змінити положення деталі відносно інструмента, повернувши її навколо своєї осі, (рис. 4.7, *б*) то взаємного врізання поверхонь D та I не буде, і деталь буде профрезерована відповідно до її заданих розмірів.

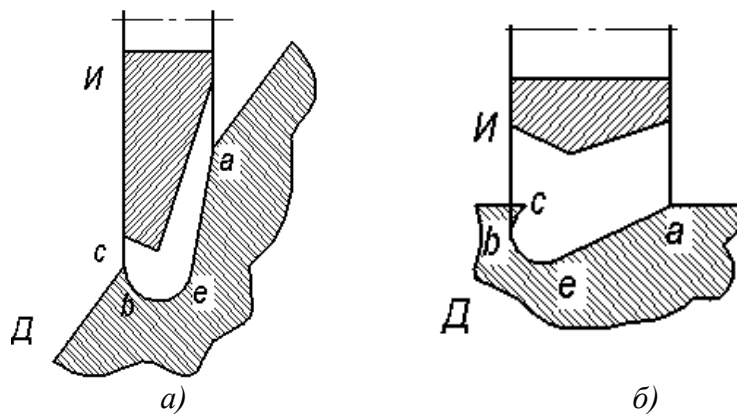


Рис. 4.7. Утворення канавки при фрезеруванні

У разі зіткнення випуклого профілю з ввігнутих відсутність врізання забезпечується або збільшенням радіусу кривизни ввігнутого профілю, або зменшенням радіусу ввігнутого профілю. Часто цього можна досягти зміною розмірів інструмента. Зменшення розмірів інструмента, як правило приводить до відповідного зменшення кривизни його профілю, а зростання — до підвищення. За наявності точки повернення на профілі інструмента слід прагнути до того, щоб вона обробляла крайню точку профілю деталі.

4.4. Умова неперетину суміжних ділянок вихідних інструментальних поверхонь

Оброблені поверхні деталі складаються з ряду суміжних ділянок. Наприклад, поверхня шліцьового вала складається з трьох ділянок: площин, що обмежують бокові сторони шліців, і циліндричних поверхонь, що обмежують вершини і впадини шліців. Вихідна інструментальна поверхня *l* також складається з ряду ділянок, спряжених з відповідними поверхні деталі. Суміжні ділянки вихідної інструментальної поверхні можуть перетинати одна одну (рис. 4.8, *а*), торкатися одна одної (рис. 4.8, *б*) або знаходитися одна від одної на певній відстані (рис. 4.8, *в*).

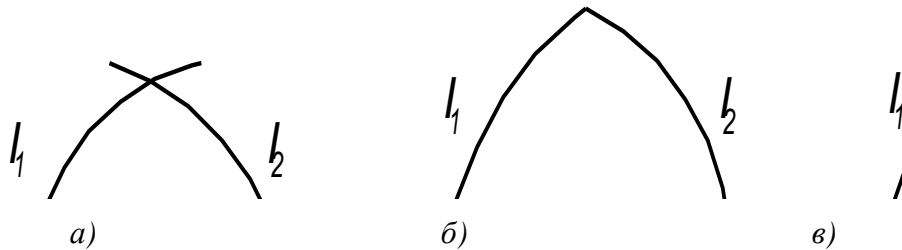


Рис. 4.8. Взаємне розташування суміжних ділянок вихідної інструментальної поверхні

Якщо суміжні ділянки вихідної інструментальної поверхні стикаються одна з одною або відстоять одна від одної на певній відстані, то при проектуванні інструмента вони можуть бути повністю відтворені. В результаті поверхня деталі буде оброблена відповідно до креслення без перехідних поверхонь на межах ділянок.

Інша картина спостерігається у тому випадку, коли суміжні ділянки початкової інструментальної поверхні перетинаються одна з одною. В цьому випадку на різальній частині інструмента практично не можна повністю створити суміжні ділянки початкової інструментальної поверхні. Тому ті зони поверхні деталі, які повинні були б формуватися нездійсненими в металі частинами ділянок початкової інструментальної поверхні, не будуть оброблені. У результаті на межі суміжних ділянок деталі утворюватимуться так звані перехідні поверхні, які створюються граничною лінією L перетину суміжних ділянок початкової інструментальної поверхні при її русі щодо заготовки. На перехідних поверхнях спостерігається їх кромкове зіткнення з початковою інструментальною поверхнею по лінії L .

Слід враховувати, що в деяких випадках фасонні поверхні деталей доцільно формувати граничною лінією перетину суміжних ділянок початкової інструментальної поверхні. Це іноді допомагає при відносно простій формі початкової інструментальної поверхні та лінії L обробляти складні фасонні поверхні. Цей спосіб часто поєднується з утворенням поверхні деталі початковою інструментальною поверхнею при їх взаємному торканні.

Розглянемо приклад обробки поверхні обертання (рис. 4.9). Прийmemo, що рух поверхні D відносно вихідної інструментальної поверхні буде прямолінійно-поступальним зі швидкістю \bar{V} , направленою під кутом до осі поверхні D .

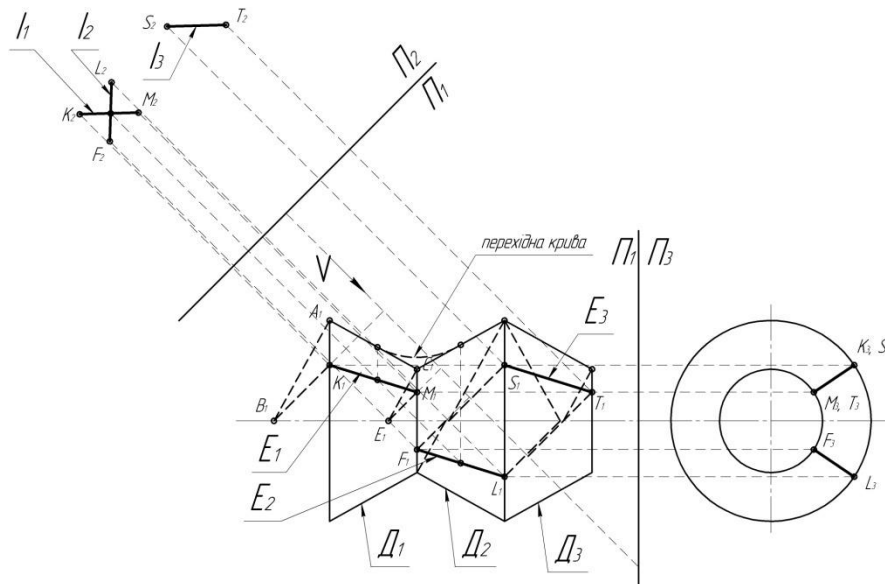


Рис. 4.9. Утворення поверхні обертання циліндричною поверхнею

Одночасно з цим, поверхня D обертається навколо своєї осі і ковзається «сама по собі».

У системі площини проєкцій H/V зображується поверхня деталі, яка складається з трьох ділянок $D_1 D_2 > D_3$. До поверхні D_1 проводимо в площині 3 нормалі $A_1 B_1$ і $C_1 E_1$ і обертаємо їх навколо деталі. З сукупностей утворених таким чином нормалей вибираємо нормалі BK і $E_1 M_1$ перпендикулярні до швидкості \bar{V} . Лінія KM буде характеристикою на ділянці D_1 . Аналогічно знаходяться характеристики FL і ST на ділянках D_2 і D_3 . Примушуючи профіль цієї поверхні проєктуватися в дійсну величину на площину W , перпендикулярну до швидкості \bar{V} .

Ділянки вихідної інструментальної поверхні I_1 і I_2 перетинають одна одну. Тому відтворити її повністю на вихідній інструментальній поверхні неможливо. Якщо відтворити ділянки I_1 і I_2 до лінії їх перетину, то на межі ділянок D_1 і D_2 буде утворено перехідну поверхню. Перехідна поверхня утворюється лінією перетину суміжних ділянок I_1 і I_2 при її обертанні навколо осі деталі. При обробці виступу поверхні обертання характеристики FL і ST на межі ділянок також мають розрив, і суміжні ділянки I_1 і I_2 вихідної інструментальної поверхні не перетинаються, а розміщуються одна від одної на певній

відстані. У цьому випадку на межі ділянок D_2 і D_3 перехідна поверхня не утворюється, обробка можлива без відхилень від креслення.

Обробка ділянок D_1 і D_2 без відхилень від креслення відбудеться у тому випадку, коли швидкість \bar{V} буде перпендикулярною до осі деталі. У цьому випадку характеристика буде лінією перетину поверхні деталі та площини, яка перпендикулярна швидкості \bar{V} і проходить через вісь деталі. Причому профіль вихідної інструментальної поверхні збігатиметься з профілем поверхні деталі. На межі ділянок спостерігатиметься дотик характеристик. Іншими словами на межі ділянок розриву характеристики не буде.

Розглянутий приклад показує, що не завжди відповідно до креслення можуть бути сформовані суміжні ділянки поверхні деталі.

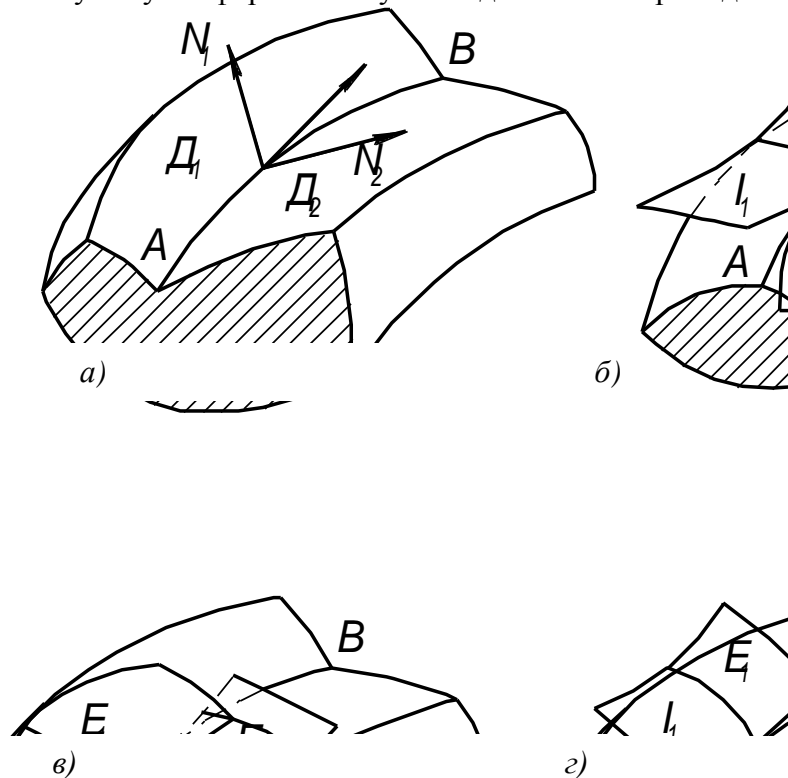


Рис. 4.10. Взаємне розташування ділянок поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні

Вважатимемо, що необхідно сформувати поверхню деталі, яка складається з двох ділянок D_1 і D_2 (рис. 4.10, а). Межею ділянок буде

лінія AB . У будь-якій точці лінії AB можна провести нормалі N_1 і N_2 відповідно до поверхонь D_1 і D_2 . Оскільки нормалі не збігаються одна з одною, у загальному випадку в точці лінії AB не виконуються одночасно умови контакту $N_1V = 0$ і $N_2V = 0$. Тому характеристики на лінії AB мають розрив. Якщо виконується обробка виступу на деталі (рис. 4.10, б), то суміжні ділянки I_1 і I_2 вихідної інструментальної поверхні, які дотикаються поверхні деталі за характеристиками E_1 і E_2 , розташовуються по обидва боки деталі. У цьому випадку I_1 і I_2 будуть віддалені одна від одної й оброблення заданої деталі можливо без відхилень від креслення. Інша картина спостерігається при формуванні впадини деталі (рис. 4.10, в).

Обидві ділянки I_1 і I_2 вихідної інструментальної поверхні розташовуються у впадині, торкаючись поверхні деталі в точках характеристик E_1 і E_2 . Характеристики мають розрив. Тому суміжні ділянки I_1 і I_2 , як правило, перетинатимуть одна одну, й на межі суміжних ділянок поверхні деталі утворюватиметься перехідна поверхня. Суміжні ділянки вихідної інструментальної поверхні не перетинають одна одну тоді, коли характеристики на межі ділянок поверхні деталі не мають розриву (рис. 4.10, г).

Це має місце тоді, коли вектор швидкості відносного руху спряжених поверхонь у точці M перетину характеристик з межею AB ділянок поверхні деталі спрямований по дотичній до AB або дорівнює нулю. У цьому випадку точка M розміщується одночасно в контактні незалежно від того, чи належить вона ділянці D_1 або ділянці D_2 поверхні деталі. Це пояснюється тим, що вектор швидкості \bar{V} у точці M перпендикулярний до обох нормалей N_1 і N_2 . Отже, в точці M дотримуються одночасно два рівняння контакту $N_1V = 0$ і $N_2V = 0$. У цьому випадку можлива обробка заданої поверхні деталі без перехідних поверхонь.

Суміжні ділянки вихідної інструментальної поверхні можуть розташовуватися одна в одній. Так, якщо вісь пальцевої фрези встановити несиметрично відносно бокових сторін оброблюваної впадини, то одна ділянка вихідної інструментальної поверхні розташовуватиметься всередині іншої, й оброблення деталі відповідно до креслення буде неможливим. Якщо в процесі оброблення змінюється взаємне розташування поверхонь D та I , то характеристика може змінювати своє положення на поверхні деталі D у процесі

обробки, тому формування різних ділянок поверхні деталі може проходити послідовно.

Аналіз показує, що задача визначення вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з поверхнею деталі, з урахуванням умов формоутворення, має багато допустимих рішень.

Із сукупності можливих вихідних інструментальних поверхонь, що забезпечують формування обробленої поверхні деталі з потрібною точністю, необхідно прийняти для практичного використання таку, на основі якої можна було б спроектувати прогресивний інструмент, що оброблятиме деталі з високою продуктивністю при малій собівартості.

Контрольні запитання

1. В чому полягає перша умова формоутворення?
2. Яким чином можна впливати на першу умову формоутворення за відомої оброблюваної поверхні?
3. В чому полягає друга умова формоутворення?
4. Перерахуйте типи спряжених профілів та охарактеризуйте, за яких умов при різних типах профілів виконується друга умова формоутворення.
5. Чи можна довільно вибирати діаметр циліндричного шліфувального круга при обробленні внутрішньої конічної поверхні?
6. Чи можна довільно вибирати діаметр конічного шліфувального круга при обробленні внутрішньої конічної поверхні?
7. В чому полягає третя умова формоутворення?
8. Небезпека появи перехідних кривих має місце при обробленні на деталях впадин чи виступів?
9. Яких умов необхідно дотримуватися для того, щоб в процесі формоутворення не було перехідних кривих?

РОЗДІЛ 5

КІНЕМАТИКА ФОРМОУТВОРЕННЯ

5.1. Принципові кінематичні схеми обробки

Процес обробки деталей різанням полягає у взаємодії заготовки та інструменту, що здійснюють певні рухи у просторі. Для того, щоб охарактеризувати різноманітні методи оброблення деталей, необхідно класифікувати їх згідно з рухами, які здійснюються інструментом і заготовкою на верстаті, їх швидкістю, напрямом у просторі і т. д. Вказані параметри впливають на протікання процесу різання та формування обробленої поверхні деталі. Наприклад, при протягуванні поступальний рух протяжки може відбуватися у горизонтальному та вертикальному напрямках. Відповідно до напрямку руху інструменту застосовують горизонтально-протяжні та вертикально-протяжні верстати. Відносний рух інструменту та заготовки у даному випадку одне і те саме. Але умови протягування на даних верстатах різні. Зокрема, під дією власної маси протяжка на горизонтально-протяжному верстаті буде згинатися, у той час, як на вертикально-протяжному верстаті, вона буде розтягатися. Площі, необхідні для установки верстата, при вертикальному та горизонтальному компонуванні — різні. Розрізняються також умови роботи свердла на токарних та свердлильних верстатах. Відносний гвинтовий рух свердла та заготовки однаковий, але він забезпечується різними поєднаннями рухів інструменту та деталі. Класифікація принципів схем обробки була розроблена академіком АН Латвійської ССР проф. Г. І. Грановським. Схеми оброблення він назвав *кінематичними схемами різання*. Вони відображають абсолютні рухи, що надаються у процесі різання механізмом верстата інструменту та оброблюваній заготовці. Рух холостих циклів, під час яких інструмент та заготовка не стикаються один з одною, принципівими кінематичними схемами різання не виражаються. Всі принципіві кінематичні схеми різання, за якими здійснюється обробка різанням, засновані на поєднаннях прямолінійно-поступального та обертального рухів. Кількість рухів, що використовується в кінематичній схемі різання, різниться. Залежно від цього, кінематичні схеми різання класифікуються по групах.

До *першої групи* належить один прямолінійних рух. Але даний рух може відбуватися у різних напрямках (вертикальному, горизонтальному або похилому). У цьому проявляється своєрідність схеми. Різноманітні варіанти схем потрібні для устаткування, що відрізняється один від одного компонентування окремих вузлів.

Друга група охоплює два прямолінійні рухи, які можна надати як інструменту, так і деталі. Результат обох рівномірних прямолінійних рухів буде також рівномірним прямолінійним рухом, напрям якого в просторі залежить від напрямку швидкостей складових рухів та їх співвідношенням. Прикладом даних схем є розрізання металів стрічковими пилами та ножівками.

Третя група, ґрунтуючись на одному обертальному русі інструменту чи заготовки, не має широкого практичного вживання. Вона використовується, наприклад, при круговій протяжці сегментів на столі, що обертається.

Четверта група поєднує два рухи: прямолінійний та обертальний. Схеми четвертої групи ще на початку ери розвитку техніки знайшли практичне вживання. На них засновані такі розповсюджені методи оброблення, як точіння, фрезерування, свердлування, зенкерування, розвертання, нарізання різьби різцями, мітчиками, плашками, гребінками, протяжка гвинтових пазів та інше.

Різноманітність методів оброблення у даному випадку досягається за рахунок взаємної комбінації рухів, що здійснюються інструментом чи заготовкою, зміною співвідношення величин швидкостей, складових рухів та їх взаємного розташування.

П'ята група заснована на поєднанні двох обертальних рухів. До схем цієї групи належать такі методи оброблення, як зовнішня протяжка тіл обертання спіральними протяжками, фрезерування тіл обертання, зубофрезерування черв'ячними фрезами черв'ячних коліс та інше.

Шоста група кінематичних схем різання заснована на двох прямолінійних та одному обертальному русі; *сьома група* — на двох обертальних та одному прямолінійному русі; *восьма група* — на трьох обертальних рухах. До цих груп, заснованих на поєднанні трьох рухів, належать такі методи обробки, як затилування різальних інструментів, фрезерування гвинтових канавок, зубодовбання циліндричних косозубих зубчастих коліс, фрезерування черв'ячними фрезами

циліндричних зубчастих коліс, нарізання конічних циліндричних зубчастих коліс різцевими головками та інші.

Є змога побудови кінематичних схем різання при поєднанні чотирьох та більшої кількості рухів.

5.2. Кінематичні схеми формоутворення поверхонь деталей

Проектування різальних інструментів охоплює визначення вихідних поверхонь I , спряжених з поверхнею D деталі, та перетворення тіла, обмеженого поверхнею I , у працездатний різальний інструмент. Визначаючи вихідну поверхню та відповідні різальні інструменти, необхідно розглядати різні варіанти рухів поверхні деталі D відносно інструменту.

Сукупність рухів поверхні деталі відносно інструмента вважатимемо кінематичною схемою формоутворення.

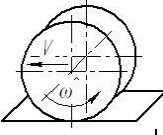
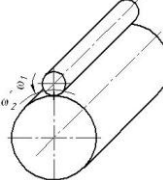
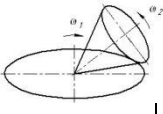
З погляду процесу формоутворення немає різниці якими поєднаннями рухів заготовки та інструменту отримано на верстаті відносний рух. Так, при свердленні отворів на токарному та свердлильному верстаті форма оброблюваної поверхні деталі виходить ідентичною, хоча гвинтовий рух свердла відносно заготовки забезпечується при цьому різним поєднанням рухів інструмента та деталі.

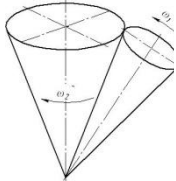
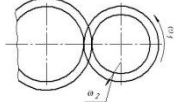
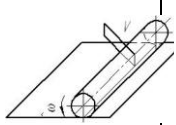
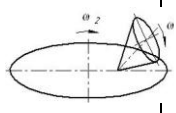
Обираючи різні рухи поверхні D відносно інструмента при визначенні вихідної поверхні I , можна утворювати різні кінематичні схеми формоутворення. На практиці отримали розповсюдження схеми формоутворення, засновані на прямолінійно-поступальному та обертальному рухах та їх поєднаннях.

Можливі схеми формоутворення, засновані на поєднанні двох рівномірних рухів поверхні деталі D відносно інструменту (прямолінійно-поступального та обертального), наведені у таблиці 5.1. Схеми формоутворення, що поєднують велику кількість елементарних рухів, на практиці використовують рідко.

Таблиця 5.1

Схеми формоутворення поверхонь, засновані на поєднанні двох рівномірних рухів: прямолінійно-поступального та обертового

Клас схеми	Тип схеми	Складові рухи виробу та інструменту, що враховуються при профілюванні	Сумарний миттєвий рух	Представлення відносного руху за допомогою аксоїдів	Ескіз взаємного розташування аксоїдів	Аксоїди	
						інструменту	виробу
0	1	Немає					
I	1	Поступальний	Поступальний		—	Пряма	Пряма
I	2	Обертовий	Обертовий		—	Пряма	Пряма
I	3	Гвинтовий	Гвинтовий		—	Пряма	Пряма
II	1	Обертовий та поступальний, швидкість якого перпендикулярна до осі обертання	Обертовий	Кочення циліндра по площині		Площина	Циліндр
II	2	Два обертання навколо осей (виключаючи декілька обертань)	Обертовий	Кочення циліндра по циліндру		Циліндр	Площина
II	3	Два обертання навколо осей, що перетинаються (кут між віссю миттєвого обертання та віссю одного із складових обертань — прямою)	Обертовий	Кочення конусу по площині		Циліндр	Циліндр

Клас схеми	Тип схеми	Складові рухи виробу та інструменту, що враховуються при профілюванні	Сумарний миттєвий рух	Представлення відносного руху за допомогою аксоїдів	Ескіз взаємного розташування аксоїдів	Аксоїди	
						інструменту	виробу
II	4	Два обертання навколо осей, що перетинаються	Обертальний	Кочення конусу по конусу		Конус	Площина
II	5	Декілька обертань	Поступальний	Ковзання кільця по кільцю		Площина	Конус
II I	1	Обертальний та поступальний, швидкість якого направлена під кутом до осі обертання	Гвинтовий	Кочення із ковзанням циліндра по площині		Кільце	Кільце
II I	2	Два обертання осей, що схрещуються (кут між однією з осей обертання та віссю результуючої прямої гвинта. Вісь миттєвого гвинта та вісь обертання – прями, що перетинаються)	Гвинтовий	Кочення із ковзанням конуса по площині		Конус	Площина
						Площина	Конус

Клас схеми	Тип схеми	Складові рухи виробу та інструменту, що враховуються при профілюванні	Сумарний миттєвий рух	Представлення відносного руху за допомогою аксоїдів	Ескіз взаємного розташування аксоїдів	Аксоїди	
						інструменту	виробу
II I	3	Два обертання навколо осей, що схрещуються	Гвинтовий	Кочення із ковзанням гіперболоїда по гіперболоїду		Гіперболоїд	Гіперболоїд

До *нульового класу* належать кінематичні схеми формоутворення, за яких вихідна поверхня збігається з поверхнею деталі, наприклад, процеси протягування, нарізання різьб мітчиками тощо. У цьому випадку рух поверхні деталі D відносно інструменту зводиться до її переміщення «самої по собі», завдяки чому створюється відповідна швидкість різання. Проте при визначенні вихідної інструментальної поверхні цей рух не враховується.

До *першого класу* належать ті кінематичні схеми формоутворення, за яких рух поверхні деталі D відносно інструменту буде прямолінійно-поступальним, обертальним або гвинтовим. Ці схеми характеризуються тим, що в них рухливий та нерухливий аксоїди збігаються один з одним і перетворюються на пряму, яка є відповідно віссю поступального чи обертального руху, або віссю гвинтового руху. *Перший клас охоплює три типи кінематичних схем формоутворення.* Перший тип схем має прямолінійно-поступальний рух D/I . До цієї схеми формоутворення належать процеси протягування зовнішніх поверхонь обертання, точіння фасонних поверхонь обертання тангенційними фасонними різцями з прямолінійним рухом подачі. Другий тип схем даного класу відповідає обертальному руху D/I . За цією схемою здійснюється фрезерування фасонних циліндричних, гвинтових поверхонь, поверхонь обертання дисковими фрезами. Третій тип відповідає гвинтовому руху D/I . Прикладом даного типу схем є фрезерування черв'ячними фрезами прямозубих зубчастих рейок. Типи схем у першому класі розташовані в такому порядку, коли попередня схема є

окремим випадком наступної схеми. Так, наприклад, схеми першого типу можна розглядати як окремі випадки схем другого типу, оскільки поступальний рух можна розглядати як окремий випадок обертального руху, при якому вісь обертання віддалена в нескінченність.

Кінематичні схеми формоутворення вважаються схемами *другого класу*, якщо вихідний відносний рух D/I буде миттєвим обертальним або миттєвим поступальним рухом. До другого класу належать чотири типи кінематичних схем формоутворення, за яких аксоїди деталі та інструменту обкочуються один по одному без ковзання. Аксоїдами можуть бути циліндр і площина, циліндр і циліндр, конус і площина, конус і конус. Прикладом подібних схем формоутворення можуть слугувати процеси оброблення зубчастих коліс довбачами, гребінками та інші. У цьому випадку, коли аксоїди мають різну форму, можливі два варіанти схем формоутворення залежно від того, який з аксоїдів прийнятий за аксоїд інструменту, а який за аксоїд деталі. Наприклад, якщо аксоїдами будуть циліндр та площина, то за аксоїд інструменту можна прийняти циліндр, а за аксоїд деталі — площину. Це відповідає обробленню зуборізної рейки довбачем. Якщо ж аксоїдом інструменту буде площина, а аксоїдом деталі — циліндр, то це відповідатиме обробленню зубчастих коліс гребінками.

До цього самого класу належить схема формоутворення, в якій відносний рух буде миттєвим поступальним рухом, що є результатом двох обертань навколо паралельних осей з рівними та однаково направленими кутовими швидкостями. У схем другого класу зазначені відносні рухи D/I є результатами двох обертів навколо осей, що паралельні або перетинаються. При цьому схема, що відповідає коченню без ковзання циліндра по площині, може розглядатися як результат двох обертань навколо паралельних осей. При цьому поступальний рух можна вважати граничним випадком обертання, а площину — циліндром нескінченно великого радіусу.

Третій клас кінематичних схем формоутворення характеризується тим, що відносний рух D/I є миттєвим гвинтовим рухом. До третього класу належать три типи кінематичних схем формоутворення, за яких аксоїди обкочуються один по одному із ковзанням.

Аксоїдами можуть бути циліндр та площина, конус та площина, гіперболоїд та гіперболоїд. У схем третього класу відносний миттєвий

гвинтовий рух D/I є результатом двох обертань навколо мимобіжних осей.

Схема формоутворення, заснована на поєднанні двох обертань навколо мимобіжних осей відносний рух за якою може бути представлено як кочення із ковзанням гіперболоїда по гіперболоїду, є найбільш загальною.

Всі раніше розглянуті схеми є окремими випадками цієї схеми, що отримуються при визначених окремих положеннях осі обертання і відповідних величинам кутових швидкостей. Прикладом типу схем формоутворення, що розглядається, може слугувати фрезерування черв'ячними фрезами циліндричних зубчастих коліс та інших деталей.

Слід зазначити, що не порушуючи кінематичну схему формоутворення, тобто не порушуючи характер зіткнення поверхні деталі D і вихідної інструментальної поверхні I , можна надати поверхням D та I рух ковзання «самих по собі». Рух вихідної поверхні I «самої по собі» може бути викликано прагненням забезпечити відповідні режимні умови роботи інструмента. Наприклад, при зубодовбанні на верстатах з паралельними осями деталі та інструмента до схеми формоутворення належить обкочення двох спряжених коліс, одно з яких відповідає довбачу, а інше — деталі. Для досягнення ж відповідної швидкості різання інструменту надають обернено-поступальні рухи ковзання його вихідної поверхні «самої по собі». У деяких випадках, як приклад, при обробленні зубчастих коліс довбачами з похилою віссю, виявляється доцільним для забезпечення визначеної швидкості різання надати поверхні деталі рух ковзання «самої по собі». Можуть бути такі випадки, коли потрібні режимні умови роботи інструменту забезпечуються як ковзанням вихідної поверхні I «самої по собі», так і рухом поверхні деталі «самої по собі». Рухи ковзання поверхні деталі «самої по собі» інколи доводиться вводити в схему обробки для того, щоб забезпечити повне оброблення поверхні деталі D на усій її довжині. Характер цих рухів визначається в результаті аналізу умов контактування поверхні деталі D та вихідної інструментальної поверхні I .

У випадку, коли поверхні I та D збігаються, забезпечується повне оброблення поверхні D без додаткових рухів.

Найчастіше у зазначеному випадку схем формоутворення нульового класу здатність зрізати матеріал надається вихідній поверхні за рахунок ковзання «самої по собі» вихідної поверхні чи поверхні

деталі, завдяки чому забезпечується задана швидкість різання. При лінійному контакті поверхонь I та D може мати місце такий випадок, коли характеристики E , відповідні різним моментам часу, повністю заповняють поверхню D . Тому немає потреби вводити додаткові рухи в схему формоутворення для повного утворення заданої поверхні деталі D . Це має місце, наприклад, при накочуванні різьби плоскими плашками. Характеристики E можуть займати незмінне положення на поверхні D або утворювати її невелику зону. У такому випадку, щоб забезпечити повне оброблення поверхні D , необхідно надати їй рух ковзання «самої по собі». Цей додатковий рух повинен призводити до ковзання характеристики E по поверхні деталі D та її повному утворенню. Причому зазначений додатковий рух поверхні деталі «самої по собі» відносно вихідної поверхні I може бути здійснено на верстаті як за рахунок руху заготовки, так і за рахунок зворотнього руху інструменту, або за рахунок відповідних рухів інструмента та заготовки. Додатковий рух можна обрати таким чином, що характеристика E буде ковзати «сама по собі». Подібний додатковий рух не приведе до повного утворення поверхні деталі й буде некорисним. Необхідність його введення викликається іншими міркуваннями, а саме, прагненням ввести у зіткнення із заготовкою нові незношені ділянки вихідної поверхні. Це має місце, наприклад, при діагональному фрезеруванні зубчастих коліс черв'ячними фрезами, коли черв'ячна фреза у процесі різання зміщується вздовж власної осі, завдяки чому у роботу послідовно вступають нові зубці інструменту.

Додатковий рух ковзання поверхні D «самої по собі» (для формування поверхні D) може бути кінематично не зв'язаним з іншими рухами, оскільки він не впливає на характер зіткнення поверхонь I та D . Прикладом схем формоутворення, коли характеристика E займає незмінне положення на поверхні деталі D , є фрезерування. При фрезеруванні вихідна інструментальна поверхня є поверхнею обертання, вісь якої збігається з віссю фрези. Вона визначається як обгинаюча поверхня, що утворюється в результаті відносного обертального руху поверхні деталі навколо своєї осі. Але якщо при реальному обробленні здійснити тільки обертальний рух інструменту відносно заготовки, то отримати оброблену поверхню D неможливо. У даному випадку можна створити на деталі тільки одну лінію — характеристику E дотику поверхонь I та D .

Для того, щоб утворити всю поверхню D деталі, необхідно лінію E змусити переміщатися вздовж поверхні D . Іншими словами, необхідно здійснювати разом з обертальним рухом також і рух подачі, тобто рух ковзання поверхні D «самої по собі». При обробленні прямих канавок це буде гвинтовим рухом.

При точковому контакті поверхонь D та I точка контакту K може займати незмінне положення на поверхні D . У цьому випадку додатковий рух має бути складним, та складатися не менш ніж із двох елементарних рухів. У результаті одного з рухів точка K опише на поверхні D тільки одну лінію, яка при другому русі опише повністю поверхню D . Проте на практиці такий випадок зустрічається дуже рідко. Найчастіше точка контакту K у різні моменти оброблення займає різні положення на поверхні деталі D та формує в цьому випадку лінію λ на поверхні D . Тоді для повного утворення поверхні деталі достатньо примусити лінію λ ковзати по поверхні деталі. Так, при шевінгуванні зубчастих коліс дисковим шевером спостерігають точковий контакт поверхонь D зубів оброблюваного колеса та вихідної поверхні I . Однак точка контакту не залишається нерухомою на поверхні зубів, а переміщується по ній, формуючи одну лінію на поверхні D , що йде від головки до ніжки зуба. Тому, для того щоб обробити всю поверхню, у схему формоутворення вводять прямолінійно-обертальний рух, направлений вздовж осі заготовки, в результаті якого поверхня D зубів ковзає «сама по собі», і контактна лінія λ повністю формує поверхню зубів.

Таким чином, при точковому контакті поверхонь I та D схеми формоутворення повинні включати рухи ковзання поверхні D «самої по собі». Тому, використовуючи дані схеми формоутворення при точковому контакті поверхонь D та I , неможливо обробити складні поверхні, які не допускають ковзання «самих по собі». Щоб забезпечити поступове зрізування матеріалу заготовки, часто в реальних умовах обробки не одразу вводять в контакт поверхні D та I , а здійснюють відносно повільне зближення поверхонь D та I , тобто кінематичну схему формоутворення доповнюють рухами врізання.

Знаючи відносні рухи заготовки та інструменту в процесі оброблення, тобто знаючи кінематичну схему формоутворення, необхідно вирішити такі питання для здійснення процесу різання:

- як отримати на верстаті ці відносні рухи?
- які рухи необхідно надати безпосередньо інструменту?

- які рухи необхідно надати заготовці?

Вирішення цієї задачі не однозначне. Наприклад, при струганні площин можна змусити деталь рухатися поступально, як це має місце на поздовжньо-стругальних верстатах. А можна цей рух надати інструменту, що має місце на поперечно-стругальних верстатах. Хоча в обох випадках схема формоутворення буде однаковою.

Принципові кінематичні схеми різання не тотожні принципівим кінематичним схемам верстата, вони не включають рухів холостих циклів. Ускладнюючи принципіву кінематичну схему різання введенням необхідних рухів управління та допоміжних рухів, пов'язаних з транспортуванням та затиском заготовки, зняттям та транспортуванням готових виробів, установкою, підведенням і відведенням інструменту і т. д., створюємо принципіву кінематичну схему металорізального верстата. Кожний окремо заданий виконуючий рух, що відповідає принципівій кінематичній схемі верстата, здійснюється кінематичною виконавчою групою. Група складається з трьох обов'язкових елементів: виконуючого органа, джерела руху и зв'язків між ними, які можуть бути механічними, включаючи вали, зубчасті колеса та інші механізми, а також гідравлічні, пневматичні, електричні тощо. У різних кінематичних групах реального верстата можуть бути одні і ті самі елементи. Наприклад, всі групи верстата можуть здійснювати рух від одного електродвигуна і т. п. Сукупність кінематичних груп буде реальною кінематичною схемою металорізального верстата. Вона буде насамперед залежати від кількості та характеру об'єднаних груп та їх призначення.

Таким чином, кінематична структура верстата складається з:

- визначення схеми формоутворення, що забезпечує оброблення заданої поверхні деталі;
- розроблення принципівої кінематичної схеми різання та уточнення рухів, що здійснюються інструментом та заготовкою у процесі оброблення, які забезпечували б необхідні відносні рухи D/I , що передумовлені обраною схемою формоутворення;
- проектування принципівої кінематичної схеми верстата шляхом введення в кінематичну схему різання рухів холостих ходів виконуючих органів:

- детальною розробкою кінематичної структури верстата як сукупності необхідних кінематичних груп, які забезпечують задані параметри створюваного виконавчого руху.

Таким чином, проектуючи кінематичну схему реального металорізального верстата, необхідно в першу чергу уточнити схему формоутворення, яка повинна бути покладена в основу розроблюваної схеми. Якщо верстат проектується як багатоінструментальний, необхідно уточнити схему формоутворення для роботи кожного інструменту, тобто для обробки кожної заданої поверхні D виробу. Тому важливою є задача визначення можливих форм оброблюваних поверхонь D за різних кінематичних схем їх формоутворення.

Розглянемо схему формоутворення першого класу, до якої належить обертальний рух поверхні D відносно інструмента. При миттєвому обертальному русі поверхні D навколо осі B характеристика буде ортогональною проекцією осі B на поверхню D . У системі XYZ , що зв'язана з деталлю, при застосуванні схеми формоутворення першого класу, розташування осі B не буде змінюватися відносно поверхні D . Тобто, при зазначеній схемі формоутворення можна оброблювати тільки ті поверхні, що допускають ковзання «самих по собі».

Аналогічна картина спостерігається й при інших схемах формоутворення першого класу. Так, при миттєвому гвинтовому русі характеристика E є геометричним місцем точок на поверхні D , в яких нормаль до поверхні D складає кут ε з віссю миттєвого гвинта:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{p}{r},$$

де p — параметр гвинтового руху; r — найкоротша відстань між нормаллю до поверхні D і віссю миттєвого гвинта.

У системі XYZ , зв'язаної з поверхнею деталі, при використанні схеми формоутворення першого класу вісь гвинтового руху та його параметр залишаються незмінними. Тому на поверхні D характеристика E займатиме одне майже визначене положення. Звідси для повного утворення поверхні D їй необхідно надати рух ковзання «самої по собі». Отже, кінематичні схеми формоутворення першого класу допомагають оброблювати фасонні циліндричні поверхні, поверхні обертання та гвинтові поверхні постійного кроку, що допускають ковзання «самих по собі».

Перший клас схем формоутворення не забезпечує обробку складних фасонних поверхонь з твірними змінного типу. Кінематичні схеми формоутворення другого і третього класу мають аксоїди у формі поверхонь. У цьому випадку вісі відповідного миттєвого відносного руху D/I змінюватимуть своє положення у системі координат ZYX , безперервно пов'язаною з поверхнею деталі D . Тому характеристика E може мати змінну форму. Її можна розглядати як своєрідну проекцію осі миттєвого руху на поверхню D . Якщо змінити положення осі, то в загальному випадку її проекція на поверхню D також змінить своє положення. З цього випливає важливий для практики висновок, що кінематичні схеми формоутворення другого та третього класів дають змогу обробляти всілякі поверхні, як ті, що допускають ковзання «самих по собі», так і складні фасонні поверхні з твірними змінного виду.

Контрольні запитання

1. Чим характеризується перший клас схем формоутворення?
2. Чим характеризується другий клас схем формоутворення?
3. Чим характеризується третій клас схем формоутворення?
4. Які рухи можна додатково вводити в схему формоутворення, не порушуючи характеру дотику вихідної інструментальної поверхні та поверхні деталі?
5. Чи можна утворити складні фасонні поверхні з твірними змінного виду при схемах формоутворення першого класу?
6. Назвіть поверхні, які можна утворити за схемами формоутворення першого класу.
7. Яким чином можна трансформувати схему формоутворення другого класу?

РОЗДІЛ 6

СПРЯЖЕНІ ПОВЕРХНІ ПРИ СХЕМАХ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПЕРШОГО КЛАСУ

6.1. Загальні відомості

Схеми формоутворення першого класу дають змогу обробляти тільки ті поверхні, які допускають ковзання «самих по собі». До таких поверхонь належать площини, що ковзають «самі по собі» при обертанні навколо перпендикулярної осі і при прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} , яка йде паралельно площині. Фасонні циліндричні поверхні ковзають «самі по собі» при прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} , яка йде паралельно прямолінійним твірним цієї поверхні.

Поверхні обертання ковзають «самі по собі» при обертанні навколо своєї осі. Гвинтові поверхні постійного кроку ковзають «самі по собі» при гвинтовому русі, вісь якого збігається з віссю гвинтової поверхні. Параметр r гвинтового руху дорівнює параметру гвинтової оброблюваної поверхні.

Третій тип схем формоутворення, при якому рух поверхні деталі відносно інструмента є гвинтовим, на практиці широко не розповсюджений.

За зазначених схем формоутворення першого класу, для того щоб обробити поверхню деталі D , поряд з рухами, що відповідають заданій схемі формоутворення, поверхні деталі D надається рух ковзання «самої по собі». Так, наприклад, при фрезеруванні циліндричних поверхонь кінематичній схемі обробки належать обертання фрези навколо своєї осі і прямолінійно-поступальний рух подачі вздовж твірних поверхні деталі.

При визначенні вихідної інструментальної поверхні, як обгинаючої поверхні деталі, рух подачі не враховується, оскільки він приводить до ковзання циліндричної поверхні деталі «самої по собі». Таким чином, у зазначеному випадку вихідна інструментальна поверхня буде обгинаючою поверхні деталі при її обертанні навколо осі інструмента.

Схеми формоутворення першого класу допомагають оброблювати багатозубні деталі, обмежені рядом поверхонь обертання, циліндричних чи гвинтових.

Так, наприклад, мітчик має ряд прямих канавок, обмежених фасонними циліндричними поверхнями обертання. Оброблення подібних деталей за схемами формоутворення першого класу здійснюється методом ділення. Після оброблення однієї поверхні виконується процес ділення, тобто переміщується заготовка відносно інструмента для оброблення наступної поверхні деталі. Якщо конструкція верстата дає змогу, можна застосувати набори інструментів, кожний з яких оброблює відповідну поверхню деталі.

6.2. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при прямолінійно-поступальному русі

Фасонні циліндричні поверхні при прямолінійно-поступальному русі деталі інструмента (D/I) оброблюються струганням і протягуванням. У цьому випадку швидкість руху D/I збігається з твірними фасонної циліндричної поверхні. Тому у результаті руху D/I поверхня деталі ковзає «сама по собі» і вихідна інструментальна поверхня (I) збігається з поверхнею деталі (D) (рис. 6.1).

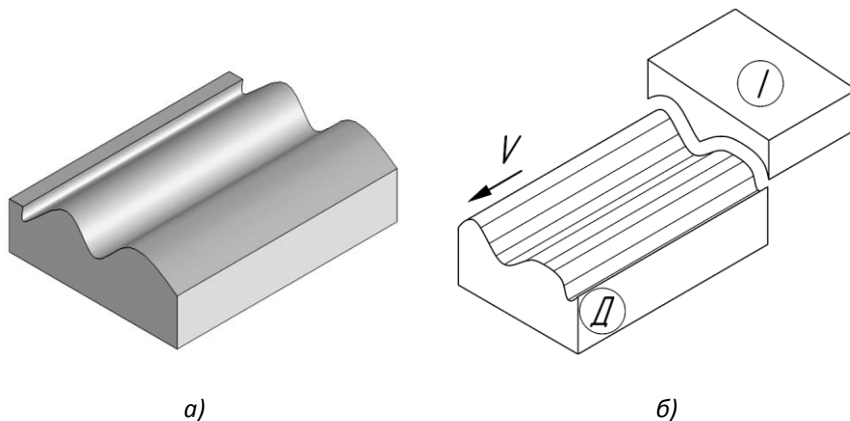


Рис. 6.1. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при прямолінійно-поступальному русі: а — фасонна циліндрична поверхня; б — оброблення циліндричної поверхні

Фасонні циліндричні поверхні (прямі канавки) можуть оброблюватися також за схемою, при якій відносний рух D/I буде рухом обертання навколо постійної осі. За такою схемою виконується фрезерування та шліфування фасонними кругами циліндричних поверхонь (прямих канавок) (рис. 6.2).

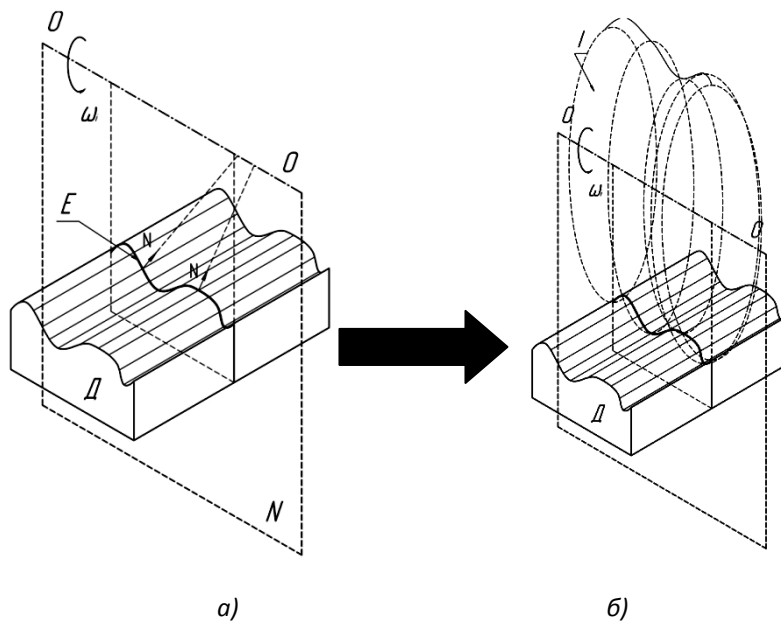


Рис. 6.2. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при обертальному відносному русі D/I : а — визначення характеристики поверхні D ; б — утворення вихідної інструментальної поверхні

Вісь O обертання D/I , як правило, лежить в площині N , яка йде перпендикулярно до твірних фасонної циліндричної поверхні. Лінія перетину площини N і циліндричної поверхні D буде характеристикою E , оскільки нормалі до поверхні D у точках лінії E перетинають вісь обертання. Обертаючись навколо осі, характеристика описує вихідну інструментальну

поверхню обертання. Профіль цієї поверхні буде збігатися з профілем поверхні D .

6.3. Оброблення фасонних поверхонь обертання

Фасонні поверхні обертання при прямолінійно-поступальному русі D/I обробляються тангенціальними фасонними різцями і протяжками. У цьому випадку швидкість \bar{V} відносно руху D/I проходить, як правило, перпендикулярно до осі деталі D . Характеристика E буде лінією перетину поверхні D площиною N , яка проходить через вісь деталі перпендикулярно до швидкості \bar{V} . При прямолінійно-поступальному русі характеристика E описує вихідну інструментальну циліндричну поверхню, профіль якої збігається з профілем деталі, твірні якої йдуть паралельно швидкості \bar{V} , і в точках характеристики E торкаються поверхні деталі D_k (рис. 6.3).

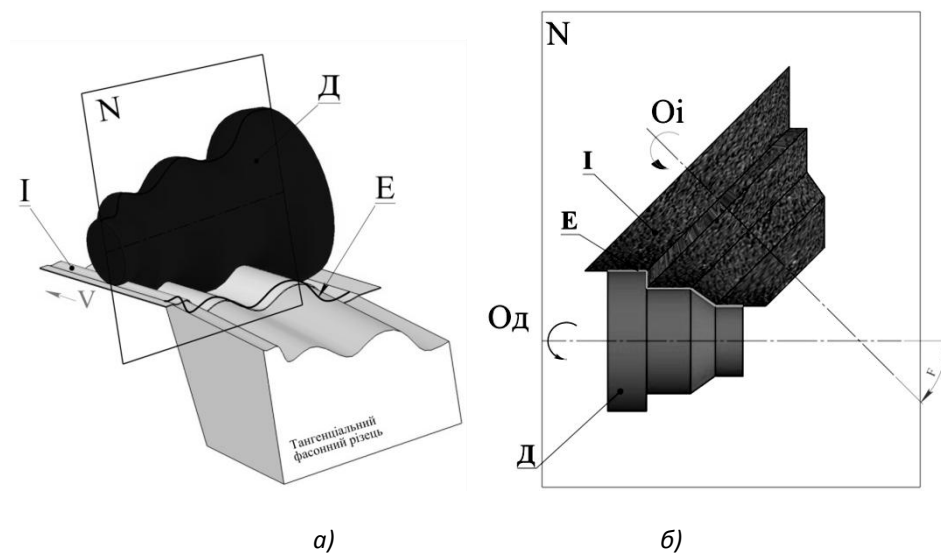


Рис. 6.3. Оброблення фасонних поверхонь обертання: а — при прямолінійно-поступальному відносному русі; б — при обертальному відносному русі

Фасонні поверхні обертання при обертальному русі D/I обробляються фрезами і шліфувальними кругами. Вісь O обертання D/I , як правило, перетинається з віссю деталі. У цьому випадку характеристика E буде лінією перетину поверхні D і площини N , в якій лежать вісь O обертання D/I та вісь деталі. Тобто, характеристика E збігається з профілем деталі. При обертанні характеристики E навколо осі O утворюється вихідна інструментальна поверхня, профіль якої збігається з профілем деталі.

6.4. Оброблення площин

Розповсюдженою в практиці поверхнею є площина. Вона допускає ковзання «самої по собі» при прямолінійно-поступальному русі, подібно до фасонних циліндричних поверхонь. Подібно ж до поверхонь обертання вона ковзає «сама по собі» при обертанні навколо осі, перпендикулярної до площини D .

При прямолінійно-поступальному русі D/I швидкість \vec{V} (рис. 6.4, *a*), виходячи з умов формоутворення, повинна бути паралельній площині D . У цьому випадку площина D ковзає «сама по собі», і вихідна інструментальна поверхня I збігається з нею. Цей випадок відповідає протягуванню та струганню площин.

Форма вихідної інструментальної поверхні I при обертальному русі площини D відносно I залежатиме від положення осі обертання.

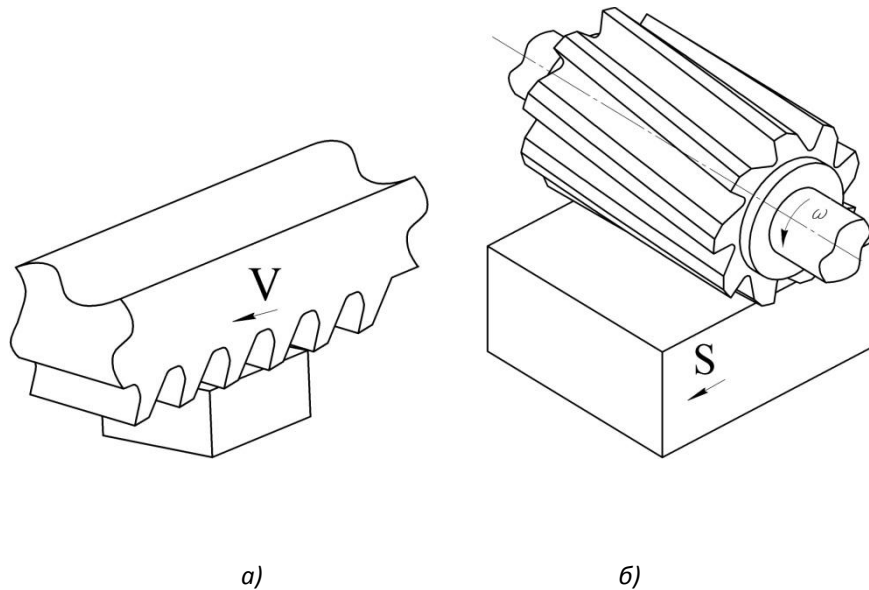


Рис. 6.4. Оброблення площин: а — при прямолінійно-поступальному відносному русі;
б — при обертальному відносному русі

Якщо вісь обертання буде паралельною площині D , то вихідна інструментальна поверхня буде круглим циліндром. Цей випадок відповідає фрезеруванню площин циліндричними фрезами. Якщо вісь обертання буде перпендикулярною площині D , то вихідна інструментальна поверхня буде площиною, яка збігається з площиною D (рис. 6.4, б). Цей випадок відповідає фрезеруванню площин торцевими фрезами. Вісь обертання може розташуватися похило по відношенню до площини D . У цьому випадку характеристикою E буде пряма — ортогональна проекція осі обертання O на площину D . Вихідна інструментальна поверхня буде поверхнею обертання характеристики E навколо осі O . Характеристика E і вісь O перетинаються в точці перетину осі O з площиною D . Тому вихідна інструментальна поверхня буде круглою конічною поверхнею. Цей випадок відповідає фрезеруванню площин кутковими фрезами. При гвинтовому русі D/I площини D , як було показано раніше, вихідна інструментальна поверхня буде евольвентною гвинтовою поверхнею. Однак при обробці площин цю схему формоутворення не використовують.

Гвинтові поверхні постійного кроку (гвинтові канавки) також обробляються за схемами формоутворення, при яких рух D/l буде або прямолінійно-поступальним, або обертальним. Однак у цьому випадку профіль вихідної інструментальної поверхні не збігається з профілем деталі і його необхідно визначати.

6.5. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з гвинтовою поверхнею

Гвинтові поверхні можуть утворюватися циліндричними поверхнями та поверхнями обертання.

6.5.1. Утворення гвинтової поверхні циліндричною поверхнею

Розглянемо визначення вихідної інструментальної поверхні l , як обгинаючої гвинтової поверхні D при її прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} . На рис. 6.5 показано початкове положення у системі координат $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з гвинтовою поверхнею, і системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з поверхнею l .

За довільний момент часу система $X_1Y_1Z_1$ зміститься вздовж осі X_2 на величину l . Формули переходу будуть:

$$X_2 = X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon + l;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon;$$

$$Z_2 = Z_1.$$

Рівняння гвинтової поверхні D в системі $X_1Y_1Z_1$ буде:

$$\bar{r} = \bar{i} \cdot R \cdot \sin \theta + \bar{j} [f(R) + p\theta] + \bar{k} \cdot R \cdot \cos \theta,$$

де $Y_0 = f(R)$ — рівняння осевого перерізу гвинтової поверхні в площині $X_1 = 0$; p — параметр гвинтової поверхні.

Вектори, дотичні до поверхні D :

$$\bar{A} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = \bar{i} \cdot R \cdot \cos \theta + \bar{j} p - \bar{k} \cdot R \cdot \sin \theta;$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial R} = \bar{i} \sin \theta + \bar{j} \operatorname{tg} \varphi + \bar{k} \cos \theta,$$

де $\operatorname{tg} \varphi = f'(R)$.

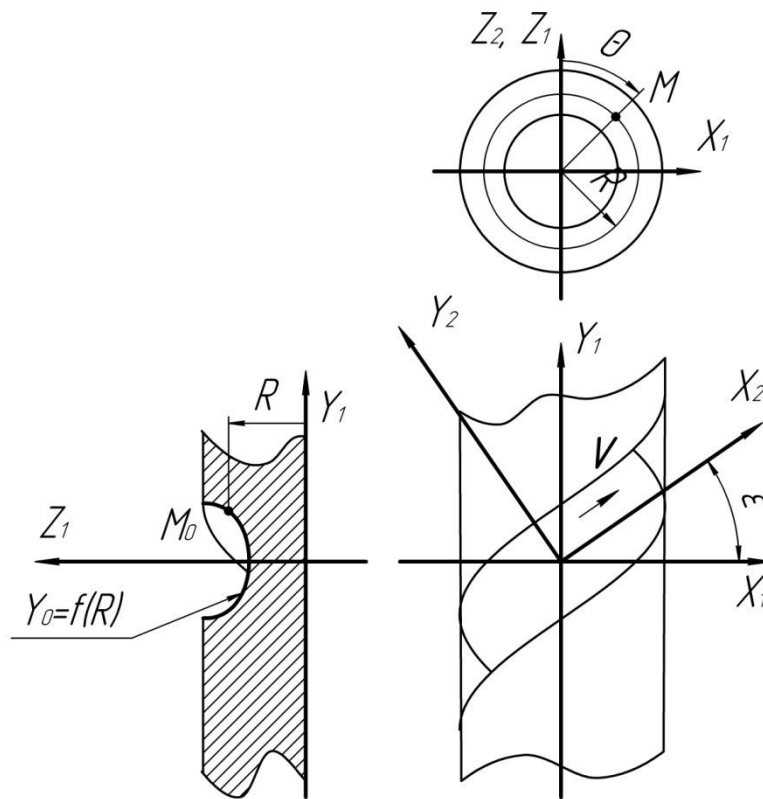


Рис. 6.5. Утворення гвинтової поверхні циліндричною поверхнею

Швидкість \bar{V} , яка направлена по осі X_2 :

$$\bar{V} = \bar{i} \cdot V \cdot \cos \varepsilon + \bar{j} \cdot V \cdot \sin \varepsilon.$$

Рівняння контакту:

$$\left([\bar{A} + \bar{B}] \bar{V} \right) = \begin{vmatrix} R \cos \theta & p & -R \sin \theta \\ \sin \theta & \operatorname{tg} \varphi & \cos \theta \\ V \cos \varepsilon & V \sin \varepsilon & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо

$$p \cos \varepsilon \cdot \cos \theta + R \cos \varepsilon \cdot \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi - R \sin \varepsilon = 0.$$

Взаємний розгляд рівняння гвинтової поверхні D , рівняння контакту і формул перетворення координат дає вихідну інструментальну поверхню. Профіль цієї поверхні l розраховують у такій послідовності:

1. Відповідно до рівняння $Y_0 = f(R)$ обираємо ряд значень R і визначаємо $f(R)$ і $\operatorname{tg} \varphi = f'(R)$.
2. За рівнянням контакту розраховуємо відповідні кути θ за відношеннями:

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{R \operatorname{tg} \varphi}{p};$$

$$\cos \tau = \frac{R \operatorname{tg} \varepsilon}{p} \cos \eta;$$

$$\theta = \eta + \tau.$$

3. Обчислюємо координати точок контакту (точок характеристики) на поверхні D :

$$X_1 = R \sin \theta;$$

$$Z_1 = R \cos \theta;$$

$$Y_1 = f(R) + p\theta.$$

4. За формулами перетворення координат визначаємо координати Y_2, Z_2 точок профілю вихідної фасонної циліндричної поверхні, твірні якої йдуть паралельно осі X_2 :

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon;$$

$$Z_2 = R \cos \theta.$$

Розглянутий випадок відповідає задачі визначення профілю шліфувального круга, призначеного для шліфування гвинтових канавок свердел малого діаметра. У цьому випадку розмір діаметра круга значно (до 500 разів) перевищує діаметр свердла. Тому без великої похибки поверхню круга в зоні формоутворення можна вважати фасонною циліндричною поверхнею.

6.5.2. Утворення гвинтової поверхні поверхнею обертання

Визначимо вихідну інструментальну поверхню I як обгинаючу гвинтової поверхні D при її обертанні навколо заданої осі A . На рис. 6.б. зображено початкове положення системи $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з гвинтовою поверхнею D , і системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з I . Вісь Y_2 йде по осі обертання A . Міжосьову відстань позначено через a . Система $X_1Y_1Z_1$ обертається навколо осі Y_2 . Кут повороту позначимо через δ .

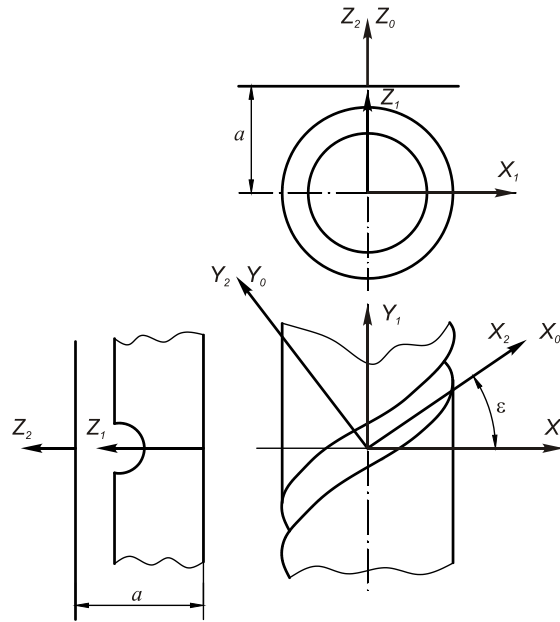


Рис. 6.6. Утворення гвинтової поверхні поверхнею обертання

Тоді формули перетворення координат будуть:

$$X_2 = \cos \delta (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon) - (Z_1 - a) \sin \delta;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon;$$

$$Z_2 = (Z_1 - a) \cos \delta + \sin \delta (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon).$$

У системі $X_1 Y_1 Z_1$ рівняння гвинтової поверхні та дотичні вектори A і B будуть:

$$\bar{r} = \bar{i} \cdot R \cdot \sin \theta + \bar{j} [f(R) + p\theta] + \bar{k} \cdot R \cdot \cos \theta;$$

$$\bar{A} = \bar{i} \cdot R \cdot \cos \theta + \bar{j} p - \bar{k} \cdot R \cdot \sin \theta;$$

$$\bar{B} = \bar{i} \sin \theta + \bar{j} \operatorname{tg} \varphi + \bar{k} \cos \theta.$$

Швидкість \bar{V} довільної точки гвинтової поверхні D при обертанні навколо Y_2 буде:

$$\bar{V} = [\bar{\omega} \times \bar{p}],$$

де

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \bar{r} - \bar{k}a = \bar{i} \cdot R \cdot \sin \theta + \bar{j} [f(R) + p\theta] + \bar{k} [R \cos \theta - a]; \\ \bar{\omega} &= -\bar{i} \sin \varepsilon + \bar{j} \cos \varepsilon.\end{aligned}$$

Отже:

$$\bar{V} = [\bar{\omega} \times \bar{p}] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ R \sin \theta & [f(R) + p\theta] & (R \cos \theta - a) \end{vmatrix}.$$

Розкриваючи визначник, отримуємо:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{i} \cos \varepsilon (R \cos \theta - a) + \bar{j} \sin \varepsilon (R \cos \theta - a) - \\ &- \bar{k} \{ \sin \varepsilon [f(R) + p\theta] + R \sin \theta \cdot \cos \varepsilon \}.\end{aligned}$$

Рівняння контакту $([\bar{A} \times \bar{B}] \bar{V}) = 0$ буде:

$$\begin{aligned}(p \cos \theta + R \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi) \cos \varepsilon (R \cos \theta - a) - R \sin \varepsilon (R \cos \theta - a) - \\ - (R \cos \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi - p \sin \theta) \cdot \{ \sin \varepsilon [f(R) + p\theta] + R \sin \theta \cdot \cos \varepsilon \} = 0.\end{aligned}$$

Це рівняння є трансцендентним відносно параметра θ . Воно розв'язується одним з наближених способів. Спільний розгляд рівняння гвинтової поверхні D , рівняння контакту і формул перетворення координат дає шукану вихідну інструментальну поверхню обертання l .

Розглянемо окремий випадок, коли вісь обертання A та вісь деталі йдуть паралельно одна одній, що відповідає, наприклад, шліфуванню різьби багатонитковим кругом. У цьому випадку $\varepsilon = 0^\circ$ і рівняння контакту записується у вигляді:

$$(p \cos \theta + R \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi) \cos \varepsilon (R \cos \theta - a) - \\ -(R \cos \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi - p \sin \theta) \cdot R \sin \theta = 0,$$

або

$$a \cdot R \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \theta + a \cdot R \cdot \cos \theta = pR.$$

Формули перетворення координат будуть:

$$X_2 = \cos \delta - (Z_1 - a) \sin \delta;$$

$$Y_2 = Y_1;$$

$$Z_2 = (Z_1 - a) \cos \delta + X_1 \sin \delta.$$

Спільний розгляд рівняння поверхні деталі D , рівняння контакту і формул перетворення координат дає вихідну інструментальну поверхню обертання I . Профіль цієї поверхні і площини $X_2 = 0$ розраховують у такій послідовності:

1. У межах заданої гвинтової поверхні D обирають ряд значень R і визначають $f(R)$ і $\operatorname{tg} \varphi = f'(R)$.
2. За рівнянням контакту знаходять кут θ :

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{R \operatorname{tg} \varphi}{p};$$

$$\cos \tau = \frac{R}{a} \cos \eta;$$

$$\theta = \eta + \tau.$$

3. Визначають на гвинтовій поверхні D координати точок характеристики:

$$X_1 = R \sin \theta;$$

$$Y_1 = f(R) = p\theta;$$

$$Z_1 = R \cos \theta.$$

4. Визначають координати точок профілю вихідної інструментальної поверхні в площині при $X_2 = 0$:

$$X_1 \cos \delta - (Z_1 - a) \sin \delta = 0.$$

Звідси:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{X_1}{Z_1 - a};$$

$$Y_2 = f(R) + p \theta;$$

$$Z_2 = (Z_1 - a) \cos \delta + X_1 \sin \delta.$$

Розглянемо рішення оберненої задачі і визначимо обгинаючу поверхню обертання I при її гвинтовому русі, параметр якого p , а ось збігається з віссю деталі D .

6.5.3. Визначення обгинаючої поверхні обертання I при її гвинтовому русі

На рис. 6.7 зображено початкове положення системи $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з поверхнею обертання I , і системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з гвинтовою поверхнею D . Відстань між віссю поверхні обертання I та віссю заготовки позначено через a . Система $X_1Y_1Z_1$ виконує гвинтовий рух вздовж осі Y_2 з параметром p . Тоді формули перетворення координат будуть:

$$X_2 = \cos t (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon) - (Z_1 + a) \sin t;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon + pt;$$

$$Z_2 = (Z_1 + a) \cos t + \sin t (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon),$$

де t — кут повороту навколо осі Y_2 при гвинтовому русі, який розглядається.

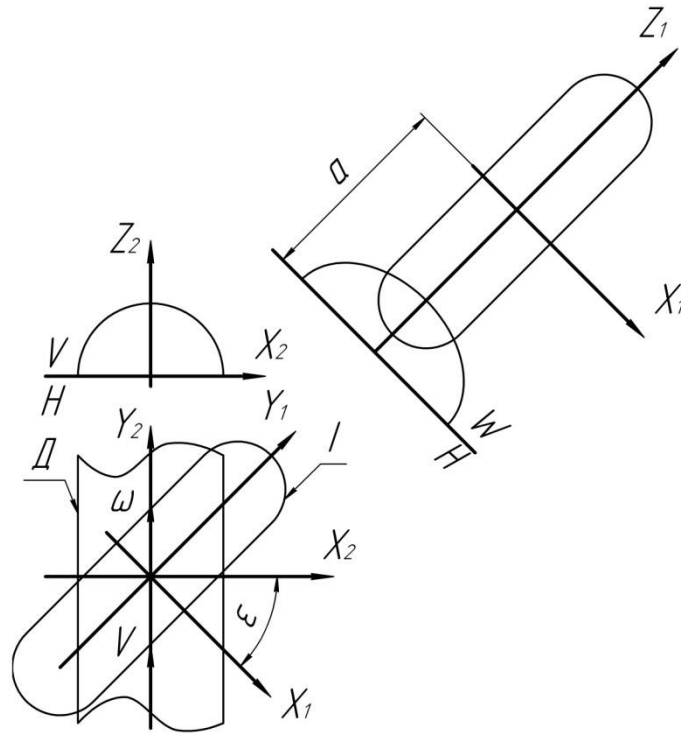


Рис. 6.7. Обгинаюча поверхня обертання при її гвинтовому русі

У системі $X_1Y_1Z_1$ рівняння гвинтової поверхні та дотичні вектори A і B будуть:

$$\bar{r} = \bar{i}X_1 + \bar{j}f(X_1)\sin\theta + \bar{k}f(X_1)\cos\theta,$$

де $R = f(X_1)$ — осьовий переріз поверхні l .

Вектори, дотичні до поверхні l :

$$\bar{A} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = \bar{j} \cdot R \cdot \cos\theta - \bar{k} \cdot R \cdot \sin\theta;$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial X_1} = \bar{i} + \bar{j} \operatorname{tg} \beta \cdot \sin\theta + \bar{k} \operatorname{tg} \beta \cdot \cos\theta,$$

де $\operatorname{tg} \beta = f'(X_1)$.

Швидкість \bar{V}_Σ довільної точки поверхні / при її гвинтовому русі буде:

$$\bar{V}_\Sigma = \bar{V} + [\bar{\omega} \times \bar{p}],$$

де \bar{V} — швидкість поступального руху; $\bar{\omega}$ — кутова швидкість обертання; \bar{p} — радіус-вектор, який з'єднує довільну точку поверхні / з віссю Y_2 .

$$\bar{p} = \bar{i}X_1 + \bar{j}f(X_1) \sin \theta + \bar{k}[f(X_1) \cos \theta + a];$$

$$\bar{V} = -\bar{i}p \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon + \bar{j}p \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon;$$

$$\bar{\omega} = -\bar{i}\omega \cdot \sin \varepsilon + \bar{j}\omega \cdot \cos \varepsilon.$$

Векторний добуток $[\bar{\omega} \times \bar{p}]$ буде:

$$\begin{aligned} [\bar{\omega} \times \bar{p}] &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -\omega \cdot \sin \varepsilon & \omega \cdot \cos \varepsilon & 0 \\ X_1 & R \sin \theta & R \cos \theta + a \end{vmatrix} = \\ &= \bar{i} \omega \cdot \cos \varepsilon (R \cos \theta + a) + \bar{j} \omega \cdot \sin \varepsilon (R \cos \theta + a) + \\ &+ \bar{k} (R \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \theta - X_1 \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon). \end{aligned}$$

Рівняння контакту $([\bar{A} \times \bar{B}] \bar{V}) = 0$ записується таким чином:

$$\begin{aligned} R \operatorname{tg} \beta [\bar{\omega} \cos \varepsilon (R \cos \theta + a) - p \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon] - \\ - R \sin \theta [\omega \sin \varepsilon (R \cos \theta + a) + p \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon] + \\ + R \cos \theta (R \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \theta + X_1 \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon) = 0. \end{aligned}$$

Перетворивши останній вираз, отримаємо

$$\begin{aligned} \cos \theta (R \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon - X_1 \cos \varepsilon) - \sin \theta (a \sin \varepsilon + p \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon) = \\ = \operatorname{tg} \beta (p \sin \varepsilon - a \cos \varepsilon). \end{aligned}$$

Кут θ з цього рівняння визначають зі співвідношення:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \eta &= \frac{a \sin \varepsilon + p \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon}{X_1 \cos \varepsilon - f(X_1) \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon}; \\ \cos \tau &= \frac{\operatorname{tg} \beta (p \sin \varepsilon - a \cos \varepsilon)}{\cos \varepsilon [f(X_1) \operatorname{tg} \beta - X_1]} \cos \eta; \\ \theta &= \eta \times \tau. \end{aligned}$$

Спільний розгляд рівняння поверхні обертання I , рівняння контакту і формул перетворення координат дає шукану гвинтову поверхню D , спряжену з поверхнею I .

При обертальному русі D/I поверхні обертання D параметр $p = 0$. Рівняння контакту набуває вигляду:

$$R \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \theta - a \sin \theta \cdot \sin \varepsilon = -a \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon.$$

При $\varepsilon = 90^\circ$ отримуємо:

$$\begin{aligned} -a \sin \theta &= 0; \\ \theta &= 0^\circ. \end{aligned}$$

Тобто при обертанні поверхні обертання D навколо осі O , яка йде паралельно осі поверхні D , характеристика E збігається з профілем поверхні D . При обертанні характеристики E навколо осі O утворюється вихідна інструментальна поверхня обертання I , профіль якої збігається з профілем поверхні D .

Приклад розрахунку

Визначити кінематичним методом поверхню, спряжену з фасонною поверхнею обертання, при її гвинтовому русі; знайти характеристики цієї поверхні — торцевий та осьовий переріз. Ця задача відповідає шліфуванню фасонними кругами гвинтових поверхонь.

Розв'язання даної задачі ведемо таким чином:

1. Зображаємо розрахункову схему і визначаємося з системами координат: системою, зв'язаною з гвинтовою поверхнею, і системою, зв'язаною з фасонною поверхнею обертання (вихідною інструментальною поверхнею).
2. Записуємо рівняння зв'язку між системами координат.
3. Визначаємо рівняння контакту фасонної поверхні обертання з поверхнею, яка буде утворена нею при її гвинтовому русі.
4. Розв'язуємо рівняння контакту.
5. Знаходимо характеристики утвореної гвинтової поверхні — торцевий та осьовий переріз.

**1. Зображаємо розрахункову схему
і визначаємося з системами координат**

$S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ — система, зв'язана з деталлю;

$S(X, Y, Z)$ — система, зв'язана з фасонною поверхнею обертання (надалі інструментом).

Система S рухається по гвинтовій траєкторії відносно системи S_1 , вісь X_1 — вісь гвинтового руху, напрям обертання інструменту при гвинтовому русі показано стрілкою на рис. 6.8. У початковий момент часу у цих систем збігаються осі Z та Z_1 і система $S(X, Y, Z)$ повернута навколо осі Z_1 на кут β проти годинникової стрілки.

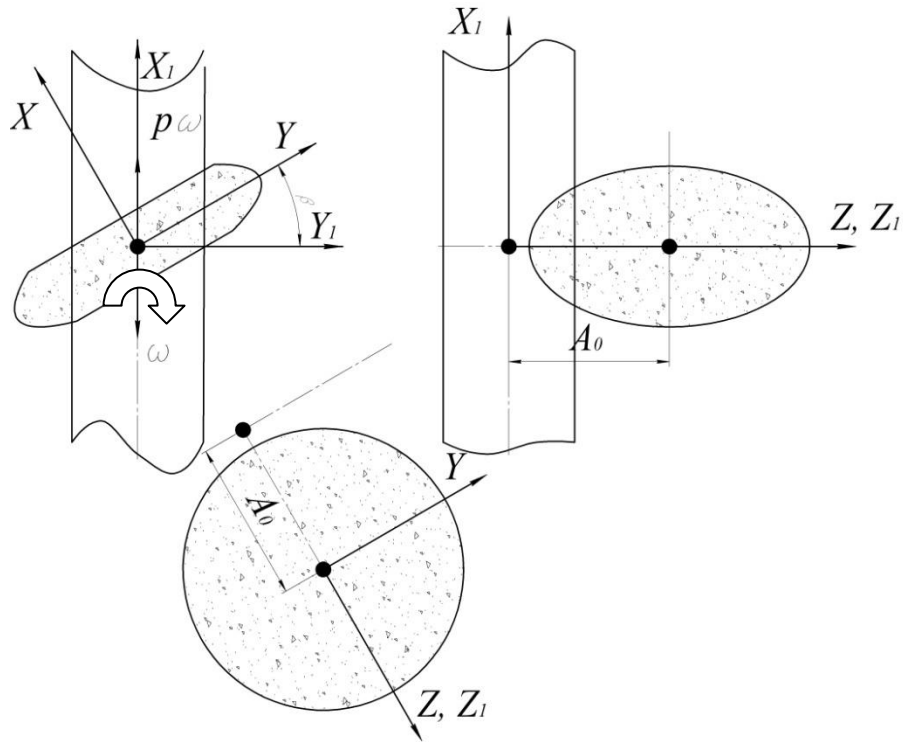


Рис. 6.8. Розрахункова схема формоутворення фасонною поверхню обертання гвинтової поверхні

2. Записуємо рівняння зв'язку між системами координат

Рівняння зв'язку між системами координат, коли система S рухається по гвинтовій траєкторії відносно системи S_1 :

$$X_1(X, Y, Z, \varphi_x) = X \cos \beta + Y \sin \beta + p \varphi_x;$$

$$Y_1(X, Y, Z, \varphi_x) = (A_0 + Z) \sin \varphi_x + (-X \sin \beta + Y \cos \beta) \cos \varphi_x;$$

$$Z_1(X, Y, Z, \varphi_x) = (A_0 + Z) \cos \varphi_x - (-X \sin \beta + Y \cos \beta) \sin \varphi_x,$$

де A_0 — міжосьова відстань;

β — кут розвороту поверхні інструмента;

p — гвинтовий параметр;

ϕ_x — параметр, що відповідає за гвинтовий рух, щоб описати гвинтову поверхню довжиною в один крок, він повинен змінюватись від 0 до 2π .

Згідно завдання установочні параметри мають такі значення:

- $A_0 = 180$ мм;
- $\beta = 38^\circ$;
- крок гвинтової поверхні $H = 360$ мм;
- гвинтовий параметр $p = 57,296$ мм.

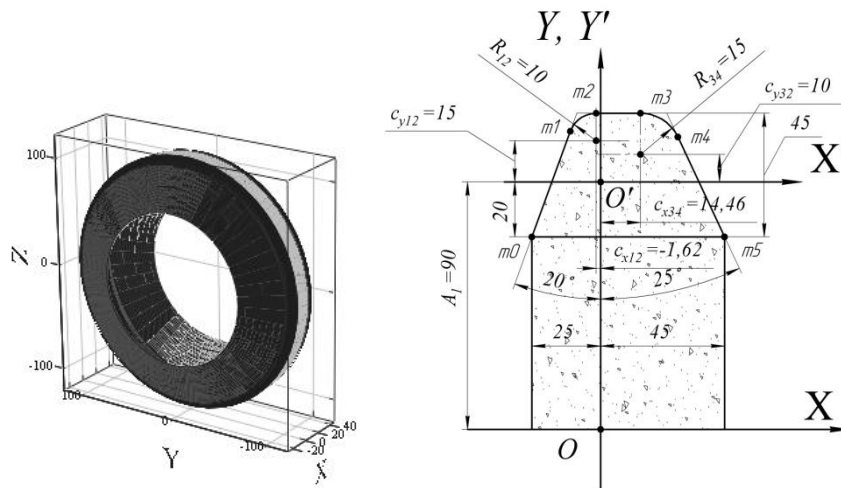


Рис. 6.9. Фасонна поверхня обертання та її характеристики

Параметри вихідної інструментальної поверхні: вона є фасонною поверхнею обертання, яка утворена при обертанні профілем, що складається з 5 ділянок: трьох ділянок прямолінійних і двох ділянок округлих (рис. 6.8), які плавно спряжені між собою. Твірний профіль фасонної поверхні обертання заданий у допоміжній системі $X'Y'$, центр якої зміщений по осі Y на величину A_1 .

Координати вузлових точок, що описують профіль твірної поверхні, наведені у таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

**Координати вузлових точок, що описують
профіль твірної поверхні**

№	X', мм	Y', мм
0	-25	-20
1	-11,016	18,42
2	-1,619	25
3	14,46	25
4	28,055	16,339
5	45	20

Радіуси округлень: ділянка 12 — $R_{12} = 10$ мм, ділянка 34 — $R_{34} = 15$ мм. Координати центрів округлень: ділянка 12 $c_{x12} = -1,62$ мм, $c_{y12} = 15$ мм; ділянка 34 $c_{x34} = 14,46$ мм, $c_{y34} = 10$ мм. Відстань $A_1 = 90$ мм, кути нахилу прямолінійних ділянок до осі Y': ділянка 01 — $\alpha_{12} = 20^\circ$, ділянка 45 — $\alpha_{45} = 25^\circ$.

Рівняння, що описують вихідну інструментальну поверхню, яка складається з 5 ділянок, для інженерних задач бажано брати так, щоб вони були записані у параметричній формі. Ці рівняння повинні мати дві незалежні змінні. Позначимо їх, як t, u . $x = f_1(t, u)$; $y = f_2(t, u)$; $z = f_3(t, u)$.

Ділянка 01 — прямолінійний твірний профіль:

$$\begin{aligned}
x_{01}(t, u) &= kx_{01}t + X'_0; \\
y_{01}(t, u) &= (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u; \\
z_{01}(t, u) &= (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u; \\
kx_{01} &= X'_1 - X'_0; ky_{01} = Y'_1 - Y'_0.
\end{aligned}$$

Для того, щоб описати задану поверхню, утворену таким профілем, необхідно, щоб межі параметрів змінювались у таких межах $t [0; 1]$, $u[0; 2\pi]$.

Ділянка 12 — округлий твірний профіль:

$$\begin{aligned}
x_{12}(t, u) &= cx_{12} + R_{12} \cos t; \\
y_{12}(t, u) &= (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \cos u; \\
z_{12}(t, u) &= (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u; \\
t &\left[\frac{\pi}{2}; \pi - a_{12} \right]; \quad u[0; 2\pi].
\end{aligned}$$

Ділянка 23:

$$\begin{aligned}
x_{23}(t, u) &= kx_{23}t + X'_2; \\
y_{23}(t, u) &= (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \cos u; \\
z_{23}(t, u) &= (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u; \\
kx_{23} &= X'_2 - X'_3; ky_{23} = 0 \\
t &[0; 1]; \quad u[0; 2\pi].
\end{aligned}$$

Ділянка 34:

$$\begin{aligned}
x_{34}(t, u) &= cx_{34} + R_{34} \cos t; \\
y_{34}(t, u) &= (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \cos u; \\
z_{34}(t, u) &= (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u; \\
t &\left[a_{34}; \frac{\pi}{2} \right]; \quad u[0; 2\pi].
\end{aligned}$$

Ділянка 45:

$$\begin{aligned}x_{45}(t, u) &= kx_{45}t + X'_4; \\y_{45}(t, u) &= (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \cos u; \\z_{45}(t, u) &= (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u; \\kx_{45} &= X'_5 - X'_4; ky_{45} = Y'_5 - Y'_4; \\t &[0; 1]; \quad u[0; 2\pi].\end{aligned}$$

3. Визначаємо рівняння контакту фасонної поверхні обертання з поверхнею, яка буде утворена нею при її гвинтовому русі

Записуємо рівняння нормалі до поверхні інструменту в системі $S(X, Y, Z)$.

Ділянка 01:

$$A_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{01}(t, u)}{\partial t} \\ \frac{\partial y_{01}(t, u)}{\partial t} \\ \frac{\partial z_{01}(t, u)}{\partial t} \end{pmatrix}; \quad B_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{01}(t, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial y_{01}(t, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial z_{01}(t, u)}{\partial u} \end{pmatrix};$$

$$N_{01}(t, u) = \overline{A_{01}(t, u)} \times \overline{B_{01}(t, u)} = \begin{pmatrix} -A_{01z}B_{01y} + A_{01y}B_{01z} \\ A_{01z}B_{01x} - A_{01x}B_{01z} \\ -A_{01y}B_{01x} + A_{01x}B_{01y} \end{pmatrix};$$

$$N_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} ky_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 12:

$$N_{12}(t, u) = \begin{pmatrix} R_{12} \cos t(A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \\ R_{12} \sin t(A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \cos u \\ R_{12} \sin t(A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 23:

$$N_{23}(t, u) = \begin{pmatrix} ky_{23}(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \\ -kx_{23}(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \cos u \\ -kx_{23}(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 34:

$$N_{34}(t, u) = \begin{pmatrix} R_{34} \cos t (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \\ R_{34} \sin t (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \cos u \\ R_{34} \sin t (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 45:

$$N_{45}(t, u) = \begin{pmatrix} ky_{45}(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \\ -kx_{45}(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \cos u \\ -kx_{45}(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u \end{pmatrix}.$$

Запишемо рівняння швидкості точок вихідної інструментальної поверхні при гвинтовому русі:

$$V = V_p + V_\omega,$$

де V_p — швидкість поступального руху (у системі $S(X, Y, Z)$);

V_ω — швидкість обертального руху (у системі $S(X, Y, Z)$).

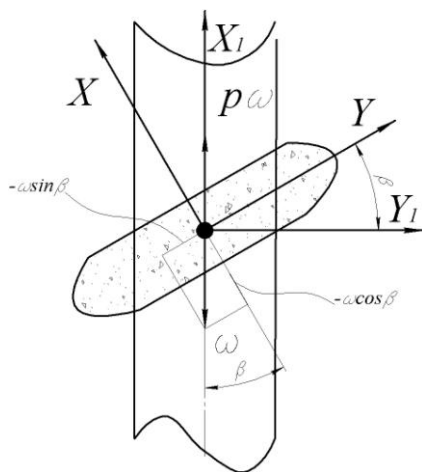


Рис. 6.10. Розрахункова схема для визначення швидкості руху

Швидкість поступального руху V_p (рис. 6.10).

Вектор швидкості поступального руху визначають як проекцію вектора $p\omega$ на осі координат :

$$V_p = \begin{pmatrix} p|\omega| \cos \beta \\ p|\omega| \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\omega| = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} p \cos \beta \\ p \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор швидкості обертального руху визначають як векторний добуток кутової швидкості ω і радіус-вектора точки поверхні інструмента в системі $S(X, Y, Z)$. Також необхідно враховувати, що

вектор кутової швидкості не проходить через центр координат системи $S(X, Y, Z)$, а знаходиться на певній відстані, що відповідно до визначення кутової швидкості враховує додатковий компонент $A \times \omega$:

$$V_{\omega} = \omega \times R + A \times \omega;$$

$$R = (f_1(t, u), f_2(t, u), f_3(t, u)),$$

де R — радіус-вектор координат точок поверхні інструменту;

ω — радіус-вектор кутової швидкості;

A — радіус-вектор, що з'єднує центр системи координат $S(X, Y, Z)$ з лінією дії вектора ω :

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -A_0 \end{pmatrix}.$$

Вектор кутової швидкості при обраному напрямі обертання в проєкціях на осі координат у системі $S(X, Y, Z)$ (рис. 6.11):

$$\omega = \begin{pmatrix} -|\omega| \cos \beta \\ -|\omega| \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\omega| = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} -\cos \beta \\ -\sin \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор
обертального руху:

швидкості

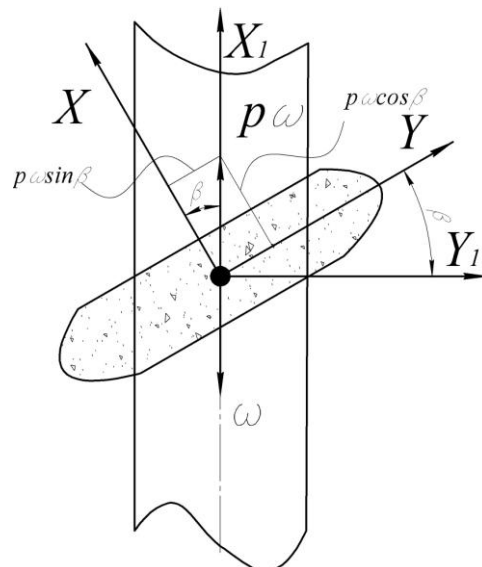


Рис. 6.11. Розрахункова схема для визначення кутового вектора швидкості обертального руху

$$\begin{aligned}
V_{\omega} &= \omega \times R + A \times \omega = \\
&= \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ f_1(t, u) & f_2(t, u) & f_3(t, u) \end{vmatrix} + \\
&+ \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -A_0 \\ -\cos \beta & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} -(A_0 + f_3(t, u)) \sin \beta \\ (A_0 + f_3(t, u)) \cos \beta \\ f_1(t, u) \sin \beta - f_2(t, u) \cos \beta \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Вектор результуючої швидкості руху:

$$V = V_p + V_\omega = \begin{pmatrix} p \cos \beta \\ p \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(A_0 + f_3(t, u)) \sin \beta \\ (A_0 + f_3(t, u)) \cos \beta \\ f_1(t, u) \sin \beta - f_2(t, u) \cos \beta \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$V(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + f_3(t, u)) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + f_3(t, u)) \cos \beta \\ f_1(t, u) \sin \beta - f_2(t, u) \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Підставивши замість $R = (f_1(t, u), f_2(t, u), f_3(t, u))$ відповідні значення складових рівнянь, що описують відповідні ділянки вихідної інструментальної поверхні, отримуємо рівняння швидкості поверхні при її гвинтовому русі вздовж осі X_1 .

Ділянка 01:

$$V_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{01}t + X'_0) \sin \beta - (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 12:

$$V_{12}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u) \cos \beta \\ (cx_{12} + R_{12} \cos t) \sin \beta - (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 23:

$$V_{23}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{23}t + X'_2) \sin \beta - (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 34:

$$V_{34}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u) \cos \beta \\ (cx_{34} + R_{34} \cos t) \sin \beta - (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 45:

$$V_{45}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{45}t + X'_4) \sin \beta - (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Рівняння контакту знайдемо, як скалярний добуток вектора нормалі $N(t, u)$ і вектора швидкості $V(t, u)$:

$$NV(t, u) = \bar{N}(t, u) \cdot \bar{V}(t, u) = 0.$$

Запишемо рівняння контакту для кожної ділянки.

Ділянка 01:

$$\begin{aligned} NV_{01}(t, u) &= \bar{N}_{01}(t, u) \cdot \bar{V}_{01}(t, u) = \\ &= \begin{pmatrix} ky_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{01}t + X'_0) \sin \beta - (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \cos \beta \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &- (A_1 + ky_{01}t + Y'_0)(\sin \beta (A_0 ky_{01} + \sin u (ky_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) + \\ &+ kx_{01}(kx_{01}t + X'_0)) + kx_{01}p \cos u) + \cos \beta (A_0 kx_{01} \cos u - ky_{01}p) = 0. \end{aligned}$$

Ділянка 12:

$$\begin{aligned}
NV_{12}(t, u) &= \bar{N}_{12}(t, u) \cdot \bar{V}_{12}(t, u) = -R_{12}(A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \times \\
&\times (\cos t (\sin \beta (A_0 + (A_1 + cy_{12}) \sin u) - p \cos \beta) - \\
&- \sin t (\cos u (A_0 \cos \beta + p \sin \beta) + cx_{12} \sin \beta \sin u)) = 0.
\end{aligned}$$

Ділянка 23:

$$\begin{aligned}
NV_{23}(t, u) &= \bar{N}_{23}(t, u) \cdot \bar{V}_{23}(t, u) = -(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \times \\
&\times (\sin \beta (A_0 ky_{23} + \sin u (ky_{23} (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) + \\
&+ kx_{23} (kx_{23}t + X'_2))) + kx_{23} p \cos u) + \\
&+ \cos \beta (A_0 kx_{23} \cos u - ky_{23} p) = 0.
\end{aligned}$$

Ділянка 34:

$$NV_{34}(t, u) = \bar{N}_{34}(t, u) \cdot \bar{V}_{34}(t, u) = -R_{34}(A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \times \\ \times (\cos t (\sin \beta (A_0 + (A_1 + cy_{34}) \sin u) - p \cos \beta) - \\ - \sin t (\cos u (A_0 \cos \beta + p \sin \beta) + cx_{34} \sin \beta \sin u)) = 0.$$

Ділянка 45:

$$NV_{45}(t, u) = \bar{N}_{45}(t, u) \cdot \bar{V}_{45}(t, u) = -(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \times \\ \times (\sin \beta (A_0 ky_{45} + \sin u (ky_{45} (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) + \\ + kx_{45} (kx_{45}t + X'_4))) + kx_{45} p \cos u) + \cos \beta (A_0 kx_{45} \cos u - ky_{45} p) = 0.$$

4. Розв'язування рівняння контакту

У рівняння контакту входять дві змінні t , u , їх і потрібно знайти, щоб при підстановці їх у рівняння контакту воно перетворювалось на нуль: $NV(t, u) = 0$.

Для цього необхідно задаватися одним із цих значень і знаходити інше:

- задаватися будемо змінною, що визначає положення точки на твірній поверхні інструменту, яка утворена обертанням профілю навколо осі X . Це параметр t і визначатиме параметр u , який відповідає за кутове положення цієї точки відносно осі X ;
- для отриманих завдань параметр t змінюється для прямолінійних ділянок від 0 до 1, для округлих ділянок у межах кута розвороту сектора, що описує цю ділянку.

Розіб'ємо кожну ділянку профілю зуба на певну кількість точок (значень параметру t).

Розв'яжемо рівняння контакту числовим методом, оскільки аналітичне розв'язування може бути громіздким, або взагалі не існувати. Для цього необхідно задати початкове наближення параметру u . Оскільки формоутворення поверхні відбувається у нижній частині інструменту, від'ємні значення по осі Z та точки поверхні інструменту, що там знаходяться, мають

значення параметру u в межах $[-\pi, 0]$, або $[\pi, 2\pi]$, то як початкове наближення параметру u краще взяти $-\frac{\pi}{2}$ або $\frac{3\pi}{2}$.

Розв'яжемо рівняння контакту для кожного значення параметру t_e і знайдемо відповідне значення параметру u_e .

5. Знаходження характеристик утвореної гвинтової поверхні — торцевий та осьовий переріз

Знайдені значення розв'язків рівняння контакту t_e , u_e підставляємо у рівняння поверхні інструменту, і отримуємо на поверхні інструменту характеристику (лінію контакту), яка утворюватиме шукану гвинтову поверхню.

Ділянка 01:

$$x_{01e} = x_{01}(t_{01e}, u_{01e}); y_{01e} = y_{01}(t_{01e}, u_{01e}); z_{01e} = z_{01}(t_{01e}, u_{01e}).$$

Ділянка 12:

$$x_{12e} = x_{12}(t_{12e}, u_{12e}); y_{12e} = y_{12}(t_{12e}, u_{12e}); z_{12e} = z_{12}(t_{12e}, u_{12e}).$$

Ділянка 23:

$$x_{23e} = x_{23}(t_{23e}, u_{23e}); y_{23e} = y_{23}(t_{23e}, u_{23e}); z_{23e} = z_{23}(t_{23e}, u_{23e}).$$

Ділянка 34:

$$x_{34e} = x_{34}(t_{34e}, u_{34e}); y_{34e} = y_{34}(t_{34e}, u_{34e}); z_{34e} = z_{34}(t_{34e}, u_{34e}).$$

Ділянка 45:

$$x_{45e} = x_{45}(t_{45e}, u_{45e}); y_{45e} = y_{45}(t_{45e}, u_{45e}); z_{45e} = z_{45}(t_{45e}, u_{45e}).$$

За знайденими координатами точок характеристики будуємо лінію контакту на поверхні інструменту (рис. 6.12).

Лінія контакту

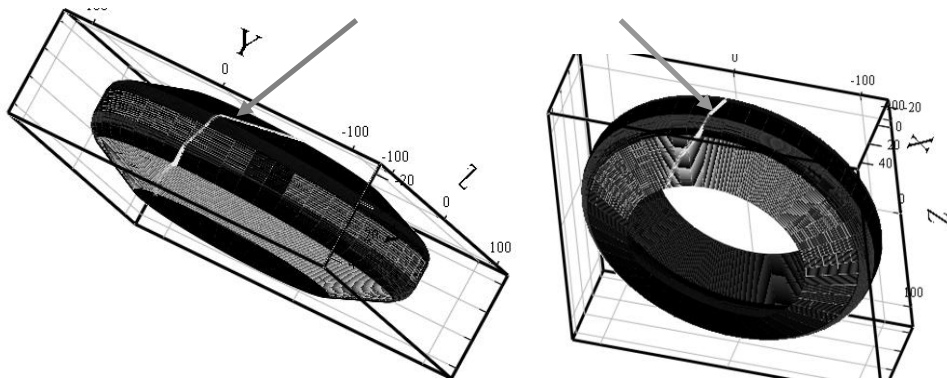


Рис. 6.12. Лінія контакту на поверхні інструменту

Для побудови гвинтової поверхні, утвореної таким інструментом, необхідно знайдені значення координат точок характеристики x_e , y_e , z_e в системі $S(X, Y, Z)$ підставити у рівняння зв'язку між системами координат, при цьому параметр ϕ_x змінюватиметься в межах від 0 до 2π . Для того, щоб описати гвинтову поверхню довжиною в 1 крок: $\phi_x = 0 \dots 2\pi$.

Ділянка 01:

$$\begin{aligned} x_{helix01e} &= X_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_x); \\ y_{helix01e} &= Y_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_x); \\ z_{helix01e} &= Z_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 12:

$$\begin{aligned} x_{helix12e} &= X_1(x_{12e}, y_{12e}, z_{12e}, \phi_x); \\ y_{helix12e} &= Y_1(x_{12e}, y_{12e}, z_{12e}, \phi_x); \\ z_{helix12e} &= Z_1(x_{12e}, y_{12e}, z_{12e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 23:

$$\begin{aligned} x_{helix23e} &= X_1(x_{23e}, y_{23e}, z_{23e}, \phi_x); \\ y_{helix23e} &= Y_1(x_{23e}, y_{23e}, z_{23e}, \phi_x); \\ z_{helix23e} &= Z_1(x_{23e}, y_{23e}, z_{23e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 34:

$$\begin{aligned} x_{helix34e} &= X_1(x_{34e}, y_{34e}, z_{34e}, \phi_x); \\ y_{helix34e} &= Y_1(x_{34e}, y_{34e}, z_{34e}, \phi_x); \\ z_{helix34e} &= Z_1(x_{34e}, y_{34e}, z_{34e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 45:

$$\begin{aligned}
 x_{helix45e} &= X_1(x_{45e}, y_{45e}, z_{45e}, \varphi_x); \\
 y_{helix45e} &= Y_1(x_{45e}, y_{45e}, z_{45e}, \varphi_{xx}); \\
 z_{helix45e} &= Z_1(x_{45e}, y_{45e}, z_{45e}, \varphi_{xx}).
 \end{aligned}$$

На рис. 6.13 зображено гвинтову поверхню, яка утворилась, й також характеристику (лінію контакту). Для цього у рівняння переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ підставляємо координати точок характеристики.

Знаходження торцевого та осьового перерізу гвинтової поверхні. Торцевий переріз визначається площиною, для якої $X_1 = 0$. Осьовий переріз визначається площиною, для якої $Y_1 = 0$.

Для знаходження торцевого перерізу гвинтової поверхні необхідно у рівняннях переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ прирівняти координату $X_1 = 0$, підставити значення координат точок характеристики (лінії контакту) і звідти знайти значення параметру φ_x :

$$\varphi_{xt}(x_e, y_e) = -\frac{x_e \cos \beta + y_e \sin \beta}{p},$$

де x_e, y_e — координати точок характеристики (лінії контакту) у системі $S(X, Y, Z)$.

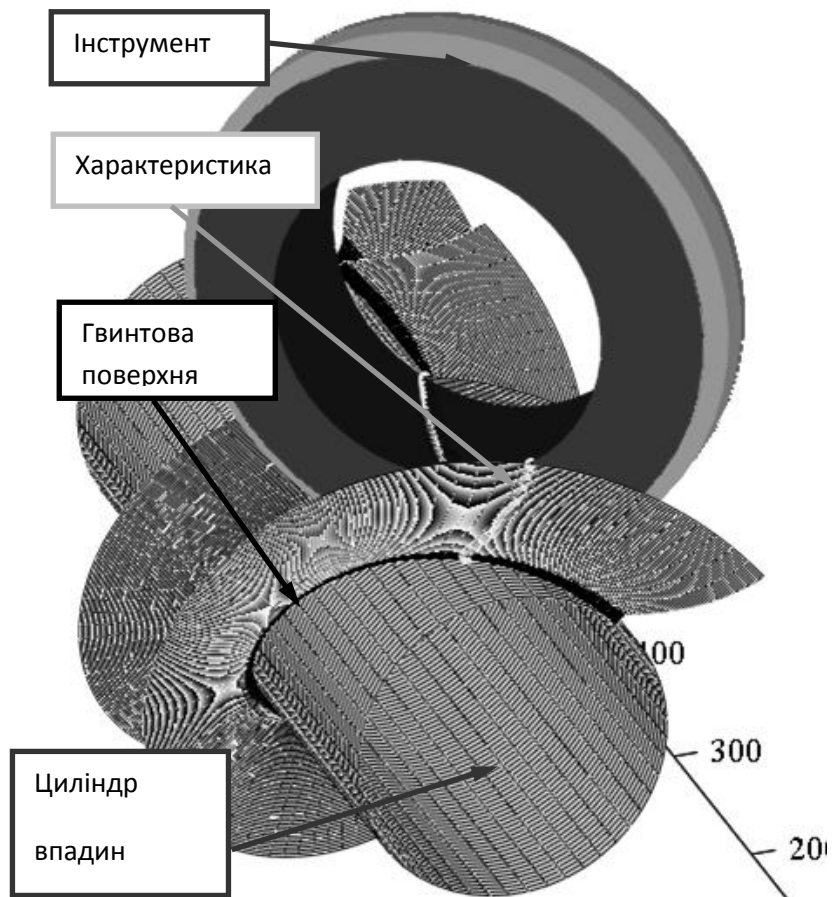


Рис. 6.13. Гвинтова поверхня, утворена дисковим інструментом

Знайдені значення ϕ_{xt} і координати точок характеристики (лінії контакту) для кожної ділянки в системі $S(X, Y, Z)$ підставляємо в рівняння переходу від систем координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ і будуємо графік торцевого перерізу в площині YZ (рис. 6.14).

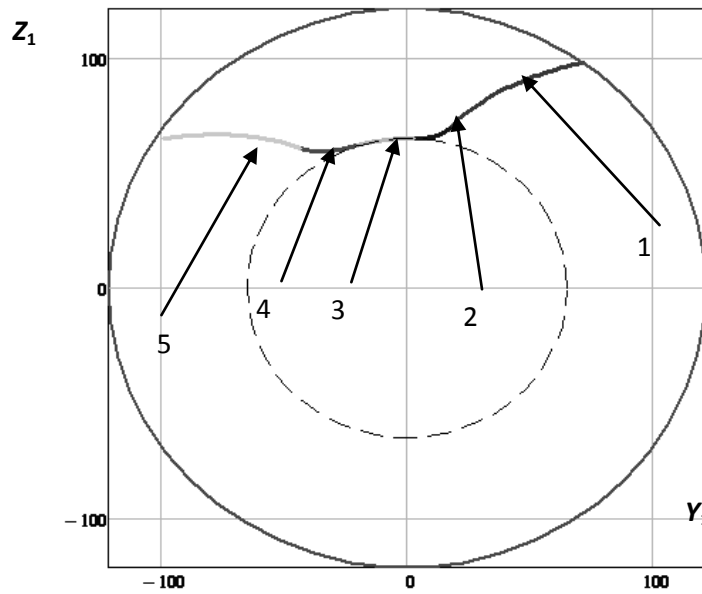


Рис. 6.14. Торцевий переріз гвинтової поверхні:

1 — ділянка 01; 2 — ділянка 12; 3 — ділянка 23;
4 — ділянка 34; 5 — ділянка 45

Ділянка 01:

$$\varphi_{x_{01t}} = -\frac{x_{01e} \cos \beta + y_{01e} \sin \beta}{p}$$

$$x_{\text{end_section}_{01e}} = X_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \varphi_{x_{01t}});$$

$$y_{\text{end_section}_{01e}} = Y_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \varphi_{x_{01t}});$$

$$z_{\text{end_section}_{01e}} = Z_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \varphi_{x_{01t}}).$$

Ділянка 12:..

Ділянка 23:..

Ділянка 34:..

Ділянка 45:..

Координату $x_end_section_e$ розраховують для перевірки: якщо все правильно, то її значення дорівнює нулю.

Для знаходження осьового перерізу гвинтової поверхні необхідно в рівняннях переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ прирівняти координату $Y_1 = 0$ (або $Z_1 = 0$), підставити значення координат точок характеристики (лінії контакту) і знайти звідти значення параметру ϕ_{xAX} :

$$\phi_{xAX}(x_e, y_e, z_e) = \arctg\left(\frac{x_e \sin \beta - y_e \cos \beta}{A_0 + z_e}\right),$$

де x_e, y_e, z_e — координати точок характеристики (лінії контакту) в системі $S(X, Y, Z)$.

Знайдені значення ϕ_{xt} і координати точок характеристики (лінії контакту) в системі $S(X, Y, Z)$ підставляємо в рівняння переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ і будуємо графік торцевого перерізу в площині XZ (рис. 6.15).

Ділянка 01:

$$\phi_{x01AX} = \arctg\left(\frac{x_{01e} \sin \beta - y_{e01} \cos \beta}{A_0 + z_{01e}}\right);$$

$$x_axial_section_{01e} = X_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_{x01AX});$$

$$y_axial_section_{01e} = Y_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_{x01AX});$$

$$z_axial_section_{01e} = Z_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_{x01AX}).$$

Ділянка 12:..

Ділянка 23:..

Ділянка 34:..

Ділянка 45:..

Координату $y_{axial_section}$ розраховують для перевірки: якщо все правильно, то її значення дорівнює нулю.

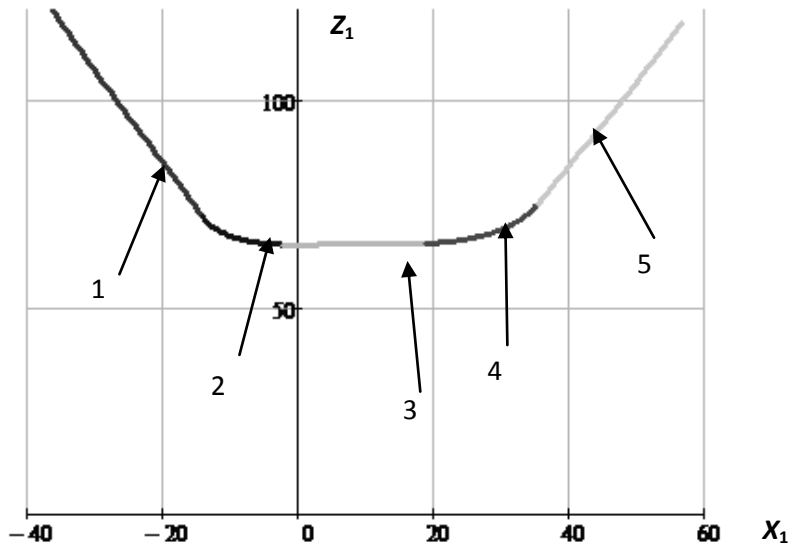


Рис. 6.15. Осьовий переріз гвинтової поверхні:

1 — ділянка 01; 2 — ділянка 12; 3 — ділянка 23;
4 — ділянка 34; 5 — ділянка 45

Контрольні запитання

1. Які поверхні можуть оброблюватися за схемами формоутворення першого класу?
2. Чи відрізняється профіль поверхні деталі від профілю вихідної інструментальної поверхні при протягуванні фасонних циліндричних поверхонь?
3. Чи відрізняється профіль поверхні деталі від профілю вихідної інструментальної поверхні при фрезеруванні фасонних циліндричних поверхонь, якщо вісь фрези лежить у площині, перпендикулярній твірним циліндричної поверхні?

4. Чи збігається профіль гвинтової канавки в нормальному до її напрямку перерізу з профілем вихідної інструментальної поверхні фрези?
5. Які параметри визначають гвинтову поверхню?
6. Запишіть рівняння гвинтової поверхні.
7. Вкажіть основні етапи визначення вихідної інструментальної поверхні обертання, спряженої з заданою гвинтовою поверхнею.
8. схемах формоутворення другого класу.
9. Назвіть можливі форми аксоїдів при схемах формоутворення третього класу.

РОЗДІЛ 6

СПРЯЖЕНІ ПОВЕРХНІ ПРИ СХЕМАХ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПЕРШОГО КЛАСУ

6.1. Загальні відомості

Схеми формоутворення першого класу дають змогу обробляти тільки ті поверхні, які допускають ковзання «самих по собі». До таких поверхонь належать площини, що ковзають «самі по собі» при обертанні навколо перпендикулярної осі і при прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} , яка йде паралельно площині. Фасонні циліндричні поверхні ковзають «самі по собі» при прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} , яка йде паралельно прямолінійним твірним цієї поверхні.

Поверхні обертання ковзають «самі по собі» при обертанні навколо своєї осі. Гвинтові поверхні постійного кроку ковзають «самі по собі» при гвинтовому русі, вісь якого збігається з віссю гвинтової поверхні. Параметр ρ гвинтового руху дорівнює параметру гвинтової оброблюваної поверхні.

Третій тип схем формоутворення, при якому рух поверхні деталі відносно інструмента є гвинтовим, на практиці широко не розповсюджений.

За зазначених схем формоутворення першого класу, для того щоб обробити поверхню деталі D , поряд з рухами, що відповідають заданій схемі формоутворення, поверхні деталі D надається рух ковзання «самої по собі». Так, наприклад, при фрезеруванні циліндричних поверхонь кінематичній схемі обробки належать обертання фрези навколо своєї осі і прямолінійно-поступальний рух подачі вздовж твірних поверхні деталі.

При визначенні вихідної інструментальної поверхні, як обгинаючої поверхні деталі, рух подачі не враховується, оскільки він приводить до ковзання циліндричної поверхні деталі «самої по собі». Таким чином, у зазначеному випадку вихідна інструментальна поверхня буде обгинаючою поверхні деталі при її обертанні навколо осі інструмента.

Схеми формоутворення першого класу допомагають оброблювати багатозубні деталі, обмежені рядом поверхонь обертання, циліндричних чи гвинтових.

Так, наприклад, мітчик має ряд прямих канавок, обмежених фасонними циліндричними поверхнями обертання. Оброблення подібних деталей за схемами формоутворення першого класу здійснюється методом ділення. Після оброблення однієї поверхні виконується процес ділення, тобто переміщується заготовка відносно інструмента для оброблення наступної поверхні деталі. Якщо конструкція верстата дає змогу, можна застосувати набори інструментів, кожний з яких оброблює відповідну поверхню деталі.

6.2. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при прямолінійно-поступальному русі

Фасонні циліндричні поверхні при прямолінійно-поступальному русі деталі інструмента (D/I) оброблюються струганням і протягуванням. У цьому випадку швидкість руху D/I збігається з твірними фасонної циліндричної поверхні. Тому у результаті руху D/I поверхня деталі ковзається «сама по собі» і вихідна інструментальна поверхня (I) збігається з поверхнею деталі (D) (рис. 6.1).

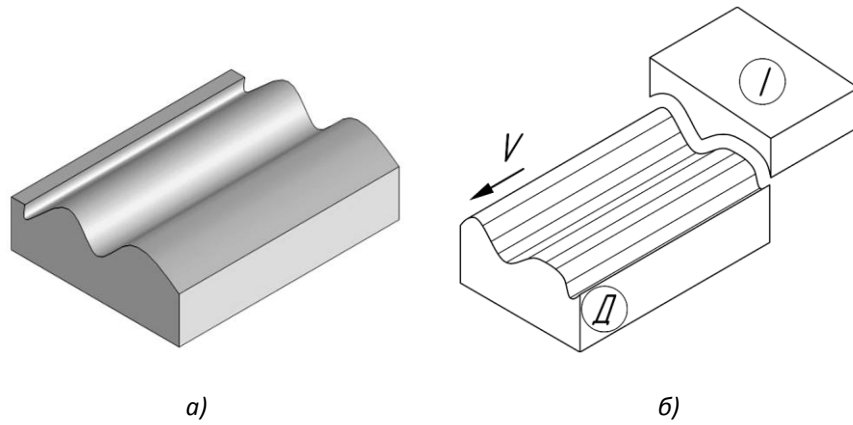
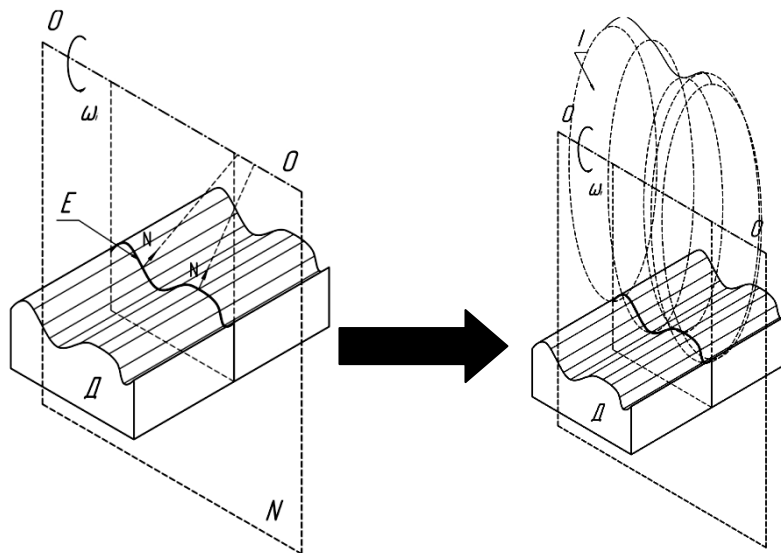


Рис. 6.1. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при прямолінійно-поступальному русі: а — фасонна циліндрична поверхня; б — оброблення циліндричної поверхні

Фасонні циліндричні поверхні (прямі канавки) можуть оброблюватися також за схемою, при якій відносний рух D/I буде рухом обертання навколо постійної осі. За такою схемою виконується фрезерування та шліфування фасонними кругами циліндричних поверхонь (прямих канавок) (рис. 6.2).



а)

б)

Рис. 6.2. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь при обертальному відносному русі D/I : а — визначення характеристики поверхні D ; б — утворення вихідної інструментальної поверхні

Вісь O обертання D/I , як правило, лежить в площині N , яка йде перпендикулярно до твірних фасонної циліндричної поверхні. Лінія перетину площини N і циліндричної поверхні D буде характеристикою E , оскільки нормалі до поверхні D у точках лінії E перетинають вісь обертання. Обертаючись навколо осі, характеристика описує вихідну інструментальну поверхню обертання. Профіль цієї поверхні буде збігатися з профілем поверхні D .

6.3. Оброблення фасонних поверхонь обертання

Фасонні поверхні обертання при прямолінійно-поступальному русі D/I обробляються тангенціальними фасонними різцями і протяжками. У цьому випадку швидкість \bar{V} відносно руху D/I проходить, як правило, перпендикулярно до осі деталі D . Характеристика E буде лінією перетину поверхні D площиною N , яка проходить через вісь деталі перпендикулярно до швидкості \bar{V} . При прямолінійно-поступальному русі характеристика E описує вихідну інструментальну циліндричну поверхню, профіль якої збігається з профілем деталі, твірні якої йдуть паралельно швидкості \bar{V} , і в точках характеристики E торкаються поверхні деталі D_k (рис. 6.3).

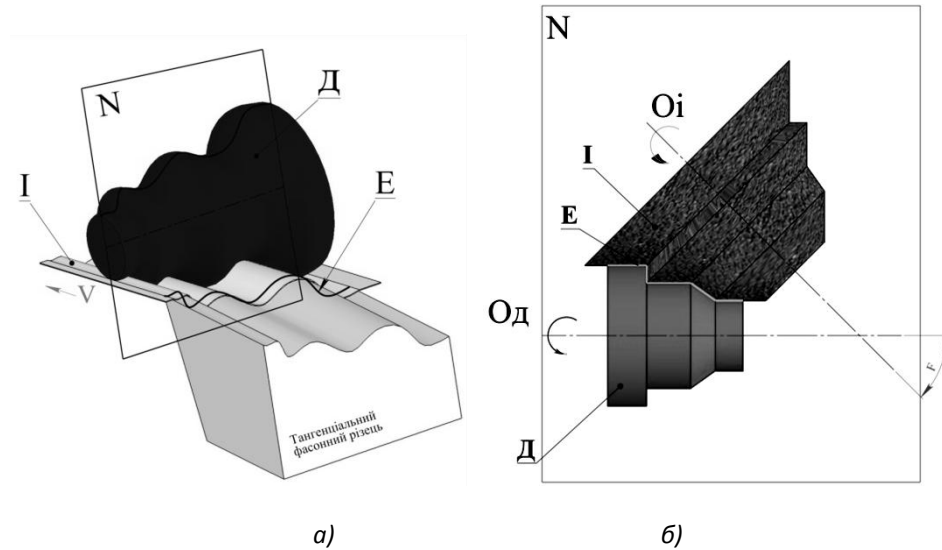


Рис. 6.3. Оброблення фасонних поверхнь обертання: а — при прямолінійно-поступальному відносному русі; б— при обертальному відносному русі

Фасонні поверхні обертання при обертальному русі D/I обробляються фрезами і шліфувальними кругами. Вісь O обертання D/I , як правило, перетинається з віссю деталі. У цьому випадку характеристика E буде лінією перетину поверхні D і площини N , в якій лежать вісь O обертання D/I та вісь деталі. Тобто, характеристика E збігається з профілем деталі. При обертанні характеристики E навколо осі O утворюється вихідна інструментальна поверхня, профіль якої збігається з профілем деталі.

6.4. Оброблення площин

Розповсюдженою в практиці поверхнею є площина. Вона допускає ковзання «самої по собі» при прямолінійно-поступальному русі, подібно до фасонних циліндричних поверхнь. Подібно ж до поверхнь обертання вона коває «сама по собі» при обертанні навколо осі, перпендикулярної до площини D .

При прямолінійно-поступальному русі D/I швидкість \bar{V} (рис. 6.4, а), виходячи з умов формоутворення, повинна бути паралельній площині D . У цьому випадку площина D ковзає «сама по собі», і вихідна інструментальна поверхня I збігається з нею. Цей випадок відповідає протягуванню та струганню площин.

Форма вихідної інструментальної поверхні I при обертальному русі площини D відносно I залежатиме від положення осі обертання.

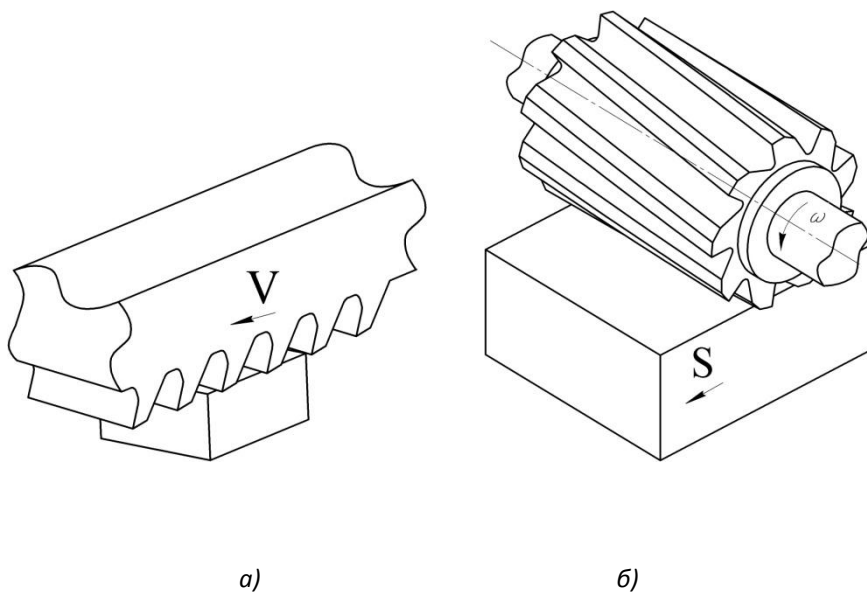


Рис. 6.4. Оброблення площин: а — при прямолінійно-поступальному відносному русі; б — при обертальному відносному русі

Якщо вісь обертання буде паралельною площині D , то вихідна інструментальна поверхня буде круглим циліндром. Цей випадок відповідає фрезеруванню площин циліндричними фрезами. Якщо вісь обертання буде перпендикулярною площині D , то вихідна інструментальна поверхня буде площиною, яка збігається з площиною D (рис. 6.4, б). Цей випадок відповідає фрезеруванню площин торцевими фрезами. Вісь обертання може розташуватися похило по відношенню до площини D . У цьому випадку характеристикою E буде пряма — ортогональна проекція осі обертання O на

площину D . Вихідна інструментальна поверхня буде поверхнею обертання характеристики E навколо осі O . Характеристика E і вісь O перетинаються в точці перетину осі O з площиною D . Тому вихідна інструментальна поверхня буде круглою конічною поверхнею. Цей випадок відповідає фрезеруванню площин кутовими фрезами. При гвинтовому русі D/I площини D , як було показано раніше, вихідна інструментальна поверхня буде евольвентною гвинтовою поверхнею. Однак при обробці площин цю схему формоутворення не використовують.

Гвинтові поверхні постійного кроку (гвинтові канавки) також обробляються за схемами формоутворення, при яких рух D/I буде або прямолінійно-поступальним, або обертальним. Однак у цьому випадку профіль вихідної інструментальної поверхні не збігається з профілем деталі і його необхідно визначати.

6.5. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з гвинтовою поверхнею

Гвинтові поверхні можуть утворюватися циліндричними поверхнями та поверхнями обертання.

6.5.1. Утворення гвинтової поверхні циліндричною поверхнею

Розглянемо визначення вихідної інструментальної поверхні I , як обгинаючої гвинтової поверхні D при її прямолінійно-поступальному русі зі швидкістю \bar{V} . На рис. 6.5 показано початкове положення у системі координат $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з гвинтовою поверхнею, і системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з поверхнею I .

За довільний момент часу система $X_1Y_1Z_1$ зміститься вздовж осі X_2 на величину l . Формули переходу будуть:

$$X_2 = X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon + l;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon;$$

$$Z_2 = Z_1.$$

Рівняння гвинтової поверхні D в системі $X_1Y_1Z_1$ буде:

$$\bar{r} = \bar{i} \cdot R \cdot \sin \theta + \bar{j} [f(R) + p\theta] + \bar{k} \cdot R \cdot \cos \theta,$$

де $Y_0 = f(R)$ — рівняння осьового перерізу гвинтової поверхні в площині $X_1 = 0$; p — параметр гвинтової поверхні.

Вектори, дотичні до поверхні D :

$$\bar{A} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = \bar{i} \cdot R \cdot \cos \theta + \bar{j} p - \bar{k} \cdot R \cdot \sin \theta;$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial R} = \bar{i} \sin \theta + \bar{j} \operatorname{tg} \varphi + \bar{k} \cos \theta,$$

де $\operatorname{tg} \varphi = f'(R)$.

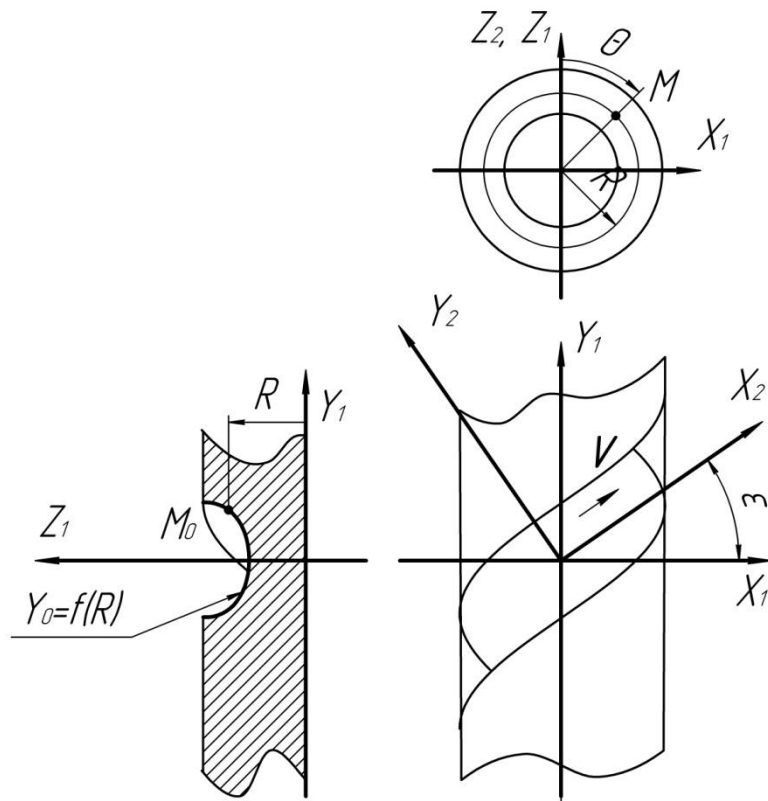


Рис. 6.5. Утворення гвинтової поверхні циліндричною поверхнею

Швидкість \bar{V} , яка направлена по осі X_2 :

$$\bar{V} = \bar{i} \cdot V \cdot \cos \varepsilon + \bar{j} \cdot V \cdot \sin \varepsilon.$$

Рівняння контакту:

$$\left(\left[\bar{A} + \bar{B} \right] \bar{V} \right) = \begin{vmatrix} R \cos \theta & p & -R \sin \theta \\ \sin \theta & \operatorname{tg} \varphi & \cos \theta \\ V \cos \varepsilon & V \sin \varepsilon & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримуємо

$$p \cos \varepsilon \cdot \cos \theta + R \cos \varepsilon \cdot \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi - R \sin \varepsilon = 0.$$

Взаємний розгляд рівняння гвинтової поверхні D , рівняння контакту і формул перетворення координат дає вихідну інструментальну поверхню. Профіль цієї поверхні I розраховують у такій послідовності:

5. Відповідно до рівняння $Y_0 = f(R)$ обираємо ряд значень R і визначаємо $f(R)$ і $\operatorname{tg} \varphi = f'(R)$.
6. За рівнянням контакту розраховуємо відповідні кути θ за відношеннями:

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{R \operatorname{tg} \varphi}{p};$$

$$\cos \tau = \frac{R \operatorname{tg} \varepsilon}{p} \cos \eta;$$

$$\theta = \eta + \tau.$$

7. Обчислюємо координати точок контакту (точок характеристики) на поверхні D :

$$X_1 = R \sin \theta;$$

$$Z_1 = R \cos \theta;$$

$$Y_1 = f(R) + p\theta.$$

8. За формулами перетворення координат визначаємо координати Y_2, Z_2 точок профілю вихідної фасонної циліндричної поверхні, твірні якої йдуть паралельно осі X_2 :

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon;$$

$$Z_2 = R \cos \theta.$$

Розглянутий випадок відповідає задачі визначення профілю шліфувального круга, призначеного для шліфування гвинтових канавок свердел малого діаметра. У цьому випадку розмір діаметра круга значно (до 500 разів) перевищує діаметр свердла. Тому без великої похибки поверхню круга в зоні формоутворення можна вважати фасонною циліндричною поверхнею.

6.5.2. Утворення гвинтової поверхні поверхнею обертання

Визначимо вихідну інструментальну поверхню l як обгинаючу гвинтової поверхні D при її обертанні навколо заданої осі A . На рис. 6.6. зображено початкове положення системи $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з гвинтовою поверхнею D , і системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з l . Вісь Y_2 йде по осі обертання A . Міжосьову відстань позначено через a . Система $X_1Y_1Z_1$ обертається навколо осі Y_2 . Кут повороту позначимо через δ .

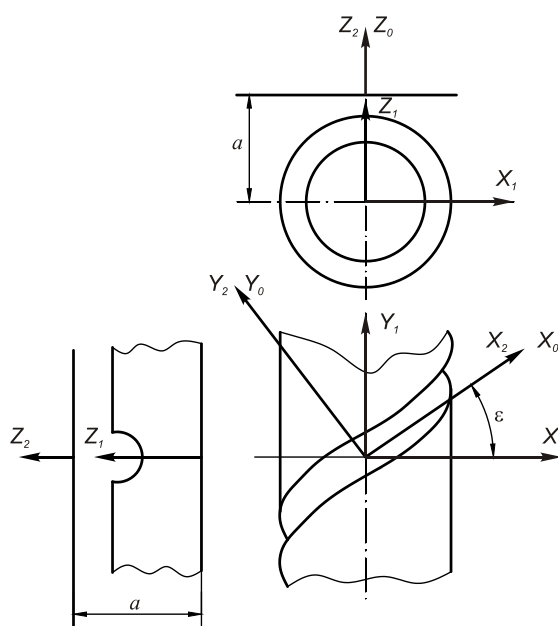


Рис. 6.6. Утворення гвинтової поверхні поверхнею обертання

Тоді формули перетворення координат будуть:

$$X_2 = \cos \delta (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon) - (Z_1 - a) \sin \delta;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon;$$

$$Z_2 = (Z_1 - a) \cos \delta + \sin \delta (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon).$$

У системі $X_1Y_1Z_1$ рівняння гвинтової поверхні та дотичні вектори A і B будуть:

$$\begin{aligned}\bar{r} &= \bar{i} \cdot R \cdot \sin \theta + \bar{j} [f(R) + p\theta] + \bar{k} \cdot R \cdot \cos \theta; \\ \bar{A} &= \bar{i} \cdot R \cdot \cos \theta + \bar{j} p - \bar{k} \cdot R \cdot \sin \theta; \\ \bar{B} &= \bar{i} \sin \theta + \bar{j} \operatorname{tg} \varphi + \bar{k} \cos \theta.\end{aligned}$$

Швидкість \bar{V} довільної точки гвинтової поверхні D при обертанні навколо Y_2 буде:

$$\bar{V} = [\bar{\omega} \times \bar{p}],$$

де

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \bar{r} - \bar{k}a = \bar{i} \cdot R \cdot \sin \theta + \bar{j} [f(R) + p\theta] + \bar{k} [R \cos \theta - a]; \\ \bar{\omega} &= -\bar{i} \sin \varepsilon + \bar{j} \cos \varepsilon.\end{aligned}$$

Отже:

$$\bar{V} = [\bar{\omega} \times \bar{p}] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ R \sin \theta & [f(R) + p\theta] & (R \cos \theta - a) \end{vmatrix}.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{i} \cos \varepsilon (R \cos \theta - a) + \bar{j} \sin \varepsilon (R \cos \theta - a) - \\ &- \bar{k} \{ \sin \varepsilon [f(R) + p\theta] + R \sin \theta \cdot \cos \varepsilon \}.\end{aligned}$$

Рівняння контакту $([\bar{A} \times \bar{B}] \bar{V}) = 0$ буде:

$$\begin{aligned}(p \cos \theta + R \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi) \cos \varepsilon (R \cos \theta - a) - R \sin \varepsilon (R \cos \theta - a) - \\ - (R \cos \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi - p \sin \theta) \cdot \{ \sin \varepsilon [f(R) + p\theta] + R \sin \theta \cdot \cos \varepsilon \} = 0.\end{aligned}$$

Це рівняння є трансцендентним відносно параметра θ . Воно розв'язується одним з наближених способів. Спільний розгляд рівняння

гвинтової поверхні D , рівняння контакту і формул перетворення координат дає шукану вихідну інструментальну поверхню обертання I .

Розглянемо окремий випадок, коли вісь обертання A та вісь деталі йдуть паралельно одна одній, що відповідає, наприклад, шліфуванню різьби багатонитковим кругом. У цьому випадку $\varepsilon = 0^\circ$ і рівняння контакту записується у вигляді:

$$(p \cos \theta + R \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi) \cos \varepsilon (R \cos \theta - a) - (R \cos \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi - p \sin \theta) \cdot R \sin \theta = 0,$$

або

$$a \cdot R \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \theta + a \cdot R \cdot \cos \theta = pR.$$

Формули перетворення координат будуть:

$$X_2 = \cos \delta - (Z_1 - a) \sin \delta;$$

$$Y_2 = Y_1;$$

$$Z_2 = (Z_1 - a) \cos \delta + X_1 \sin \delta.$$

Спільний розгляд рівняння поверхні деталі D , рівняння контакту і формул перетворення координат дає вихідну інструментальну поверхню обертання I . Профіль цієї поверхні і площини $X_2 = 0$ розраховують у такій послідовності:

5. У межах заданої гвинтової поверхні D обирають ряд значень R і визначають $f(R)$ і $\operatorname{tg} \varphi = f'(R)$.
6. За рівнянням контакту знаходять кут θ :

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{R \operatorname{tg} \varphi}{p};$$

$$\cos \tau = \frac{R}{a} \cos \eta;$$

$$\theta = \eta + \tau.$$

7. Визначають на гвинтовій поверхні D координати точок характеристики:

$$\begin{aligned}X_1 &= R \sin \theta; \\Y_1 &= f(R) = p\theta; \\Z_1 &= R \cos \theta.\end{aligned}$$

8. Визначають координати точок профілю вихідної інструментальної поверхні в площині при $X_2 = 0$:

$$X_1 \cos \delta - (Z_1 - a) \sin \delta = 0.$$

Звідси:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \delta &= \frac{X_1}{Z_1 - a}; \\Y_2 &= f(R) + p \theta; \\Z_2 &= (Z_1 - a) \cos \delta + X_1 \sin \delta.\end{aligned}$$

Розглянемо рішення оберненої задачі і визначимо обгинаючу поверхню обертання I при її гвинтовому русі, параметр якого p , а ось збігається з віссю деталі D .

6.5.3. Визначення обгинаючої поверхні обертання I при її гвинтовому русі

На рис. 6.7 зображено початкове положення системи $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з поверхнею обертання I , і системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з гвинтовою поверхнею D . Відстань між віссю поверхні обертання I та віссю заготовки позначено через a . Система $X_1Y_1Z_1$ виконує гвинтовий рух вздовж осі Y_2 з параметром p . Тоді формули перетворення координат будуть:

$$\begin{aligned}
 X_2 &= \cos t (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon) - (Z_1 + a) \sin t; \\
 Y_2 &= Y_1 \cos \varepsilon - X_1 \sin \varepsilon + pt; \\
 Z_2 &= (Z_1 + a) \cos t + \sin t (X_1 \cos \varepsilon + Y_1 \sin \varepsilon),
 \end{aligned}$$

де t — кут повороту навколо осі Y_2 при гвинтовому русі, який розглядається.

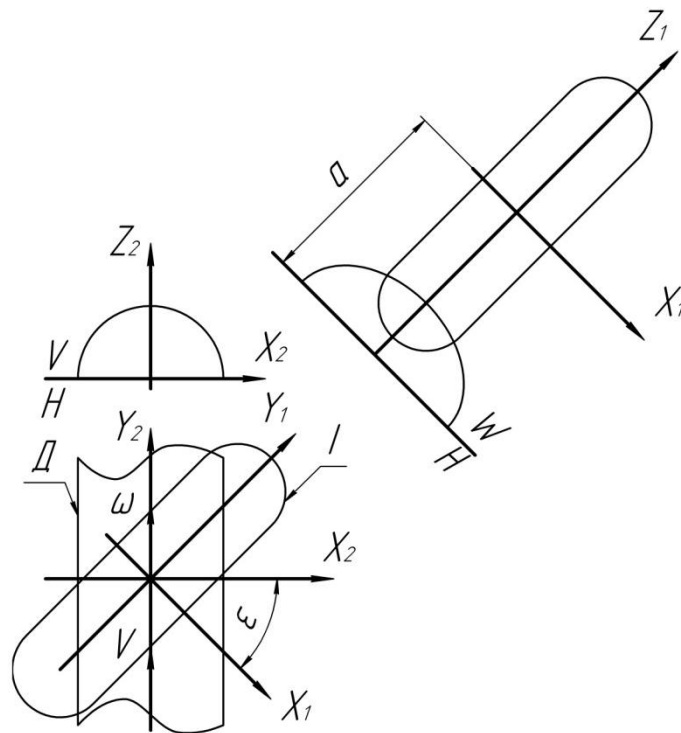


Рис. 6.7. Обгинаюча поверхня обертання при її гвинтовому русі

У системі $X_1Y_1Z_1$ рівняння гвинтової поверхні та дотичні вектори A і B будуть:

$$\bar{r} = \bar{i}X_1 + \bar{j}f(X_1)\sin\theta + \bar{k}f(X_1)\cos\theta,$$

де $R = f(X_1)$ — осьовий переріз поверхні l .

Вектори, дотичні до поверхні l :

$$\bar{A} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = \bar{j} \cdot R \cdot \cos \theta - \bar{k} \cdot R \cdot \sin \theta;$$

$$\bar{B} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial X_1} = \bar{i} + \bar{j} \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \theta + \bar{k} \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \theta,$$

де $\operatorname{tg} \beta = f'(X_1)$.

Швидкість \bar{V}_Σ довільної точки поверхні l при її гвинтовому русі буде:

$$\bar{V}_\Sigma = \bar{V} + [\bar{\omega} \times \bar{p}],$$

де \bar{V} — швидкість поступального руху; $\bar{\omega}$ — кутова швидкість обертання; \bar{p} — радіус-вектор, який з'єднує довільну точку поверхні l з віссю Y_2 .

$$\bar{p} = \bar{i}X_1 + \bar{j}f(X_1)\sin \theta + \bar{k}[f(X_1)\cos \theta + a];$$

$$\bar{V} = -\bar{i}p \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon + \bar{j}p \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon;$$

$$\bar{\omega} = -\bar{i}\omega \cdot \sin \varepsilon + \bar{j}\omega \cdot \cos \varepsilon.$$

Векторний добуток $[\bar{\omega} \times \bar{p}]$ буде:

$$[\bar{\omega} \times \bar{p}] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -\omega \cdot \sin \varepsilon & \omega \cdot \cos \varepsilon & 0 \\ X_1 & R \sin \theta & R \cos \theta + a \end{vmatrix} =$$

$$= \bar{i} \omega \cdot \cos \varepsilon (R \cos \theta + a) + \bar{j} \omega \cdot \sin \varepsilon (R \cos \theta + a) +$$

$$+ \bar{k} (R \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \theta - X_1 \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon).$$

Рівняння контакту $([\bar{A} \times \bar{B}] \bar{V}) = 0$ записується таким чином:

$$\begin{aligned}
& R \operatorname{tg} \beta \left[\bar{\omega} \cos \varepsilon (R \cos \theta + a) - p \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon \right] - \\
& - R \sin \theta \left[\omega \sin \varepsilon (R \cos \theta + a) + p \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon \right] + \\
& + R \cos \theta (R \cdot \omega \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \theta + X_1 \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon) = 0.
\end{aligned}$$

Перетворивши останній вираз, отримаємо

$$\begin{aligned}
& \cos \theta (R \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon - X_1 \cos \varepsilon) - \sin \theta (a \sin \varepsilon + p \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon) = \\
& = \operatorname{tg} \beta (p \sin \varepsilon - a \cos \varepsilon).
\end{aligned}$$

Кут θ з цього рівняння визначають зі співвідношення:

$$\begin{aligned}
\operatorname{tg} \eta &= \frac{a \sin \varepsilon + p \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon}{X_1 \cos \varepsilon - f(X_1) \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon}; \\
\cos \tau &= \frac{\operatorname{tg} \beta (p \sin \varepsilon - a \cos \varepsilon)}{\cos \varepsilon [f(X_1) \operatorname{tg} \beta - X_1]} \cos \eta; \\
\theta &= \eta \times \tau.
\end{aligned}$$

Спільний розгляд рівняння поверхні обертання I , рівняння контакту і формул перетворення координат дає шукану гвинтову поверхню D , спряжену з поверхнею I .

При обертальному русі D/I поверхні обертання D параметр $p = 0$. Рівняння контакту набуває вигляду:

$$R \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \theta - a \sin \theta \cdot \sin \varepsilon = -a \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \varepsilon.$$

При $\varepsilon = 90^\circ$ отримуємо:

$$\begin{aligned}
& -a \sin \theta = 0; \\
& \theta = 0^\circ.
\end{aligned}$$

Тобто при обертанні поверхні обертання D навколо осі O , яка йде паралельно осі поверхні D , характеристика E збігається з профілем поверхні D . При обертанні характеристики E навколо осі O утворюється вихідна

інструментальна поверхня обертання l , профіль якої збігається з профілем поверхні D .

Приклад розрахунку

Визначити кінематичним методом поверхню, спряжену з фасонною поверхнею обертання, при її гвинтовому русі; знайти характеристики цієї поверхні — торцевий та осьовий переріз. Ця задача відповідає шліфуванню фасонними кругами гвинтових поверхонь.

Розв'язання даної задачі ведемо таким чином:

6. Зображаємо розрахункову схему і визначаємося з системами координат: системою, зв'язаною з гвинтовою поверхнею, і системою, зв'язаною з фасонною поверхнею обертання (вихідною інструментальною поверхнею).
7. Записуємо рівняння зв'язку між системами координат.
8. Визначаємо рівняння контакту фасонної поверхні обертання з поверхнею, яка буде утворена нею при її гвинтовому русі.
9. Розв'язуємо рівняння контакту.
10. Знаходимо характеристики утвореної гвинтової поверхні — торцевий та осьовий переріз.

1. Зображаємо розрахункову схему і визначаємося з системами координат

$S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ — система, зв'язана з деталлю;

$S(X, Y, Z)$ — система, зв'язана з фасонною поверхнею обертання (надалі інструментом).

Система S рухається по гвинтовій траєкторії відносно системи S_1 , вісь X_1 — вісь гвинтового руху, напрям обертання інструменту при гвинтовому русі показано стрілкою на рис. 6.8. У початковий момент часу у цих систем збігаються осі Z та Z_1 і система $S(X, Y, Z)$ повернута навколо осі Z_1 на кут β проти годинникової стрілки.

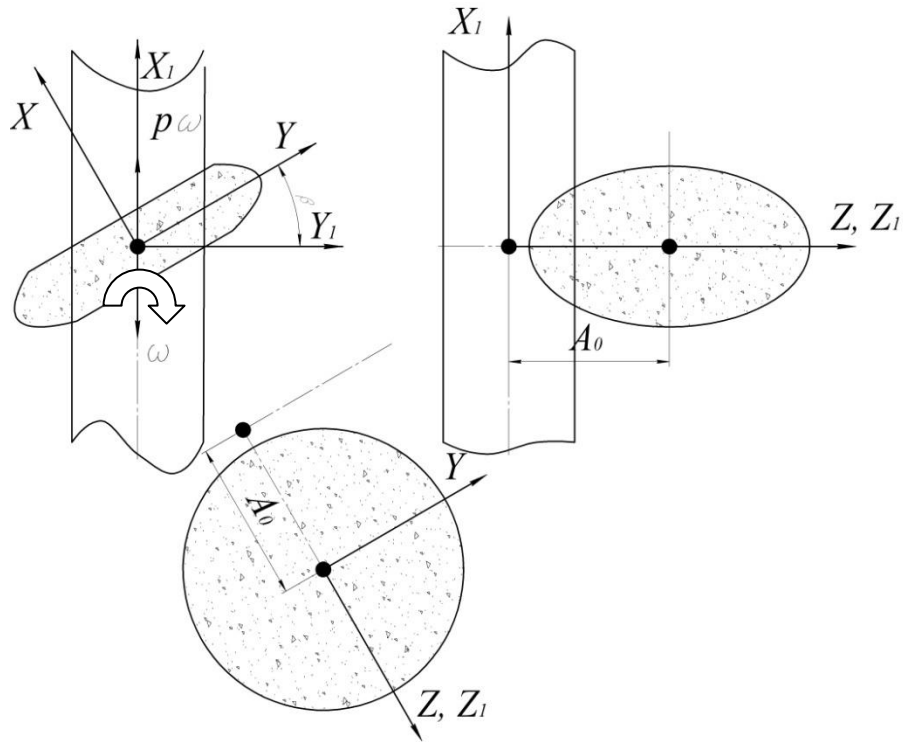


Рис. 6.8. Розрахункова схема формоутворення фасонною поверхню обертання гвинтової поверхні

2. Записуємо рівняння зв'язку між системами координат

Рівняння зв'язку між системами координат, коли система S рухається по гвинтовій траєкторії відносно системи S_1 :

$$X_1(X, Y, Z, \varphi_x) = X \cos \beta + Y \sin \beta + p \varphi_x;$$

$$Y_1(X, Y, Z, \varphi_x) = (A_0 + Z) \sin \varphi_x + (-X \sin \beta + Y \cos \beta) \cos \varphi_x;$$

$$Z_1(X, Y, Z, \varphi_x) = (A_0 + Z) \cos \varphi_x - (-X \sin \beta + Y \cos \beta) \sin \varphi_x,$$

де A_0 — міжосьова відстань;

β — кут розвороту поверхні інструмента;

p — гвинтовий параметр;

ϕ_x — параметр, що відповідає за гвинтовий рух, щоб описати гвинтову поверхню довжиною в один крок, він повинен змінюватись від 0 до 2π .

Згідно завдання установочні параметри мають такі значення:

- $A_0 = 180$ мм;
- $\beta = 38^\circ$;
- крок гвинтової поверхні $H = 360$ мм;
- гвинтовий параметр $p = 57,296$ мм.

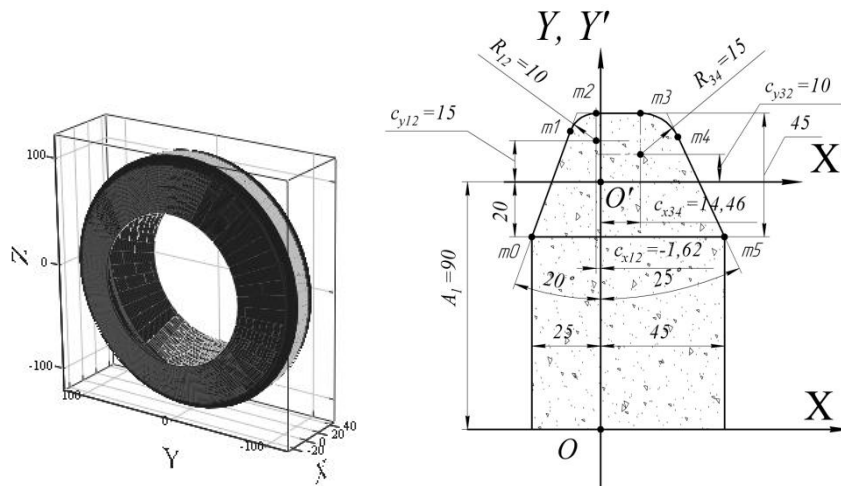


Рис. 6.9. Фасонна поверхня обертаня та її характеристики

Параметри вихідної інструментальної поверхні: вона є фасонною поверхнею обертаня, яка утворена при обертанні профілем, що складається з 5 ділянок: трьох ділянок прямолінійних і двох ділянок округлих (рис. 6.8), які плавно спряжені між собою. Твірний профіль фасонної поверхні обертаня заданий у допоміжній системі $X'Y'$, центр якої зміщений по осі Y на величину A_1 .

Координати вузлових точок, що описують профіль твірної поверхні, наведені у таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

**Координати вузлових точок, що описують
профіль твірної поверхні**

№	X', мм	Y', мм
0	-25	-20
1	-11,016	18,42
2	-1,619	25
3	14,46	25
4	28,055	16,339
5	45	20

Радіуси округлень: ділянка 12 — $R_{12} = 10$ мм, ділянка 34 — $R_{34} = 15$ мм. Координати центрів округлень: ділянка 12 $c_{x12} = -1,62$ мм, $c_{y12} = 15$ мм; ділянка 34 $c_{x34} = 14,46$ мм, $c_{y34} = 10$ мм. Відстань $A_1 = 90$ мм, кути нахилу прямолінійних ділянок до осі Y': ділянка 01 — $\alpha_{12} = 20^\circ$, ділянка 45 — $\alpha_{45} = 25^\circ$.

Рівняння, що описують вихідну інструментальну поверхню, яка складається з 5 ділянок, для інженерних задач бажано брати так, щоб вони були записані у параметричній формі. Ці рівняння повинні мати дві незалежні змінні. Позначимо їх, як t, u . $x = f_1(t, u)$; $y = f_2(t, u)$; $z = f_3(t, u)$.

Ділянка 01 — прямолінійний твірний профіль:

$$\begin{aligned}
x_{01}(t, u) &= kx_{01}t + X'_0; \\
y_{01}(t, u) &= (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u; \\
z_{01}(t, u) &= (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u; \\
kx_{01} &= X'_1 - X'_0; ky_{01} = Y'_1 - Y'_0.
\end{aligned}$$

Для того, щоб описати задану поверхню, утворену таким профілем, необхідно, щоб межі параметрів змінювались у таких межах $t [0; 1]$, $u[0; 2\pi]$.

Ділянка 12 — округлий твірний профіль:

$$\begin{aligned}
x_{12}(t, u) &= cx_{12} + R_{12} \cos t; \\
y_{12}(t, u) &= (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \cos u; \\
z_{12}(t, u) &= (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u; \\
t &\left[\frac{\pi}{2}; \pi - a_{12} \right]; \quad u[0; 2\pi].
\end{aligned}$$

Ділянка 23:

$$\begin{aligned}
x_{23}(t, u) &= kx_{23}t + X'_2; \\
y_{23}(t, u) &= (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \cos u; \\
z_{23}(t, u) &= (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u; \\
kx_{23} &= X'_2 - X'_3; ky_{23} = 0 \\
t &[0; 1]; \quad u[0; 2\pi].
\end{aligned}$$

Ділянка 34:

$$\begin{aligned}
x_{34}(t, u) &= cx_{34} + R_{34} \cos t; \\
y_{34}(t, u) &= (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \cos u; \\
z_{34}(t, u) &= (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u; \\
t &\left[a_{34}; \frac{\pi}{2} \right]; \quad u[0; 2\pi].
\end{aligned}$$

Ділянка 45:

$$\begin{aligned}x_{45}(t, u) &= kx_{45}t + X'_4; \\y_{45}(t, u) &= (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \cos u; \\z_{45}(t, u) &= (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u; \\kx_{45} &= X'_5 - X'_4; ky_{45} = Y'_5 - Y'_4; \\t &[0; 1]; \quad u[0; 2\pi].\end{aligned}$$

3. Визначаємо рівняння контакту фасонної поверхні обертання з поверхнею, яка буде утворена нею при її гвинтовому русі

Записуємо рівняння нормалі до поверхні інструменту в системі $S(X, Y, Z)$.

Ділянка 01:

$$A_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{01}(t, u)}{\partial t} \\ \frac{\partial y_{01}(t, u)}{\partial t} \\ \frac{\partial z_{01}(t, u)}{\partial t} \end{pmatrix}; \quad B_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{01}(t, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial y_{01}(t, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial z_{01}(t, u)}{\partial u} \end{pmatrix};$$

$$N_{01}(t, u) = \overline{A_{01}(t, u)} \times \overline{B_{01}(t, u)} = \begin{pmatrix} -A_{01z}B_{01y} + A_{01y}B_{01z} \\ A_{01z}B_{01x} - A_{01x}B_{01z} \\ -A_{01y}B_{01z} + A_{01z}B_{01y} \end{pmatrix};$$

$$N_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} ky_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 12:

$$N_{12}(t, u) = \begin{pmatrix} R_{12} \cos t (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \\ R_{12} \sin t (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \cos u \\ R_{12} \sin t (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 23:

$$N_{23}(t, u) = \begin{pmatrix} ky_{23}(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \\ -kx_{23}(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \cos u \\ -kx_{23}(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 34:

$$N_{34}(t, u) = \begin{pmatrix} R_{34} \cos t (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \\ R_{34} \sin t (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \cos u \\ R_{34} \sin t (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u \end{pmatrix}.$$

Ділянка 45:

$$N_{45}(t, u) = \begin{pmatrix} ky_{45}(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \\ -kx_{45}(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \cos u \\ -kx_{45}(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u \end{pmatrix}.$$

Запишемо рівняння швидкості точок вихідної інструментальної поверхні при гвинтовому русі:

$$V = V_p + V_\omega,$$

де V_p — швидкість поступального руху (у системі $S(X, Y, Z)$);

V_ω — швидкість обертального руху (у системі $S(X, Y, Z)$).

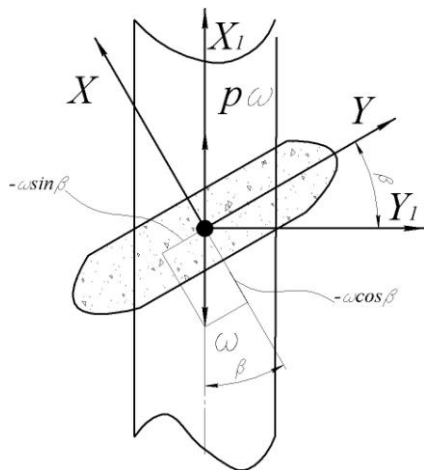


Рис. 6.10. Розрахункова схема для визначення швидкості руху

Швидкість поступального руху V_p (рис. 6.10).

Вектор швидкості поступального руху визначають як проекцію вектора $p\omega$ на осі координат :

$$V_p = \begin{pmatrix} p|\omega| \cos \beta \\ p|\omega| \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\omega| = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} p \cos \beta \\ p \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор швидкості обертального руху визначають як векторний добуток кутової швидкості ω і радіус-вектора точки поверхні інструмента в системі $S(X, Y, Z)$. Також необхідно враховувати, що

вектор кутової швидкості не проходить через центр координат системи $S(X, Y, Z)$, а знаходиться на певній відстані, що відповідно до визначення кутової швидкості враховує додатковий компонент $A \times \omega$:

$$V_{\omega} = \omega \times R + A \times \omega;$$

$$R = (f_1(t, u), f_2(t, u), f_3(t, u)),$$

де R — радіус-вектор координат точок поверхні інструменту;

ω — радіус-вектор кутової швидкості;

A — радіус-вектор, що з'єднує центр системи координат $S(X, Y, Z)$ з лінією дії вектора ω :

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -A_0 \end{pmatrix}.$$

Вектор кутової швидкості при обраному напрямі обертання в проєкціях на осі координат у системі $S(X, Y, Z)$ (рис. 6.11):

$$\omega = \begin{pmatrix} -|\omega| \cos \beta \\ -|\omega| \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\omega| = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} -\cos \beta \\ -\sin \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор
обертального руху:

швидкості

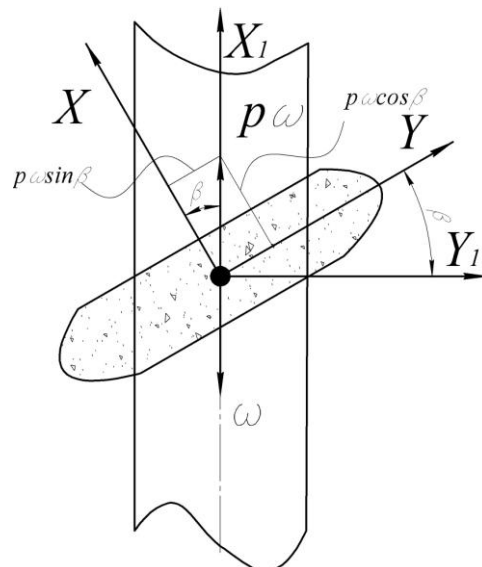


Рис. 6.11. Розрахункова схема для визначення кутового вектора швидкості обертального руху

$$\begin{aligned}
V_{\omega} &= \omega \times R + A \times \omega = \\
&= \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ f_1(t, u) & f_2(t, u) & f_3(t, u) \end{vmatrix} + \\
&+ \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -A_0 \\ -\cos \beta & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} -(A_0 + f_3(t, u)) \sin \beta \\ (A_0 + f_3(t, u)) \cos \beta \\ f_1(t, u) \sin \beta - f_2(t, u) \cos \beta \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Вектор результуючої швидкості руху:

$$V = V_p + V_\omega = \begin{pmatrix} p \cos \beta \\ p \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(A_0 + f_3(t, u)) \sin \beta \\ (A_0 + f_3(t, u)) \cos \beta \\ f_1(t, u) \sin \beta - f_2(t, u) \cos \beta \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$V(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + f_3(t, u)) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + f_3(t, u)) \cos \beta \\ f_1(t, u) \sin \beta - f_2(t, u) \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Підставивши замість $R = (f_1(t, u), f_2(t, u), f_3(t, u))$ відповідні значення складових рівнянь, що описують відповідні ділянки вихідної інструментальної поверхні, отримуємо рівняння швидкості поверхні при її гвинтовому русі вздовж осі X_1 .

Ділянка 01:

$$V_{01}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{01}t + X'_0) \sin \beta - (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 12:

$$V_{12}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \sin u) \cos \beta \\ (cx_{12} + R_{12} \cos t) \sin \beta - (A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 23:

$$V_{23}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{23}t + X'_2) \sin \beta - (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 34:

$$V_{34}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \sin u) \cos \beta \\ (cx_{34} + R_{34} \cos t) \sin \beta - (A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Ділянка 45:

$$V_{45}(t, u) = \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{45}t + X'_4) \sin \beta - (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \cos u \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Рівняння контакту знайдемо, як скалярний добуток вектора нормалі $N(t, u)$ і вектора швидкості $V(t, u)$:

$$NV(t, u) = \bar{N}(t, u) \cdot \bar{V}(t, u) = 0.$$

Запишемо рівняння контакту для кожної ділянки.

Ділянка 01:

$$\begin{aligned} NV_{01}(t, u) &= \bar{N}_{01}(t, u) \cdot \bar{V}_{01}(t, u) = \\ &= \begin{pmatrix} ky_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \\ -kx_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} p \cos \beta - (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \sin \beta \\ p \sin \beta + (A_0 + (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \sin u) \cos \beta \\ (kx_{01}t + X'_0) \sin \beta - (A_1 + ky_{01}t + Y'_0) \cos u \cos \beta \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &- (A_1 + ky_{01}t + Y'_0)(\sin \beta (A_0 ky_{01} + \sin u (ky_{01}(A_1 + ky_{01}t + Y'_0) + \\ &+ kx_{01}(kx_{01}t + X'_0)) + kx_{01}p \cos u) + \cos \beta (A_0 kx_{01} \cos u - ky_{01}p) = 0. \end{aligned}$$

Ділянка 12:

$$\begin{aligned}
 NV_{12}(t, u) &= \bar{N}_{12}(t, u) \cdot \bar{V}_{12}(t, u) = -R_{12}(A_1 + cy_{12} + R_{12} \sin t) \times \\
 &\times (\cos t (\sin \beta (A_0 + (A_1 + cy_{12}) \sin u) - p \cos \beta) - \\
 &- \sin t (\cos u (A_0 \cos \beta + p \sin \beta) + cx_{12} \sin \beta \sin u)) = 0.
 \end{aligned}$$

Ділянка 23:

$$\begin{aligned}
 NV_{23}(t, u) &= \bar{N}_{23}(t, u) \cdot \bar{V}_{23}(t, u) = -(A_1 + ky_{23}t + Y'_2) \times \\
 &\times (\sin \beta (A_0 ky_{23} + \sin u (ky_{23} (A_1 + ky_{23}t + Y'_2) + \\
 &+ kx_{23} (kx_{23}t + X'_2))) + kx_{23} p \cos u) + \\
 &+ \cos \beta (A_0 kx_{23} \cos u - ky_{23} p) = 0.
 \end{aligned}$$

Ділянка 34:

$$NV_{34}(t, u) = \bar{N}_{34}(t, u) \cdot \bar{V}_{34}(t, u) = -R_{34}(A_1 + cy_{34} + R_{34} \sin t) \times \\ \times (\cos t (\sin \beta (A_0 + (A_1 + cy_{34}) \sin u) - p \cos \beta) - \\ - \sin t (\cos u (A_0 \cos \beta + p \sin \beta) + cx_{34} \sin \beta \sin u)) = 0.$$

Ділянка 45:

$$NV_{45}(t, u) = \bar{N}_{45}(t, u) \cdot \bar{V}_{45}(t, u) = -(A_1 + ky_{45}t + Y'_4) \times \\ \times (\sin \beta (A_0 ky_{45} + \sin u (ky_{45} (A_1 + ky_{45}t + Y'_4) + \\ + kx_{45} (kx_{45}t + X'_4))) + kx_{45} p \cos u) + \cos \beta (A_0 kx_{45} \cos u - ky_{45} p) = 0.$$

4. Розв'язування рівняння контакту

У рівняння контакту входять дві змінні t , u , їх і потрібно знайти, щоб при підстановці їх у рівняння контакту воно перетворювалось на нуль: $NV(t, u) = 0$.

Для цього необхідно задаватися одним із цих значень і знаходити інше:

- задаватися будемо змінною, що визначає положення точки на твірній поверхні інструменту, яка утворена обертанням профілю навколо осі X . Це параметр t і визначатиме параметр u , який відповідає за кутове положення цієї точки відносно осі X ;
- для отриманих завдань параметр t змінюється для прямолінійних ділянок від 0 до 1, для округлих ділянок у межах кута розвороту сектора, що описує цю ділянку.

Розіб'ємо кожну ділянку профілю зуба на певну кількість точок (значень параметру t).

Розв'яжемо рівняння контакту числовим методом, оскільки аналітичне розв'язування може бути громіздким, або взагалі не існувати. Для цього необхідно задати початкове наближення параметру u . Оскільки формоутворення поверхні відбувається у нижній частині інструменту, від'ємні значення по осі Z та точки поверхні інструменту, що там знаходяться, мають

значення параметру u в межах $[-\pi, 0]$, або $[\pi, 2\pi]$, то як початкове наближення параметру u краще взяти $-\frac{\pi}{2}$ або $\frac{3\pi}{2}$.

Розв'яжемо рівняння контакту для кожного значення параметру t_e і знайдемо відповідне значення параметру u_e .

5. Знаходження характеристик утвореної гвинтової поверхні — торцевий та осьовий переріз

Знайдені значення розв'язків рівняння контакту t_e , u_e підставляємо у рівняння поверхні інструменту, і отримуємо на поверхні інструменту характеристику (лінію контакту), яка утворюватиме шукану гвинтову поверхню.

Ділянка 01:

$$x_{01e} = x_{01}(t_{01e}, u_{01e}); y_{01e} = y_{01}(t_{01e}, u_{01e}); z_{01e} = z_{01}(t_{01e}, u_{01e}).$$

Ділянка 12:

$$x_{12e} = x_{12}(t_{12e}, u_{12e}); y_{12e} = y_{12}(t_{12e}, u_{12e}); z_{12e} = z_{12}(t_{12e}, u_{12e}).$$

Ділянка 23:

$$x_{23e} = x_{23}(t_{23e}, u_{23e}); y_{23e} = y_{23}(t_{23e}, u_{23e}); z_{23e} = z_{23}(t_{23e}, u_{23e}).$$

Ділянка 34:

$$x_{34e} = x_{34}(t_{34e}, u_{34e}); y_{34e} = y_{34}(t_{34e}, u_{34e}); z_{34e} = z_{34}(t_{34e}, u_{34e}).$$

Ділянка 45:

$$x_{45e} = x_{45}(t_{45e}, u_{45e}); y_{45e} = y_{45}(t_{45e}, u_{45e}); z_{45e} = z_{45}(t_{45e}, u_{45e}).$$

За знайденими координатами точок характеристики будуємо лінію контакту на поверхні інструменту (рис. 6.12).

Лінія контакту

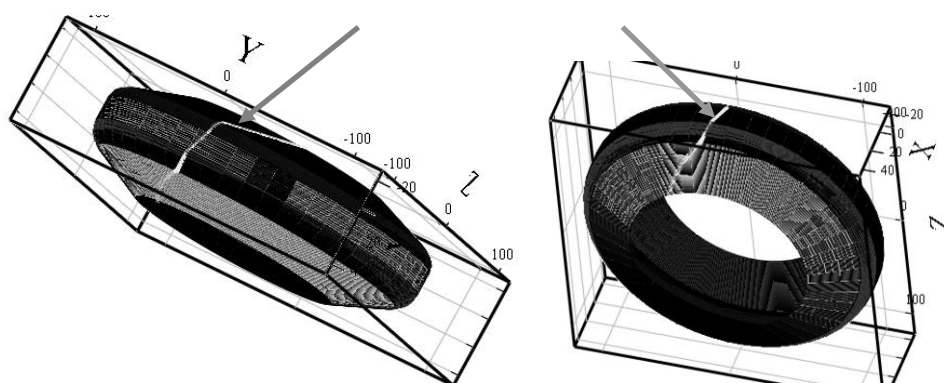


Рис. 6.12. Лінія контакту на поверхні інструменту

Для побудови гвинтової поверхні, утвореної таким інструментом, необхідно знайдені значення координат точок характеристики x_e , y_e , z_e в системі $S(X, Y, Z)$ підставити у рівняння зв'язку між системами координат, при цьому параметр ϕ_x змінюватиметься в межах від 0 до 2π . Для того, щоб описати гвинтову поверхню довжиною в 1 крок: $\phi_x = 0 \dots 2\pi$.

Ділянка 01:

$$\begin{aligned} x_{helix01e} &= X_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_x); \\ y_{helix01e} &= Y_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_x); \\ z_{helix01e} &= Z_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 12:

$$\begin{aligned} x_{helix12e} &= X_1(x_{12e}, y_{12e}, z_{12e}, \phi_x); \\ y_{helix12e} &= Y_1(x_{12e}, y_{12e}, z_{12e}, \phi_x); \\ z_{helix12e} &= Z_1(x_{12e}, y_{12e}, z_{12e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 23:

$$\begin{aligned} x_{helix23e} &= X_1(x_{23e}, y_{23e}, z_{23e}, \phi_x); \\ y_{helix23e} &= Y_1(x_{23e}, y_{23e}, z_{23e}, \phi_x); \\ z_{helix23e} &= Z_1(x_{23e}, y_{23e}, z_{23e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 34:

$$\begin{aligned} x_{helix34e} &= X_1(x_{34e}, y_{34e}, z_{34e}, \phi_x); \\ y_{helix34e} &= Y_1(x_{34e}, y_{34e}, z_{34e}, \phi_x); \\ z_{helix34e} &= Z_1(x_{34e}, y_{34e}, z_{34e}, \phi_x). \end{aligned}$$

Ділянка 45:

$$\begin{aligned}
 x_{helix45e} &= X_1(x_{45e}, y_{45e}, z_{45e}, \varphi_x); \\
 y_{helix45e} &= Y_1(x_{45e}, y_{45e}, z_{45e}, \varphi_{xx}); \\
 z_{helix45e} &= Z_1(x_{45e}, y_{45e}, z_{45e}, \varphi_{xx}).
 \end{aligned}$$

На рис. 6.13 зображено гвинтову поверхню, яка утворилась, й також характеристику (лінію контакту). Для цього у рівняння переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ підставляємо координати точок характеристики.

Знаходження торцевого та осьового перерізу гвинтової поверхні. Торцевий переріз визначається площиною, для якої $X_1 = 0$. Осьовий переріз визначається площиною, для якої $Y_1 = 0$.

Для знаходження торцевого перерізу гвинтової поверхні необхідно у рівняннях переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ прирівняти координату $X_1 = 0$, підставити значення координат точок характеристики (лінії контакту) і звідти знайти значення параметру φ_x :

$$\varphi_{xt}(x_e, y_e) = -\frac{x_e \cos \beta + y_e \sin \beta}{p},$$

де x_e, y_e — координати точок характеристики (лінії контакту) у системі $S(X, Y, Z)$.

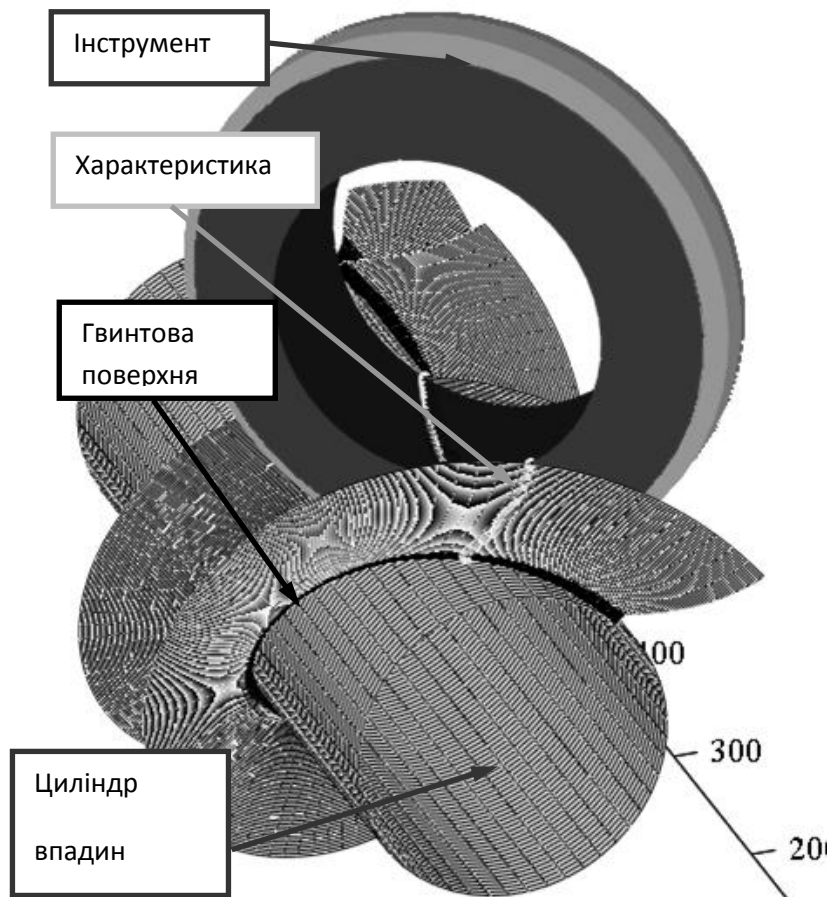


Рис. 6.13. Гвинтова поверхня, утворена дисковим інструментом

Знайдені значення ϕ_{xt} і координати точок характеристики (лінії контакту) для кожної ділянки в системі $S(X, Y, Z)$ підставляємо в рівняння переходу від систем координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ і будуємо графік торцевого перерізу в площині YZ (рис. 6.14).

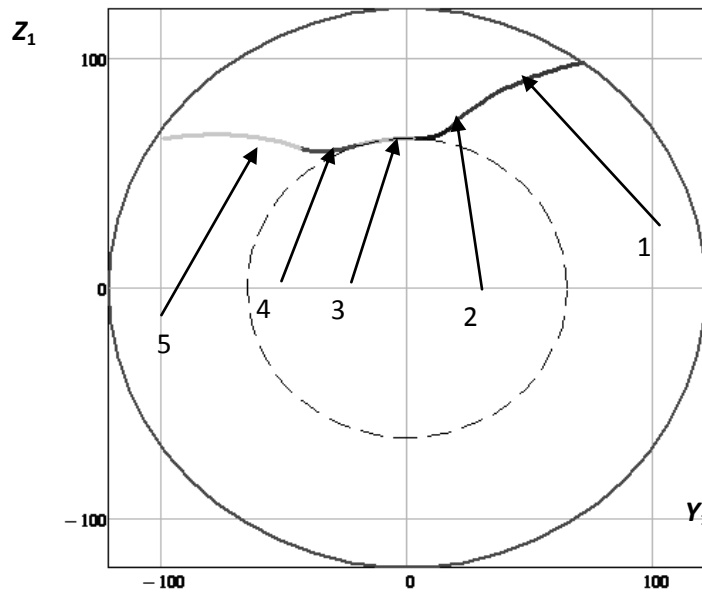


Рис. 6.14. Торцевий переріз гвинтової поверхні:

1 — ділянка 01; 2 — ділянка 12; 3 — ділянка 23;
4 — ділянка 34; 5 — ділянка 45

Ділянка 01:

$$\varphi_{x_{01t}} = -\frac{x_{01e} \cos \beta + y_{01e} \sin \beta}{p}$$

$$x_{\text{end_section}_{01e}} = X_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \varphi_{x_{01t}});$$

$$y_{\text{end_section}_{01e}} = Y_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \varphi_{x_{01t}});$$

$$z_{\text{end_section}_{01e}} = Z_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \varphi_{x_{01t}}).$$

Ділянка 12:..

Ділянка 23:..

Ділянка 34:..

Ділянка 45:..

Координату $x_end_section_e$ розраховують для перевірки: якщо все правильно, то її значення дорівнює нулю.

Для знаходження осьового перерізу гвинтової поверхні необхідно в рівняннях переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ прирівняти координату $Y_1 = 0$ (або $Z_1 = 0$), підставити значення координат точок характеристики (лінії контакту) і знайти звідти значення параметру ϕ_{xAX} :

$$\phi_{xAX}(x_e, y_e, z_e) = \arctg\left(\frac{x_e \sin \beta - y_e \cos \beta}{A_0 + z_e}\right),$$

де x_e, y_e, z_e — координати точок характеристики (лінії контакту) в системі $S(X, Y, Z)$.

Знайдені значення ϕ_{xt} і координати точок характеристики (лінії контакту) в системі $S(X, Y, Z)$ підставляємо в рівняння переходу від системи координат $S(X, Y, Z)$ до системи $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ і будуємо графік торцевого перерізу в площині XZ (рис. 6.15).

Ділянка 01:

$$\phi_{x01AX} = \arctg\left(\frac{x_{01e} \sin \beta - y_{e01} \cos \beta}{A_0 + z_{01e}}\right);$$

$$x_axial_section_{01e} = X_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_{x01AX});$$

$$y_axial_section_{01e} = Y_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_{x01AX});$$

$$z_axial_section_{01e} = Z_1(x_{01e}, y_{01e}, z_{01e}, \phi_{x01AX}).$$

Ділянка 12:..

Ділянка 23:..

Ділянка 34:..

Ділянка 45:..

Координату $y_{axial_section_e}$ розраховують для перевірки: якщо все правильно, то її значення дорівнює нулю.

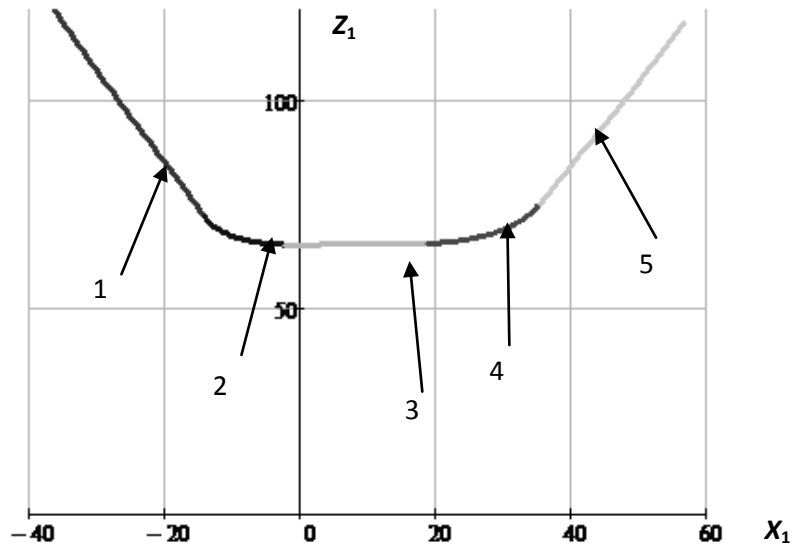


Рис. 6.15. Осьовий переріз гвинтової поверхні:

1 — ділянка 01; 2 — ділянка 12; 3 — ділянка 23;
4 — ділянка 34; 5 — ділянка 45

Контрольні запитання

8. Які поверхні можуть оброблюватися за схемами формоутворення першого класу?
9. Чи відрізняється профіль поверхні деталі від профілю вихідної інструментальної поверхні при протягуванні фасонних циліндричних поверхонь?
10. Чи відрізняється профіль поверхні деталі від профілю вихідної інструментальної поверхні при фрезеруванні фасонних циліндричних поверхонь, якщо вісь фрези лежить у площині, перпендикулярній твірним циліндричної поверхні?

11. Чи збігається профіль гвинтової канавки в нормальному до її напрямку перерізу з профілем вихідної інструментальної поверхні фрези?
12. Які параметри визначають гвинтову поверхню?
13. Запишіть рівняння гвинтової поверхні.
14. Вкажіть основні етапи визначення вихідної інструментальної поверхні обертання, спряженої з заданою гвинтовою поверхнею.

РОЗДІЛ 7

СПРЯЖЕНІ ПОВЕРХНІ ЗА СХЕМАМИ ФОРМОУТВОРЕННЯ ДРУГОГО КЛАСУ

7.1. Загальні відомості

На практиці найширше застосовують схеми формоутворення другого класу, за яких відносний рух зводиться до кочення без ковзання початкової площини по початковому круглому циліндру, а також до кочення без ковзання круглих циліндрів один по одному. Прикладами інструментів, які розглядаються, можуть бути обкочувальні різці, призначені для обробки поверхонь обертання D . У процесі обробки поверхня обертання D швидко обертається навколо своєї осі зі швидкістю обертання ω_d , у результаті чого вона ковзає «сама по собі». Тому цей рух при визначенні вихідної інструментальної поверхні не враховується (рис. 7.1).

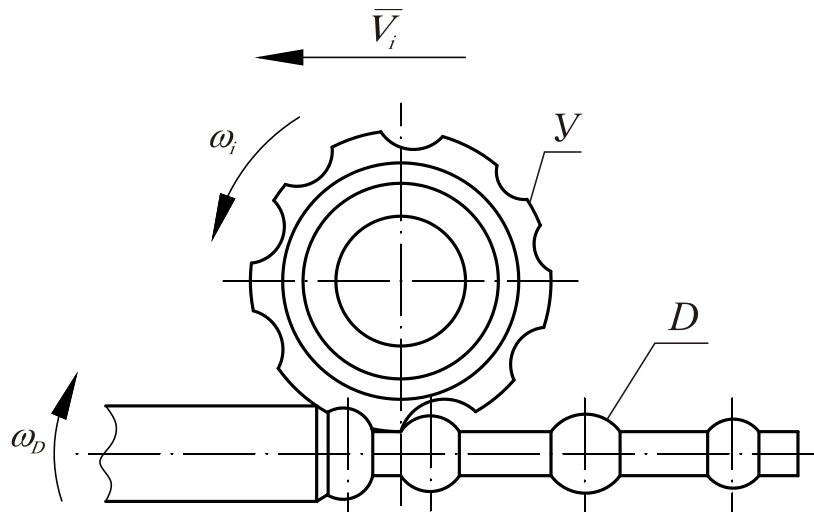


Рис. 7.1. Оброблення поверхні обертання чашковим різцем

Обкочувальний різець виконує складний повільний рух подачі. Він складається з руху повздовжньої подачі зі швидкістю \bar{V}_i , паралельною осі деталі, і обертального руху зі швидкістю $\bar{\omega}_i$, перпендикулярною до швидкості \bar{V}_i . Цей рух можна представити як кочення без ковзання початкового циліндра, зв'язаного з поверхнею l , по початковій площині, зв'язаній з деталлю D . Радіус початкового циліндра $r_{\omega} = \frac{V_i}{\omega_i}$. У результаті руху обкочування, який розглядається, поверхня деталі D займає ряд послідовних положень, обгинаючою до яких буде спряжена вихідна інструментальна поверхня l .

При обробці циліндричних поверхонь D гребінками відносний рух вихідної інструментальної поверхні l і поверхні деталі D зводиться до обкатки початкової площини, зв'язаної з поверхнею l , по круглому циліндру, зв'язаному з поверхнею D (рис. 7.2, а).

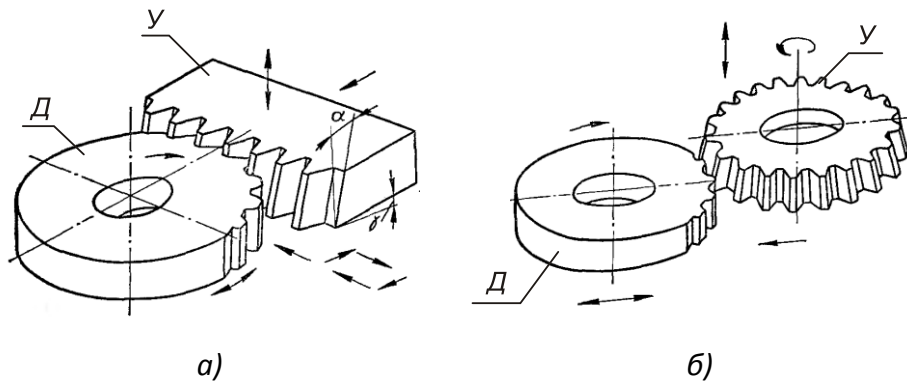


Рис. 7.2. Оброблення зубчастих деталей гребінками і довбачами

До подібної схеми можна, з достатньою для практики точністю, віднести схему оброблення зубчастих виробів черв'ячною фрезою, різальні кромки якої розташовуються на поверхні вихідного черв'яка. У процесі оброблення черв'ячними фрезами (рис. 7.2, а) заготовка обертається навколо своєї осі, а черв'ячна фреза обертається навколо осі фрези. Вісі заготовки і фрези є прямими, які перетинаються. Обертальні рухи фрези і заготовки кінематично пов'язані один з одним. Одному оберту однозахідної черв'ячної фрези відповідає поворот заготовки на один зуб. Розглядається площина M , перпендикулярна до осі деталі, яка проходить через точку перетину осей заготовки і фрези. У площині M при обертанні фрези її різальні кромки, розташовані на гвинтовій поверхні, будуть нібито прямолінійно-поступально рухатися. За один поворот однозахідної фрези різальна кромка переміщується на крок. Рухи, які розглядаються в площині M спряжених профілів, зводяться до кочення початкової прямої по колу. Тому профіль фрези в перерізі M визначають як профіль рейки, спряженої з деталлю.

Теоретично точний вихідний черв'як черв'ячної фрези визначають відповідно до другого способу утворення вихідних інструментальних поверхонь.

До схеми обробки циліндричних поверхонь довбачами (рис. 7.2, б) належать взаємопов'язані обертання поверхонь l і D навколо своїх осей, які паралельні одна одній. У процесі обробки спостерігається також рух ковзання

поверхні деталі D «самої по собі», який при визначенні вихідної інструментальної поверхні не враховують.

За схемами другого класу, які розглядаються, обробляють також фасонні поверхні зі змінними твірними. Прикладом може слугувати процес кругового протягування конічних прямозубих зубчастих коліс (рис. 7.3). У процесі формування поверхні западин зуба конічного прямозубого колеса протяжка обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\bar{\omega}_i$ і одночасно рухається поступально вздовж впадини зуба колеса зі швидкістю \bar{V} . Ця сукупність рухів призводить до кочення без ковзання початкового круглого циліндра, зв'язаного з протяжкою, по площині, зв'язаній з оброблюваною западиною колеса. Радіус $\bar{r}_{\omega i}$ початкового циліндра вибирають таким чином, щоб довжина кола $2\pi r_{\omega}$ перевищувала довжину оброблюваної западини.

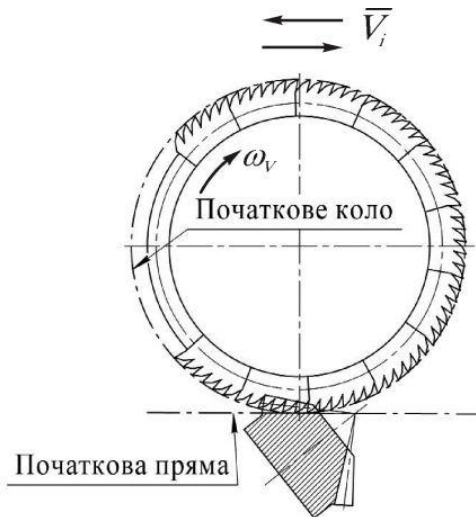


Рис. 7.3. Кругове протягування конічних коліс

У всіх розглянутих інструментів відносний рух поверхонь D і I буде миттєвим обертанням навколо осі, по якій початкові поверхні торкаються одна одної.

7.2. Методи визначення вихідних інструментальних поверхонь

Визначення вихідних інструментальних поверхонь за схемами формоутворення другого класу найчастіше ведеться способом перерізів площинами, перпендикулярними до осі початкового циліндра. У результаті вирішується задача в площині, а не в просторі, що спрощує знаходження профілів вихідних інструментальних поверхонь при відомому профілі поверхні D .

Визначення спряжених профілів проводиться графічно, аналітично або графоаналітично. Найпростішим є спосіб копіювання послідовних положень профілю деталі та відтворення графічним шляхом обгинаючої до них, яка буде профілем поверхні I . На рис. 7.4 показано профіль лопатки 1, зв'язаний з початковим колом радіуса $r_{\omega 1}$, і профіль поверхні I , зв'язаний з початковим колом радіуса $r_{\omega 2}$.

У процесі обробки здійснюється кочення початкових кіл одного по одному без ковзання. У результаті профіль лопатки 1 займає ряд зображених послідовних положень відносно поверхні I . Графічно проведемо обгинаючі до них і отримаємо спряжений профіль поверхні I . Вихідна інструментальна поверхня у випадку, який розглядається, відтворюється шліфувальною стрічкою 3, яка ковзається по ній з необхідною для здійснення процесу обробки швидкістю.

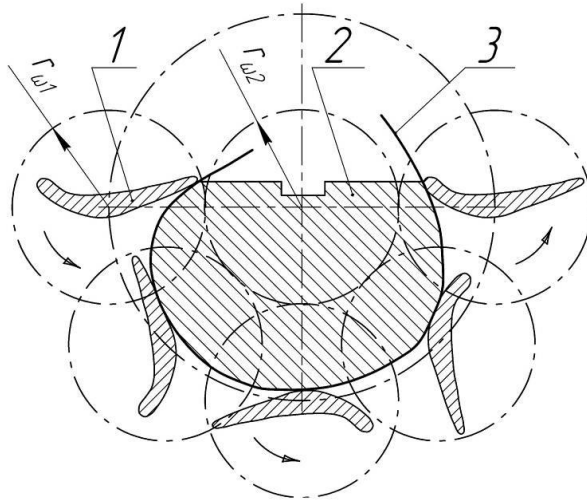


Рис. 7.4. Оброблення фасонного профілю методом обкочування

За схемами формоутворення другого класу визначення спряжених профілів графічно можна вести, базуючись на властивостях загальних нормалей. Загальна нормаль до спряжених профілів у точці контакту проходить через полюс зачеплення, тобто через точку дотику початкових ліній. На рис. 7.5 визначений способом загальних нормалей профіль AKF , спряжений з заданим профілем деталі ACB . Схема формоутворення відповідає коченню початкової прямої, зв'язаної з профілем ACB , по початковому колу, зв'язаному зі спряженим профілем AKF . У крайніх точках A і B профілю ACB проведено нормалі PA і OB . Для того, щоб отримати однозубий спряжений профіль, довжину початкового кола приймаємо рівною PO .

Тоді

$$r_{\omega} = \frac{PO}{2\pi}.$$

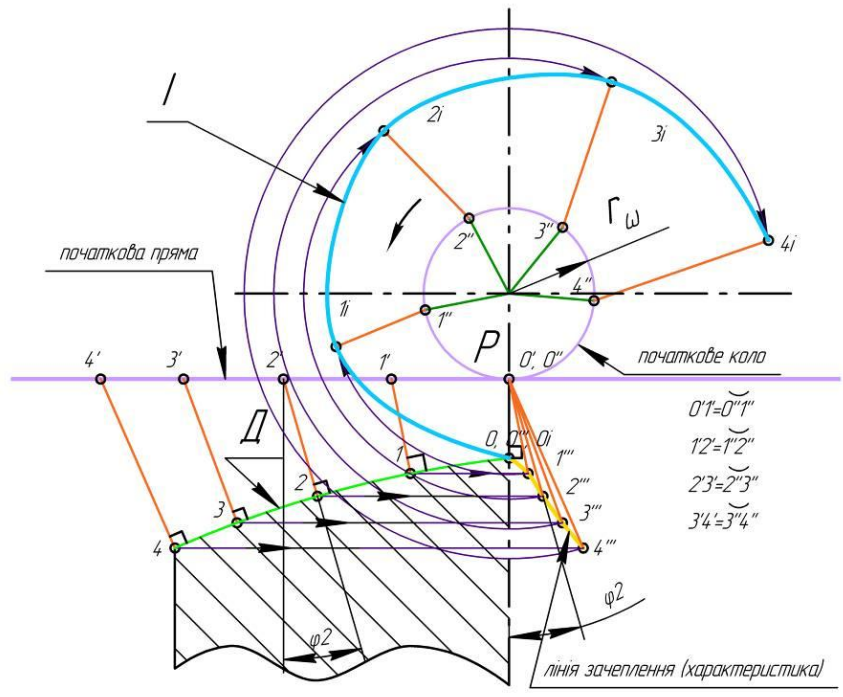
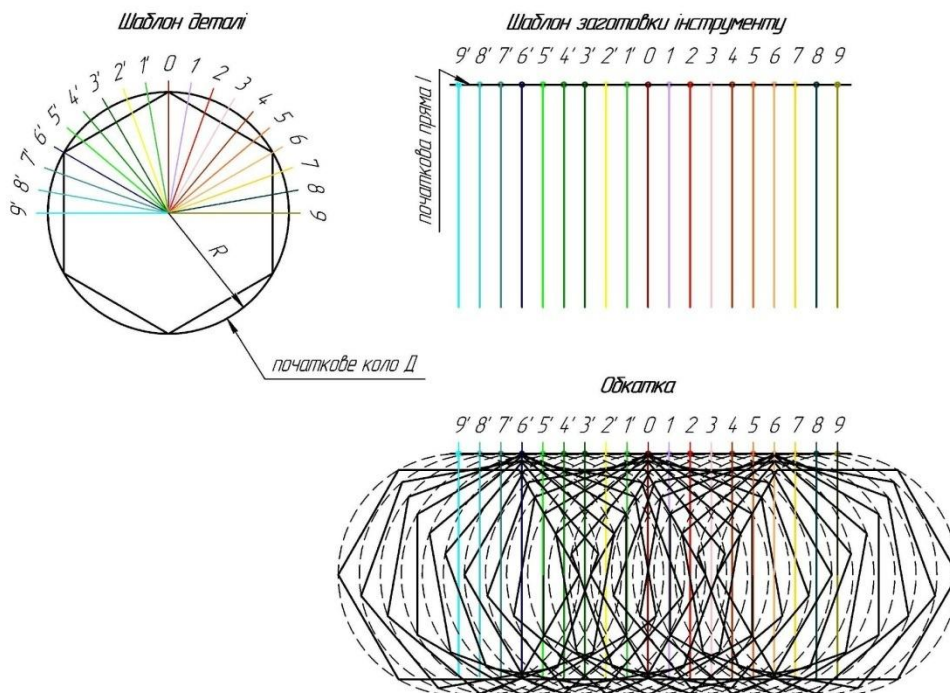


Рис. 7.5. Визначення спряжених профілів способом загальних нормалей

Початкову пряму PO розбиваємо на ряд рівних відрізків: $P1 = 12 = 23 = 34$. Відповідно початкове коло розбиваємо на ряд дуг, рівних відрізкам початкової прямої, $\cup P1' = P1'$; $\cup 1'2' = 12$. У цьому випадку при коченні початкової прямої по початковому колу у визначені моменти часу точки $1', 2', 3', \dots$ збігатимуться з точками $1, 2, 3, \dots$. З точок $1, 2, 3, \dots$ опускаємо нормалі до профілю ACB . Так, через точку 2 проходить нормаль $2C$ до профілю ACB . При поступальному русі зі швидкістю \bar{V} нормаль $2C$ переміщується у положення PE . За властивістю загальних нормалей у точці E спостерігатиметься контакт спряжених профілів. У точку E при обертанні зі швидкістю $\bar{\omega}$ попадає точка K спряженого профілю, положення якої на колі KE визначається кутом ϵ . Аналогічно точці K знаходять й інші точки спряженого профілю AKF .

**Графічний спосіб: копіювання послідовних положень профілю деталі
(обробка багатогранного вала)**



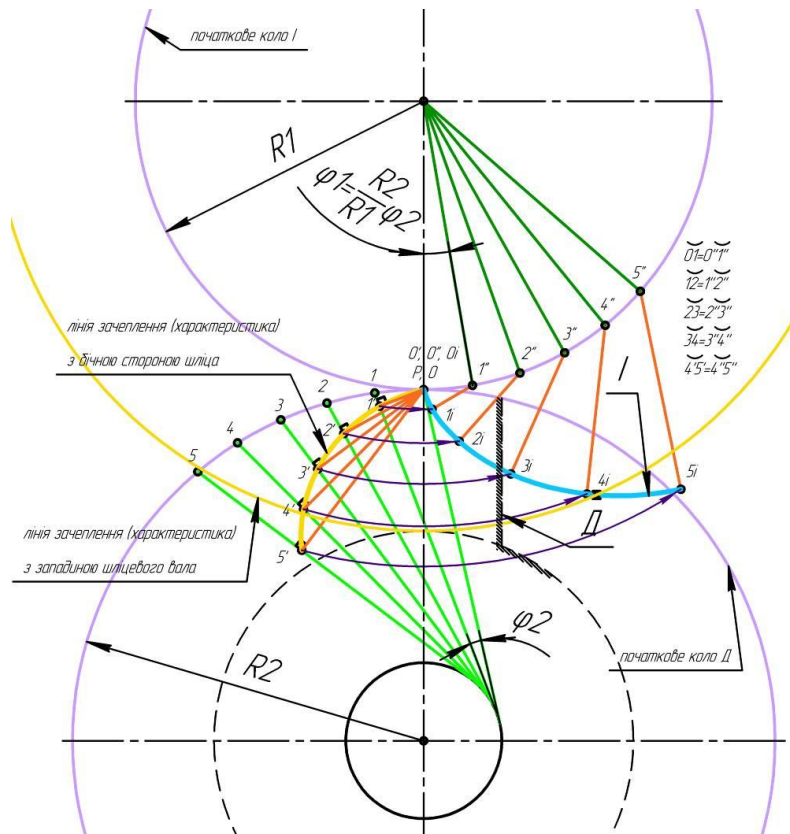


Рис. 7.6. Визначення профілю вихідної інструментальної поверхні при обробці шліцевого вала методом загальних нормалей

На рис. 7.6 наведено визначення спряжених профілів поверхні шліцевого вала D та вихідної інструментальної поверхні I , що відповідає обробленню шліцевого вала довбачем.

При аналітичному визначенні спряжених профілів може використовуватися аналітичний спосіб визначення обгинаючих поверхонь. У цьому випадку в системі координат, зв'язаній з деталлю, записують рівняння профілю деталі D . Відповідно до схеми формоутворення, яка розглядається, записують формули переходу від системи X_1Y_1 до системи X_2Y_2 , зв'язаної зі спряженим вихідним інструментальним профілем.

Спільний розгляд рівняння профілю деталі в системі X_1Y_1 і формул переходу до системи X_2Y_2 дає сімейство профілів в системі X_2Y_2 . Спільний розгляд рівняння сімейства профілів X_2Y_2 і визначника другого порядку, складеного з частинних похідних і рівного нулю, визначає спряжений профіль.

Спряжені профілі можна визначати також, використовуючи властивість загальних нормалей. У цьому випадку в системі X_1Y_1 записують рівняння профілю деталі. За відомої схеми формоутворення, тобто при відомому русі профілю деталі відносно інструмента, записують в системі X_1Y_1 рівняння контакту:

$$\bar{N} \cdot \bar{V} = 0,$$

де \bar{N} — нормаль до профілю деталі; \bar{V} — швидкість відносного руху.

Спільний розгляд рівняння контакту і рівняння профілю деталі визначає точку контакту спряжених профілів на поверхні деталі в системі X_1Y_1 . За формулами перетворення координат знаходять точки контакту в системі X_2Y_2 , сукупність яких буде шуканим спряженим профілем.

7.3. Аналітичне визначення вихідних інструментальних поверхонь

Розглянемо схему формоутворення, яка зводиться до кочення без ковзання початкової прямої, зв'язаної із заданим профілем деталі D по початковому колу, зв'язаному зі спряженим профілем вихідної інструментальної поверхні. Вважатимемо, що профіль деталі рухається поступово вздовж початкової прямої, а спряжений профіль обертається навколо центра початкового кола. Взаємне розташування систем координат X_1Y_1 і X_2Y_2 та нерухомої системи X_0Y_0 в початковий момент зображено на рис. 7.7, а, в довільний момент — на рис. 7.7, б.

У випадку, що розглядається, формули перетворення координат записуються таким чином:

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= Y_1; \\
 X_0 &= X_1 - R\omega t; \\
 X_2 &= (X_1 - R\omega t) \cos t + (Y_1 + R\omega) \sin t; \\
 Y_2 &= (Y_1 + R\omega) \cos t - (X_1 - R\omega t) \sin t.
 \end{aligned}$$

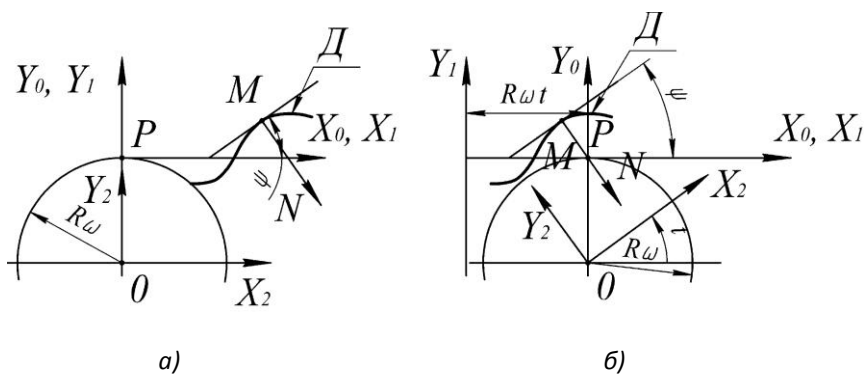


Рис. 7.7. Схема формоутворення при коченні початкової прямої деталі по початковому колу інструмента

Рівняння профілю деталі в системі координат X_1Y_1 буде:

$$Y_1 = f(X_1).$$

Кут ψ нахилу дотичної до профілю деталі:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\partial f(X_1)}{\partial (X_1)}.$$

Нормаль \bar{N} до профілю деталі у довільній точці M у системі X_1Y_1 :

$$\bar{N} = \bar{i} \sin \psi - \bar{j} \cos \psi.$$

Швидкість \bar{V} руху точки M відносно системи X_2Y_2 буде швидкістю миттєвого обертання навколо полюса P , тобто навколо початку координат системи X_0Y_0 :

$$\bar{V}_M = -\bar{i} Y_0\omega + \bar{j} X_0\omega.$$

Момент контакту спряжених профілів в точці M визначається за рівнянням контакту. Помноживши скалярно вектор \bar{N} на вектор \bar{V} , отримаємо:

$$-Y_0\omega \sin \psi - X_0\omega \cos \psi = 0.$$

Переходячи до системи X_1Y_1 , матимемо:

$$-Y_1\omega \sin \psi - (X_1 - R_\omega t)\omega \cos \psi = 0.$$

З цього рівняння визначаємо параметр t :

$$t = \frac{Y_1 \operatorname{tg} \psi + X_1}{R_\omega}.$$

При розрахунках спряженого профілю задаються координатами X_1, Y_1 ряду вузлових точок профілю деталі D . У кожній точці розраховують кути ψ нахилу дотичних. За рівнянням контакту обчислюють параметр t , за якого вузлові точки профілю деталі стикаються з відповідними точками профілю вихідної інструментальної поверхні I . Знаючи X_1, Y_1 і t , за формулами перетворення координат розраховують координати X_2, Y_2 точок контакту, сукупність яких у системі X_2Y_2 буде шуканим профілем вихідної інструментальної поверхні.

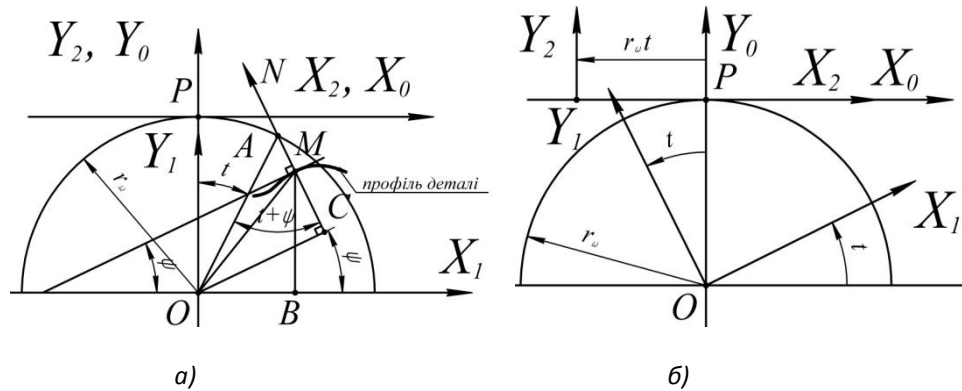


Рис. 7.8. Схема формоутворення при коченні початкового кола деталі по початковій прямій інструмента

Розглянемо схему процесу формоутворення, яка зводиться до кочення без ковзання початкового кола, зв'язаного із заданим профілем D по початковій прямій, зв'язаній зі спряженим профілем вихідної інструментальної поверхні. Взаємне розташування систем координат X_1Y_1 , X_2Y_2 і нерухомої системи X_0Y_0 у початковий момент зображено на рис. 7.8, а, а в довільний момент — на рис.7.8, б.

Формули перетворення координат записуються таким чином:

$$X_2 = X_1 \cos t - Y_1 \sin t + r_0 t;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos t + X_1 \sin t - r_0.$$

Рівняння заданого профілю D у загальному вигляді буде:

$$Y_1 = f(X_1).$$

Кут ψ нахилу дотичної до профілю деталі:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\partial f(X_1)}{\partial (X_1)}.$$

Використовуючи властивість загальних нормалей, запишемо рівняння контакту, тобто визначимо кут t , за якого довільна точка M профілю деталі контактуватиме зі спряженою точкою профілю

поверхні I . Нормаль \bar{N} до профілю деталі в точці M перетинає початкове коло в точці A . При повороті деталі на кут t , який відповідає дузі PA початкового кола, точка A стане полюсом зачеплення, нормаль пройде через полюс і точка M контактуватиме зі спряженою точкою профілю t . Проектуючи замкнуту ламану лінію $OCMBO$ на напрямок OC , отримаємо:

$$X_1 \cos \psi + Y_1 \sin \psi = r_\omega \sin(\psi + t).$$

Звідси отримаємо рівняння контакту:

$$\sin(\psi + t) = \frac{X_1 \cos \psi + Y_1 \sin \psi}{r_\omega}.$$

Профіль поверхні I , спряжений із заданим профілем деталі при схемі формоутворення, яка розглядається, розраховують у такій послідовності:

- на профілі деталі вибирають ряд точок з координатами X_1, Y_1 , у яких визначають кути нахилу дотичних ψ ;
- за рівнянням контакту для вибраних точок профілю визначають кут t ;
- за формулами перетворення координат знаходять точки контакту в системі X_2Y_2 , сукупність яких буде шуканим спряженим профілем поверхні I .

Розглянемо схему формоутворення, за якої відносний рух інструмента і багатозубої оброблюваної деталі зводиться до кочення без ковзання початкового циліндра радіуса R_1 , зв'язаного з деталлю, по початковому циліндру радіуса R_2 , зв'язаного з інструментом. З профілем деталі зв'яжемо систему координат Y_1Z_1 , з профілем вихідної інструментальної поверхні — Y_2Z_2 . Виберемо також нерухому систему координат Y_0Z_0 . Взаємне розташування систем координат у початковий момент часу зображено на рис.7.9, а, а в довільний момент — на рис.7.9, б.

Кут повороту системи Y_1Z_1 позначимо через t . Тоді кут повороту системи Y_2Z_2 буде $t = \frac{R_1}{R_2}$, оскільки коло радіуса R_1 котиться без ковзання по колу радіуса R_2 .

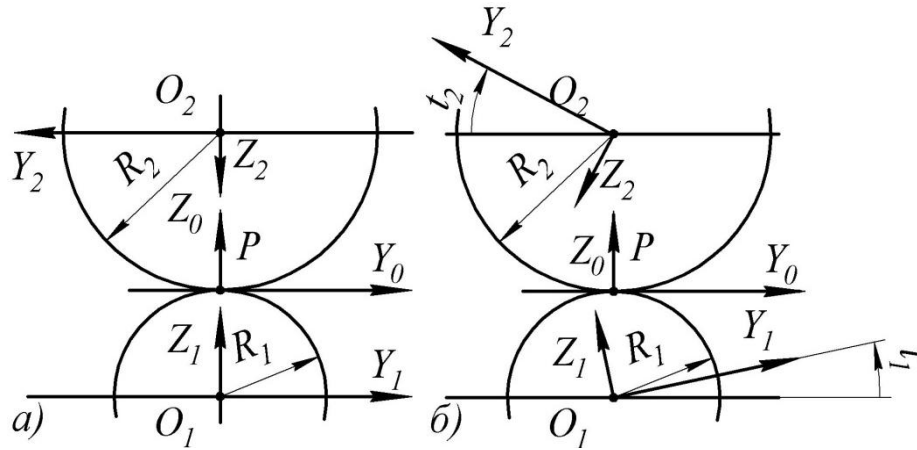


Рис. 7.9. Схема формоутворення при коченні початкового кола деталі по початковому колу інструмента

Формули перетворення координат записують таким чином:

$$\begin{cases} Y_0 = Y_1 \cos t - Z_1 \sin t; \\ Z_0 = Z_1 \cos t + Y_1 \sin t - R_1; \end{cases}$$

$$Y_2 = Z_1 \sin\left(t \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) - Y_1 \cos\left(t \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) - (R_1 + R_2) \sin\left(t \frac{R_1}{R_2}\right);$$

$$Z_2 = (R_1 + R_2) \cos\left(t \frac{R_1}{R_2}\right) - Z_1 \cos\left(t \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) - Y_1 \sin\left(t \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right).$$

Рівняння заданого профілю деталі в загальному вигляді буде:

$$Z_1 = f(Y_1).$$

Кут нахилу ψ дотичної до профілю деталі буде:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\partial f(Y_1)}{\partial(Y_1)}.$$

Рівняння контакту у випадку, який розглядається, записують таким чином:

$$\sin(\psi + t) = \frac{Z_1 \sin \psi + Y_1 \cos \psi}{R_1}.$$

Спільний розгляд рівняння профілю деталі, рівняння контакту і формул перетворення координат дає профіль вихідної інструментальної поверхні.

Координати точок профілю вихідної інструментальної поверхні розраховують у такій послідовності:

- вибирають координати Y_1, Z_1 вузлових точок профілю деталі, в яких визначаються кути нахилу дотичних ψ ;
- за рівнянням контакту розраховують кути t , за яких точки профілю деталі контактують зі спряженими точками профілю вихідної інструментальної поверхні;
- за формулами перетворення координат знаходять точки контакту в системі координат Y_2Z_2 , сукупність яких дає спряжений профіль вихідної інструментальної поверхні.

7.4. Графоаналітичне визначення вихідних інструментальних поверхонь

Графоаналітичне визначення профілю вихідної інструментальної поверхні полягає у викреслюванні послідовних положень профілю деталі та проведенні обгинаючої до них, яка буде шуканим спряженим профілем. Послідовні положення профілю деталі задають аналітично в системі координат Y_2Z_2 , зв'язаній з профілем вихідної інструментальної поверхні. Найчастіше послідовні положення профілю деталі визначаються положенням двох базових точок A і B , нерозривно зв'язаних з профілем деталі. За розрахованих координат послідовних положень базових точок A і B по шаблону зображують послідовні положення профілю деталі, визначають графічно обгинаючу — профіль вихідної інструментальної поверхні.

Розглянемо схему формоутворення, яка зводиться до кочення початкової прямої, зв'язаної з профілем деталі D по початковому колу, зв'язаному з профілем I вихідної інструментальної поверхні. Формули перетворення координат (див. рис. 7.7) будуть:

$$X_2 = (X_1 - R_\omega t) \cos t + (Y_1 + R_\omega) \sin t;$$

$$Y_2 = (Y_1 + R_\omega) \cos t - (X_1 - R_\omega t) \sin t.$$

З метою спрощення розрахунків координати X_1 , Y_1 першої базової точки A приймемо $X_1 = 0$, $Y_1 = 0$. Тоді, відповідно до формул перетворення координат, координати X_{2A} , Y_{2A} послідовних положень точки A дорівнюватимуть:

$$X_{2A} = R_\omega (\sin t - t \cos t);$$

$$Y_{2A} = R_\omega (t \sin t + \cos t).$$

За другу базову точку B , зв'язану з профілем деталі, приймемо точку з координатами $X_1 = 0$, $Y_1 = L$. Тоді, відповідно до формул перетворення координат, координати X_{2B} , Y_{2B} послідовних положень точки B дорівнюватимуть:

$$X_{2B} = X_{2A} + L \sin t;$$

$$Y_{2B} = Y_{2A} + L \cos t.$$

Відповідно до розрахованих за різних величин кута t координат базових точок $A(X_{2A}, Y_{2A})$, $B(X_{2B}, Y_{2B})$ зображують послідовні положення базового відрізка AB , і за шаблоном викреслюють послідовні положення профілю деталі, обгинаючи до яких будуть шуканим спряженим профілем l .

Розглянемо схему формоутворення, яка зводиться до кочення початкового кола, зв'язаного з профілем деталі D , по початковій прямій, зв'язаній з профілем l вихідної інструментальної поверхні. Формули перетворення координат будуть (див. рис. 7.8):

$$X_2 = X_1 \cos t - Y_1 \sin t + r_\omega t;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos t + X_1 \sin t - r_\omega.$$

Вибираємо на профілі деталі базові точки з координатами $A(X_1 = 0; Y_1 = r_\omega)$, $B(X_1 = 0; Y_1 = r_\omega - L)$. Відповідно до формул перетворення координат матимемо:

$$X_{2A} = r_\omega (t - \sin t);$$

$$Y_{2A} = r_\omega (\cos t - 1);$$

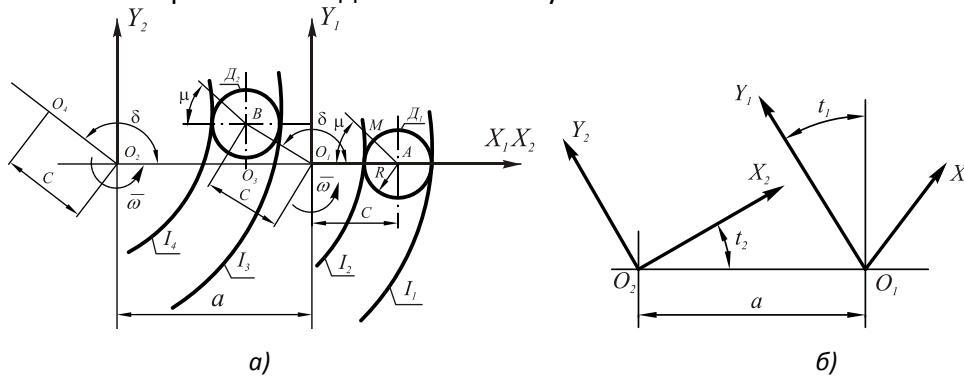
$$X_{2B} = X_{2A} + L \sin t;$$

$$Y_{2B} = Y_{2A} - L \cos t.$$

За наведеними формулами розраховують за різних кутів t координати послідовних положень базових точок A і B . На кресленні в обраному масштабі в системі X_2Y_2 зображують послідовні положення базового відрізка AB ; за шаблоном викреслюють послідовні положення профілю деталі, проводять обгинаючу до них, яка буде шуканим спряженим профілем I .

7.5. Аналіз схеми формоутворення, що відповідає парі обертання

Схема формоутворення, що відповідає парі обертання, не може використовуватися при обробці багатозубих деталей, оскільки у цьому випадку не виконуються умови формоутворення. За цією схемою можлива обробка таких деталей як шатунні шийки колінчастих валів.



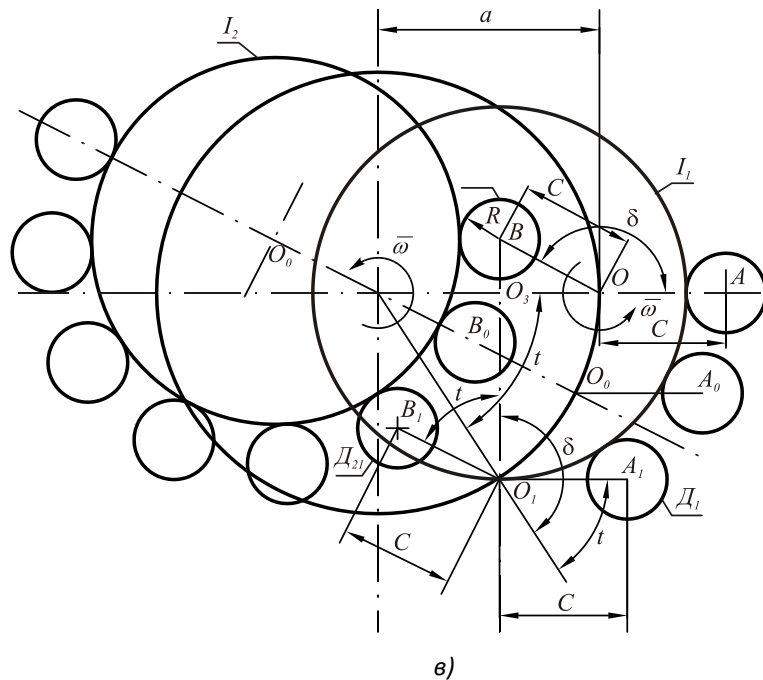


Рис. 7.10. Утворення шатунних шийок колінчастого вала

Приймемо, що колінчастий вал обертається навколо осі O_1 корінних шийок з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$. Вихідна інструментальна поверхня також обертається з тією самою кутовою швидкістю $\bar{\omega}$ (рис. 7.10, а) навколо своєї осі O_2 . У цьому випадку рух поверхні деталі D відносно вихідної інструментальної поверхні буде миттєвим поступальним рухом, оскільки він приводиться до пари обертання. З профілем деталі у формі кола радіуса R зв'яжемо систему координат X_1Y_1 , а з вихідною інструментальною поверхнею — X_2Y_2 . Міжосьову відстань позначимо a , а відстань між осями корінних і шатунних шийок — c . У початковий момент часу осі X_1 і X_2 збігаються, а осі Y_2 і Y_1 паралельні. На профілі D візьмемо довільну точку M , положення якої визначається кутом μ .

У системі X_1Y_1 координати точки M , довільної точки профілю D , будуть:

$$Y_1 = R \sin \mu;$$

$$X_1 = C - R \cos \mu.$$

У довільний момент часу положення систем координат X_1Y_1 і X_2Y_2 визначатиметься кутом t_1 (рис. 7.10). Формули перетворення координат у цьому випадку записують таким чином:

$$X_2 = X_1 + a \cos t;$$

$$Y_2 = Y_1 - a \sin t.$$

Сімейство кривих, утворених при русі кола D_1 , який розглядають відносно системи X_2Y_2 , буде:

$$X_2 = C - R \cos \mu + a \cos t;$$

$$Y_2 = Y_1 - a \sin t.$$

Рівняння контакту записують таким чином:

$$\begin{vmatrix} R \sin \mu & R \cos \mu \\ -a \sin t & -a \cos t \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$\sin(t - \mu) = 0;$$

$$t - \mu = 0^\circ;$$

$$t - \mu = 180^\circ.$$

Обгинаючий профіль вихідної інструментальної поверхні буде визначатися системою рівнянь:

$$X_2 = C - R \cos \mu + a \cos t;$$

$$Y_2 = Y_1 - a \sin t;$$

$$\sin(t - \mu) = 0.$$

Підносимо перші два рівняння до квадрату і, склавши, отримаємо:

$$\begin{aligned} (X_2 - C)^2 + Y_2^2 &= R^2 (\cos^2 \mu + \sin^2 \mu) + \\ &+ a^2 (\cos^2 t + \sin^2 t) - 2R_a (\cos \mu \cdot \cos t + \sin \mu \cdot \sin t), \end{aligned}$$

але

$$\cos \mu \cdot \cos t + \sin \mu \cdot \sin t = \cos(t - \mu) = \pm 1.$$

Отже,

$$(X_2 - C)^2 + Y_2^2 = (a \pm R^2).$$

Таким чином, обгинаючий профіль поверхні \mathcal{D}_1 представлятиме собою два кола з центром в точці O_3 . Координати центра O_3 профілю вихідної інструментальної поверхні l_1 і l_2 будуть:

$$X_2 = C;$$

$$Y_2 = 0.$$

Розглянемо профіль \mathcal{D}_2 , який відповідає другій шатунній шийці колінчастого вала. У системі X_1Y_1 рівняння профілю \mathcal{D}_2 записують таким чином:

$$X_1 = C \cos \delta - R \cos \mu;$$

$$Y_1 = C \sin \delta + R \sin \mu.$$

Відповідно до формул перетворення координат сімейство кривих, яке утворюється при русі кола \mathcal{D} , який розглядається, відносно системи X_2Y_2 , буде:

$$X_2 - C \cos \delta = -R \cos \mu + a \cos t;$$

$$Y_2 - C \sin \delta = R \sin \mu - a \sin t.$$

Рівняння контакту:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X_2}{\partial \mu} & \frac{\partial Y_2}{\partial \mu} \\ \frac{\partial X_2}{\partial t} & \frac{\partial Y_2}{\partial t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R \sin \mu & R \cos \mu \\ -a \sin t & -a \cos t \end{vmatrix} = 0.$$

Звідси:

$$\sin(t - \mu) = 0;$$

$$\cos(t - \mu) = \pm 1.$$

Обгинаючий профіль вихідної інструментальної поверхні буде:

$$(X_2 - C \cos \delta)^2 + (Y_2 - C \sin \delta)^2 = (a \pm R)^2.$$

Таким чином, профіль вихідної інструментальної поверхні, спряжений з профілем D_2 , представлятиме два кола з центром у точці O_4 . Координати центра O_4 будуть:

$$X_2 = C \cos \delta;$$

$$Y_2 = C \sin \delta.$$

Одне коло I_3 охоплюватиме коло D_2 , а інше коло I_4 дотикатиметься до кола D_2 . На базі вихідних інструментальних поверхонь, які розглядаються, можна спроектувати дискові фрези або кільцеві охоплюючі фрези для оброблення шатунних шийок колінчастого вала.

До схеми оброблення належатиме обертання колінчастого вала навколо осі корінних шийок і обертання інструмента навколо ексцентричної осі O_2 . Врізання інструмента у заготовку виконується за рахунок відстані від осі O_1 до осі O_2 .

Графічне рішення задачі, яка розглядається, наведено на рис. 7.10, в. Відповідно до заданої міжосьової відстані a зображуємо осі O_1 і O_2 повороту. Знаючи відстань c між осями корінних і шатунних шийок і кут δ , зобразимо положення осей A і B шатунних шийок. Проводимо кола D_1 і D_2 — профілі циліндричних поверхонь шатунних шийок. Для того, щоб зобразити послідовне довільне положення кола D_1 , прийmemo кут повороту навколо осі O_2 рівним t . У результаті такого обертання точка O_1 зміститься у положення O_{1i} . За проміжок часу, який розглядається, колінчастий вал повернеться навколо осі O_1 на той самий кут t . Знаючи кут t і відстань c , знаходимо положення точки A_{1i} . З точки A_1 , як із центра, проводиться коло D_{1i} . Продовжуючи подібним чином побудову, зображають послідовні положення профілю D_1 і до них проводять шукані обгинаючі I_1 і I_2 . Аналогічним чином будують послідовні положення профілю D_2 . Однак у цьому випадку кути t повороту навколо осі O_1 відраховують не від радіуса O_1O_2 , а від прямої, яка складає кут δ з радіусом O_1O_2 . До послідовних положень D_2 графічно проводиться обгинаюча, яка буде профілем вихідної інструментальної поверхні. Це буде коло з центром в точці O_4 .

Швидкість різання, тобто швидкість взаємного ковзання спряжених профілів, дорівнюватиме:

$$V = \omega a = \frac{2\pi a \cdot n}{1000} \text{ м/с},$$

де n — число обертів колінчастого вала навколо його осі за хвилину, або рівне йому число обертів інструмента навколо осі O_2 .

Не порушуючи схеми формоутворення, можна вихідній круглій циліндричній поверхні надати обертання навколо її осі і отримати доцільну величину швидкості різання.

7.6. Умови формоутворення фасонних поверхонь обкочувальними інструментами

Обробка заданого профілю деталі відповідно до креслення можлива тільки за дотримання умов формоутворення. Аналізуючи умови формоутворення, обґрунтовують вибір радіусів початкових кіл і положення початкових прямих.

Розглянемо схему формоутворення, яка відповідає коченню початкового кола деталі по початковій прямій інструмента. Вважатимемо, що деталь типу шліцьового вала має прямолінійний профіль. Однією з умов формоутворення є умова існування спряженого профілю вихідної інструментальної поверхні, тобто всі точки профілю деталі повинні мати спряжені точки профілю / вихідної інструментальної поверхні і у певні моменти часу з ними стикатися. За схемами формоутворення другого класу контакт спряжених профілів відбувається у той момент, коли загальна нормаль до стичних профілів проходить через полюс зачеплення. У системі, зв'язаній з профілем деталі, полюс зачеплення в процесі обробки переміщується по початковому колу, і будь-яка точка цього кола у певний момент часу стає полюсом зачеплення. Тому для того, щоб профіль деталі мав спряжений профіль / , нормалі до профілю деталі в усіх точках повинні перетинатися або, у граничному випадку, торкатися початкового кола. Тому, виходячи з першої умови формоутворення, радіус r_ω початкового кола, зв'язаного з профілем деталі, повинен визначатися за формулою:

$$r_\omega \geq \sqrt{R_a^2 - h^2},$$

де R — радіус кола виступів; h — відстань від прямої профілю деталі до її осі.

Якщо умова, яка розглядається, виконується, то існує спряжений профіль l , який в процесі обробки торкається і формує профіль дедалі. Однак профіль l , торкаючись профілю деталі, може проникати в її тіло і зрізати певні ділянки профілю деталі. Розглянемо послідовні положення прямої AB при коченні початкового кола по початковій прямій і знайдемо обгинаючий профіль l . Профіль l складається з двох ділянок. Перша ділянка l_1 з одного боку стикається з прямою AB , а друга l_2 — з протилежного боку, тобто профіль l має точку повернення C . У точці повернення C змінюється сторона контакту профілю l з профілем деталі. Тому межею практично допустимого профілю буде точка повернення C . Визначимо радіус r_ω , виходячи з того, що точка повернення C формуватиме точку A профілю деталі, розташовану на колі виступів R . Рівняння прямої профілю деталі в системі (див. рис. 7.7.) нехай буде $X_1 = h$. Тоді кут $\psi = 90^\circ$.

Рівняння контакту при $\psi = 90^\circ$ буде:

$$Y_1 = r_\omega \cos t.$$

Відповідно до формул перетворення координат рівняння сімейства профілів деталі в системі $X_2 Y_2$ буде:

$$X_2 = h \cos t - Y_1 \sin t + r_\omega t;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos t + h \sin t + r_\omega.$$

Спільний розгляд цих рівнянь сімейства профілів і рівняння контакту дає шуканий профіль l :

$$X_2 = h \cos t - r_\omega \cos t \cdot \sin t + r_\omega t;$$

$$Y_2 = r_\omega \cos^2 t + h \sin t - r_\omega.$$

Точка повернення кривої визначається з умов:

$$\frac{\partial X_2}{\partial t} = 0;$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial t} = 0.$$

У випадку, який розглядається:

$$\frac{\partial X_2}{\partial t} = -h \sin t - r_\omega \cos^2 t + r_\omega \sin^2 t + r_\omega = 0;$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial t} = -2r_\omega \cos t \cdot \sin t + h \cos t = 0.$$

Перетворивши ці рівняння, отримаємо:

$$-\sin t (h - 2r_\omega \sin t) = 0;$$

$$-\cos t (h - 2r_\omega \sin t) = 0.$$

Отже, обидва рівняння задовольняються, якщо:

$$\sin t = \frac{h}{2r_\omega},$$

або

$$\cos t = \sqrt{1 - \frac{h^2}{4r_\omega^2}}.$$

За рівнянням контакту для точки A маємо:

$$\cos t = \sqrt{\frac{R_a^2 - h^2}{r_\omega}}.$$

Отже:

$$\sqrt{1 - \frac{h^2}{4r_\omega^2}} = \sqrt{\frac{R_a^2 - h^2}{r_\omega}}.$$

Звідси, радіус початкового кола r_ω буде:

$$r_\omega \geq \sqrt{R_a^2 - 0,75h^2}.$$

Третя умова формоутворення — це умова відсутності перехідних кривих. У випадку, який розглядається, перехідна крива утворюється у западині шліцьового вала у місці переходу прямолінійної ділянки профілю в коло за один радіус R_f . Щоб перехідна крива була відсутня, необхідно радіус r_ω прийняти рівним $r_\omega = R_f$. Аналізуючи три умови формоутворення,

уточнюють радіус початкового кола r_{ω} . Звичайно його розраховують за другою умовою. Однак, при обробці гострошліцевих валів, величина h порівняна з радіусом R . Тому при розрахунку за другою умовою формоутворення радіус r_{ω} може виявитися меншим R_f . У цьому випадку приймають $r_{\omega} = R_f$ та забезпечують виконання всіх трьох умов формоутворення і точну обробку заданого профілю деталі. Подібним чином розв'язується задача вибору радіусів початкових кіл за інших схем формоутворення другого класу.

Контрольні запитання

1. Чи можна за схемами формоутворення другого класу утворити складні поверхні з твірними змінного виду?
2. Назвіть можливі форми аксоїдів деталі та інструмента при схемах формоутворення другого класу.
3. Які графічні способи використовують при визначенні вихідних інструментальних поверхонь, які формують поверхні деталей за схемами формоутворення другого класу?
4. Назвіть інструменти, якими обробляють деталі, за схемами формоутворення другого класу.
5. Порівняйте інструменти, якими обробляють поверхні деталей, за схемами формоутворення першого і другого класів. Охарактеризуйте області доцільного використання різних схем формоутворення.
6. У чому полягає властивість загальних нормалей, яку використовують при аналізі схем формоутворення другого класу?
7. У чому полягає методика аналітичного визначення спряжених профілів при схемах формоутворення другого класу?
8. Яким чином вибираються радіуси початкових кіл, виходячи з другої умови формоутворення?

9. Яким повинен бути радіус початкового кола, виходячи з третьої умови формоутворення?

РОЗДІЛ 8

ТИПИ ІНСТРУМЕНТІВ ДЛЯ ОБРОБКИ ПРЯМОЗУБИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

8.1. Загальні відомості

Прямозубі зубчасті колеса застосовують для передачі обертання між паралельними осями. Профілі цих коліс можуть бути різноманітні. У машинобудуванні отримали переважне застосування евольвентні зубчасті колеса. Розміри зубів евольвентних циліндричних коліс визначаються вихідним контуром рейки, який має прямолінійний профіль. Відстань між однойменними профілями, яка виміряна по середній (ділильній) прямій, називається кроком p вихідного контуру, а відстань, яка виміряна по нормалі до них, — кроком по нормалі або основним кроком p_v :

$$p_v = p \cdot \cos \alpha,$$

де α — кут профілю вихідного контуру, який дорівнює 20° .

Розміри вихідного контуру визначають в частинах модуля m , який дорівнює:

$$m = \frac{p}{\pi}.$$

Прийняті такі співвідношення:

- висота головки $h_a = 1,0 m$;
- висота ніжки $h_f = 1,25 m$;
- радіальний зазор $C = 0,25 m$;
- радіус заокруглення западини $r_f = 0,38 m$.

При обробці коліс довбачами і шеверами допускається збільшення радіального зазору до $0,35 m$, а при шліфуванні — до $0,40 m$.

У практиці можна застосовувати вихідні контури з параметрами, які відрізняються від стандарту.

Розміри зубів зубообробних інструментів визначаються параметрами вихідної інструментальної рейки. Оскільки у процесі оброблювання здійснюється безззорне зачеплення інструмента і обробляючого колеса у западині зубів, висота головки інструментальної рейки $h_{ao} = 1,25 m = h_{fo}$.

Для розвантаження вершинних різальних кромek чистових інструментів висоту головки інструментальної рейки чорнових інструментів роблять збільшеною:

$$h_{ao}^X = 1,25m + 0,1\sqrt{m}.$$

Для забезпечення бокових зазорів у передачі товщину зуба інструментальної рейки на середній лінії беруть рівною:

$$S_{no} = \frac{\pi m}{2} + \Delta S_{no}.$$

Величина ΔS_{no} коливається в межах від 0,145 мм до 0,35 мм для модулів від 1,25 мм до 20 мм. Для чорнових інструментів товщину зуба S зменшують на величину, яка відповідає припуску на подальше чистове оброблення.

При коченні без ковзання початкової прямої інструментальної рейки по початковому колу заготовки профіль зуба рейки займатиме ряд послідовних положень, обгинаюча до яких буде профілем зуба колеса. Розглянемо окремий випадок, коли кут профілю рейки $\alpha = 0^\circ$. До схеми формоутворення належить обертання заготовки з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$ навколо своєї осі (рис. 8.1, а) і прямолінійно-поступальний рух бокової площини рейки зі швидкістю \bar{V} . Цей рух можна представити як кочення без ковзання початкового кола радіуса r_ω , зв'язаного із заготовкою, по початковій прямій, зв'язаній з рейкою $V = \omega r_\omega$.

З профілем рейки зв'яжемо систему координат X_1Y_1 , а з заготовкою — X_2Y_2 . Введемо нерухому систему координат X_0Y_0 . У початковий момент часу системи X_1Y_1 і X_0Y_0 збігаються, вісь Y_2 йде по осі Y_0 , а вісь X_2 — паралельно X_0 , X_1 . Вважатимемо, що за довільний момент часу система X_2Y_2 повернулась на кут t , а система X_1Y_1 змістилась вздовж початкової прямої на відстань $r_\omega t$ (рис. 8.1, б). Тоді формули перетворення координат будуть:

$$\begin{aligned}X_2 &= (X_1 + r_\omega t) \cos t - (Y_1 + r_\omega) \sin t; \\Y_2 &= (Y_1 + r_\omega) \cos t + (X_1 + r_\omega t) \sin t.\end{aligned}$$

Рівняння профілю деталі в системі X_1Y_1 :

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \bar{j}Y_1; \\X_1 &= 0.\end{aligned}$$

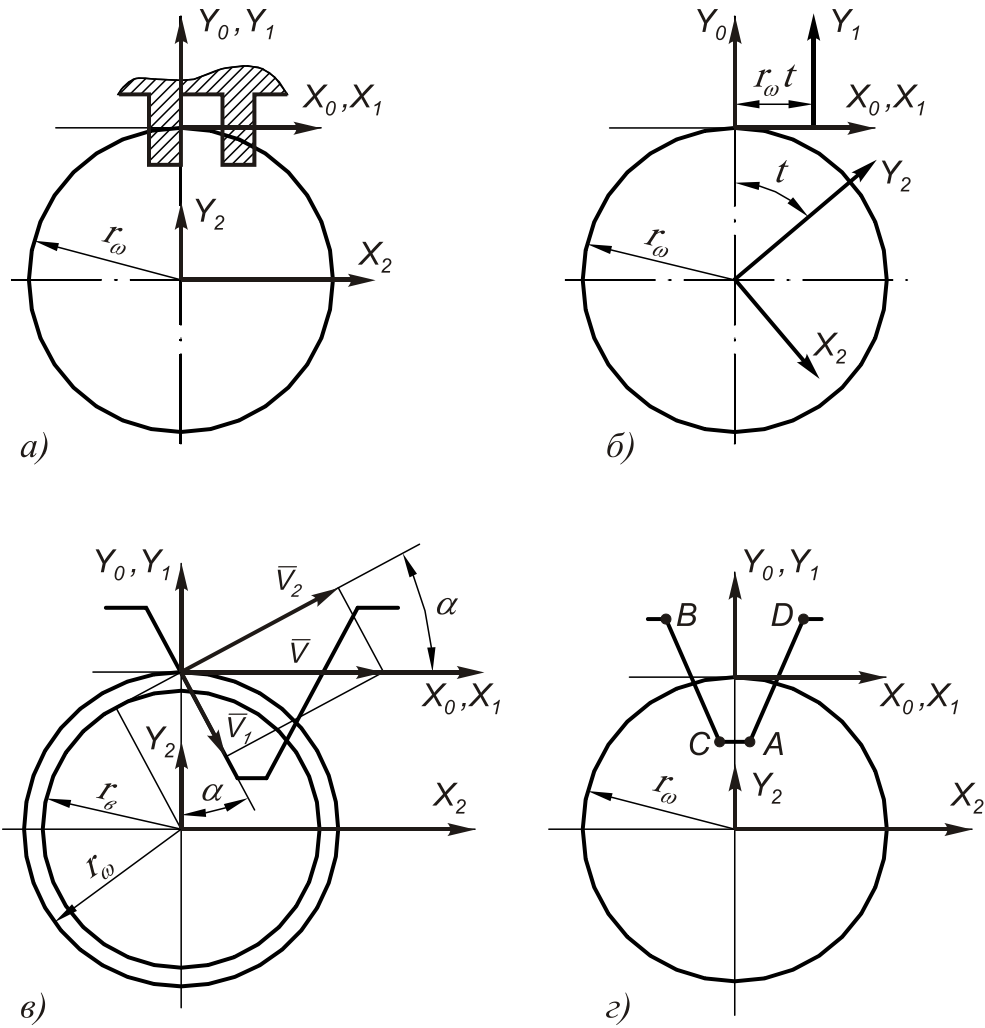


Рис. 8.1. Визначення профілю зубчастого колеса при відомому профілі рейки

Сімейство профілів у системі X_2Y_2 визначають за формулами перетворення координат:

$$X_2 = r_\omega t \cdot \cos t - (Y_1 + r_\omega) \sin t;$$

$$Y_2 = (Y_1 + r_\omega) \cos t + r_\omega t \cdot \sin t.$$

Частинні похідні за параметрами t і Y_1 будуть:

$$\frac{\partial X_2}{\partial Y_1} = -\sin t;$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} = \cos t.$$

$$\frac{\partial X_2}{\partial t} = -r_\omega t \cdot \sin t - Y_1 \cos t;$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial t} = r_\omega t \cdot \cos t - Y_1 \sin t.$$

Рівняння контакту записують у вигляді:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X_2}{\partial Y_1} & \frac{\partial X_2}{\partial t} \\ \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} & \frac{\partial Y_2}{\partial t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sin t & (r_\omega t \cdot \sin t - Y_1 \cos t) \\ \cos t & (r_\omega t \cdot \cos t - Y_1 \sin t) \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$Y_1 = 0.$$

Підставляючи це значення у рівняння сімейства профілів, отримаємо:

$$X_2 = r_\omega t \cdot \cos t - r_\omega \sin t;$$

$$Y_2 = r_\omega \cos t + r_\omega t \cdot \sin t.$$

Таким чином, у параметричній формі отримали рівняння евольвенти, радіус основного кола якої при $\alpha = 0^\circ$ дорівнює радіусу r_ω .

Розглянемо загальний випадок, коли кут профілю рейки не дорівнює нулю (рис. 8.1, в). Рух рейки зі швидкістю \bar{V} розкладемо на два рухи:

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2.$$

Швидкість \bar{V}_1 спрямуємо по профілю рейки. Рух зі швидкістю \bar{V}_1 можна не враховувати, оскільки він призводить до ковзання прямої профілю рейки «самої по собі». Швидкість \bar{V}_2 спрямуємо перпендикулярно до профілю рейки. Таким чином, рух профілю рейки і заготовки приведено до розглянутого випадку, коли пряма профілю рейки рухається зі швидкістю V_i , яка перпендикулярна їй. Обгинаючий профіль у цьому випадку буде евольвентою радіуса r_b основного кола, який дорівнює:

$$r_b = \frac{V_2}{\omega};$$

або

$$V_2 = V \cos \alpha.$$

Звідси

$$r_b = \frac{V \cos \alpha}{\omega}$$

Відношення $\frac{V}{\omega}$ дорівнює радіусу r_ω початкового кола при русі рейки з кутом профілю $\alpha \neq 0^\circ$ відносно заготовки.

Отже,

$$r_b = r_\omega \cos \alpha.$$

Таким чином, одну і ту саму евольвенту з заданим радіусом r_b можна утворити рейками з різними кутами профілю α , шляхом відповідної зміни положення початкової прямої і радіуса r_ω або, іншими словами, співвідношення швидкостей \bar{V} і $\bar{\omega}$. Якщо за початкову пряму прийняти середню лінію рейки, то у результаті обкочування рейки по колесу буде утворений некоригований профіль зуба. Початкова пряма рейки може бути зміщена з середньої лінії рейки на величину X , де X — коефіцієнт зміщення. Позитивним вважається зміщення у тому випадку, коли початкова пряма

рейки наближена до вершини її зуба порівняно із середньою лінією. У подальшому розглядатимемо некориговані колеса. Профіль зуба зубчастого колеса обмежується не тільки евольвентою кола радіусом r_b , але й колом западин радіуса r_f , яке формується вершиною AC зуба рейки (рис. 8.1, z), а також перехідною кривою. Перехідна крива є подовженою евольвентою — траєкторією точки A зуба рейки, при її русі відносно нерухомого колеса. У системі X_1Y_1 координати точки A будуть:

$$X_A = 0,25C - h_{ao} \operatorname{tg} \alpha_0;$$

$$Y_A = -h_{ao} = -1,25m.$$

Для стандартної рейки матимемо:

$$X_A = 0,25\pi m - 1,25m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 = m.$$

Підставляючи величини X_A і Y_A у формули перетворення координат, отримуємо рівняння для розрахунку координат точок подовженої евольвенти в системі X_2Y_2 , зв'язаної з колесом:

$$X_2 = (X_A + r_{\omega}t) \cos t - (Y_A + r_{\omega}) \sin t;$$

$$Y_2 = (Y_A + r_{\omega}) \cos t + (X_A + r_{\omega}t) \sin t.$$

8.2. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з евольвентною циліндричною поверхнею, за схемами формоутворення першого класу

До проектування різноманітних типів інструментів належить визначення вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з поверхнею деталі, на основі яких розробляють реальні інструменти. Визначаючи вихідну інструментальну поверхню, розглядають рухи поверхні деталі відносно інструмента в процесі формування обробленої поверхні. Тому для того, щоб знайти можливі типи інструментів, у першу чергу необхідно розглянути різні схеми формоутворення і визначити множину можливих вихідних

інструментальних поверхонь. Найбільш простими схемами формоутворення є схеми першого класу.

Визначимо можливі типи інструментів для оброблення прямозубих циліндричних зубчастих коліс. Розглянемо ряд схем формоутворення й визначимо вихідні інструментальні поверхні, спряжені з поверхнею зубів колеса.

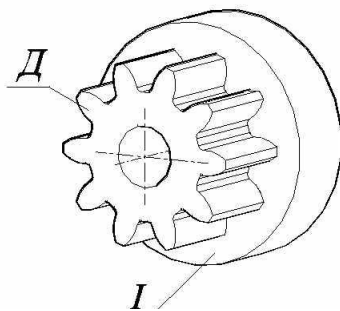


Рис. 8.2. Вихідна поверхня для зубчастого колеса при використанні схеми першого класу першого типу

Відносний рух D/I за схемою формоутворення першого класу першого типу буде прямолінійно-поступальним, зі швидкістю, спрямованою по осі колеса. Тоді вихідна поверхня збігатиметься з поверхнею деталі (рис. 8.2). У процесі оброблення спостерігається їхнє взаємне ковзання. Перетворюючи тіло, обмежене вихідною поверхнею, на інструмент, можна отримати евольвентну протяжку для оброблення зубчастих коліс, або зубодовбальну

головку для одночасного оброблення всіх западин зубів зубчастого колеса. Ці інструменти є високопродуктивними, але складними й спеціальними, тому вони знаходять застосування при масовому виготовленні зубчастих коліс і можуть бути віднесені не тільки до першого, але й до нульового класу, оскільки в них вихідна поверхня I і поверхня деталі D збігаються. При аналізі розглянутої схеми можна направити швидкість поступального руху під кутом до осі колеса. Проте у цьому випадку не дотримуються умови формоутворення й оброблення заданої поверхні деталі неможливе.

Оскільки в цьому випадку поверхні зубів ковзають «самі по собі», то визначення профілю вихідної інструментальної поверхні I полягає у знаходженні профілю западини зуба зубчастого колеса. Евольвенту кола (рис. 8.3, *a*) розглядатимемо як криву, що описується точкою твірної прямої BC , яка котиться по основному колу радіуса r_b .

За побудовою:

$$\cup AB = DC;$$

$$\cup AB = r_B \cdot \varphi_y = r_B(\alpha_y + \theta_y).$$

З трикутника BOC :

$$OC = r_y = \frac{r_B}{\cos \alpha_y};$$

$$BC = r_B \cdot \operatorname{tg} \alpha_y.$$

Отже,

$$r_B \cdot \operatorname{tg} \alpha_y = r_B \cdot (\alpha_y + \theta_y).$$

Звідси

$$\theta_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y = \operatorname{inv} \alpha_y.$$

Функцію $\operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y$ називають *евольвентою* і позначають $\operatorname{inv} \alpha_y$. Її визначають за відповідними таблицями.

Таким чином, рівняння евольвенти в полярних координатах має вигляд:

$$r_y = \frac{r_B}{\cos \alpha_y};$$

$$\theta_y = \operatorname{inv} \alpha_y,$$

де α_y — кут тиску; θ_y — евольвентний кут; r_y — радіус довільної точки евольвенти.

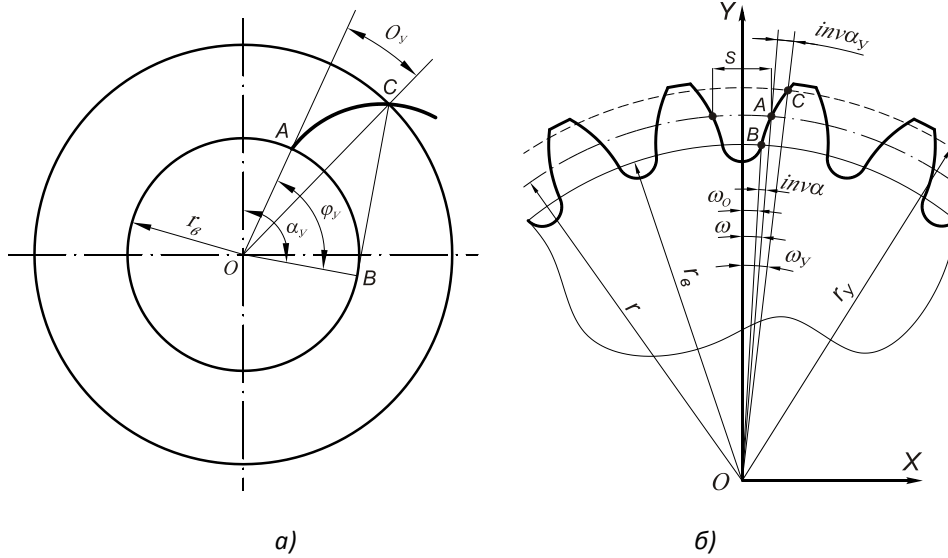


Рис. 8.3. Визначення профілю западини зуба зубчастого колеса

У системі XY (рис. 8.3, б) визначимо координати профілю западини колеса. Вісь Y спрямуємо по осі симетрії западини зуба.

Радіус r ділильного кола:

$$r = \frac{mz}{2}.$$

Ширина S впадини зуба по дузі ділильного кола:

$$S = p - S_t = \pi m - S_t = \frac{\pi m}{2} - \Delta S_t.$$

Величина ΔS_t вводиться для забезпечення бокових зазорів в передачі. Кут ω для точки A на ділильному колі:

$$\omega = \frac{S}{2r}.$$

Координати точки A :

$$X_A = r \sin \omega;$$

$$Y_A = r \cos \omega.$$

Визначимо координати точки B , розташованої на основному колі. Для цього у рівняння евольвенти підставимо значення, які відповідають точці A :

$$r = \frac{r_B}{\cos \alpha};$$

$$\theta = \operatorname{inv} \alpha.$$

Звідси

$$r_B = r \cos \alpha;$$

$$\omega_B = \omega - \theta.$$

Координати точки B :

$$X_B = r_B \sin \omega_B;$$

$$Y_B = r_B \cos \omega_B.$$

Розглянемо довільну точку C евольвентного профілю, розташовану на радіусі r_y , який може змінюватися від r_b до r_a радіуса кола виступів. З рівняння евольвенти маємо:

$$\cos \alpha_y = \frac{r_B}{r_y};$$

$$\theta_y = \operatorname{inv} \alpha_y.$$

Кут

$$\omega_y = \omega_B + \operatorname{inv} \alpha_y.$$

Координати точки K будуть:

$$X_1 = r_y \sin \omega_y;$$

$$Y_1 = r_y \cos \omega_y.$$

Для коригованих коліс розрахунок проводять аналогічно. Своєрідність полягає тільки у визначенні кута ω для точки A :

$$\omega = \frac{T}{2r} = \frac{0,5\pi m - 2X \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha - \Delta S}{2r},$$

де X — коефіцієнт зміщення вихідного контуру.

Побудову профілю шаблону зручніше вести в системі X_1Y_1 , яка відносно системи XY зміщена вздовж осі Y на радіус кола западин r_f . Формули перетворення координат будуть:

$$X_1 = X;$$

$$Y_1 = Y - r_f.$$

Неевольвентна ділянка профілю зуба може формуватися по-різному. На практиці розповсюджене формування профілю западини зуба по радіальній прямій і колу радіуса ρ , яке торкається радіальної прямої та кола западин. При $\alpha = 20^\circ$ радіус ρ дорівнює: $\rho = (0,52 \div 0,25) m$. Профіль западини зуба, окреслений по радіальній прямій, не завжди забезпечує безперешкодне переміщення вершини зуба спряженого колеса у западині нарізального. Усунення заклинювання коліс можна здійснити роз'єднанням їх осей.

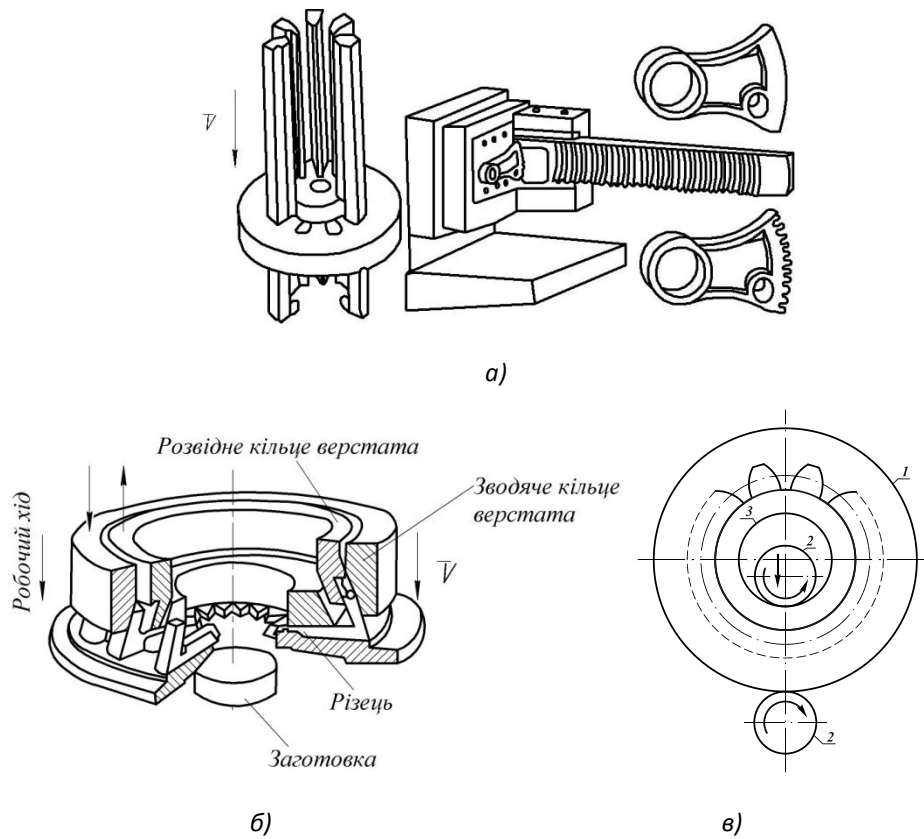


Рис. 8.4. Обробка зубчастих коліс фасонними інструментами при прямолінійно-поступальному русі Д/п

За схемою, що розглядається, проводять оброблення зубчастих коліс різанням фасонними інструментами: евольвентними протяжками (рис. 8.4, а) і зуборізними головками (рис. 8.4, б).

Зуборізна головка — це збірний інструмент, у корпусі якого встановлені фасонні стругальні різці:

$$\omega = \frac{S}{2r}.$$

Кількість різців дорівнює кількості зубів оброблюваного колеса. Кожний різець прорізає одну западину. Для розподілення роботи різання на

ряд подвійних ходів здійснюється рух подачі різців у радіальному напрямку за рахунок переміщень звідного і розвідного кілець відносно корпусу головки. Головка призначена для оброблення коліс у масовому виробництві на спеціальному верстаті.

Зазначену схему використовують також при обробленні зубчастих коліс тиском. Застосовують волочіння фасонних евольвентних зубчастих профілів через одну або декілька волоків з подальшим різанням на мірні куски.

Для формоутворення зубів на трубчастих заготовках застосовують інструмент, який складається з матриці 1 (рис. 8.4, в) з евольвентними зубцями на внутрішній поверхні та циліндричні розкатники 2. Розкатники, обертаючись, при відповідній радіальній подачі, і діючи на заготовку 3, забезпечують поступове заповнення западин матриці металом і формування зубчастого вінця. При накатуванні зубів на зовнішній поверхні порожнистої заготовки вставляють в отвір оправку із заданим зубчастим профілем, зовнішню поверхню обтискають бійками. У процесі формоутворення зовнішній діаметр заготовки зменшується в міру того, як матеріал заготовки заповнює западини зубчастого профілю оправки. Форма профілю оправки, тобто профілю вихідної інструментальної поверхні, відповідає профілю деталі.

Однією з розповсюджених схем формоутворення першого класу буде схема, за якої рух поверхні деталі D відносно інструмента буде обертанням навколо осі O . При обробленні зубчастих коліс в практиці вісь O розташовується в площині N , яка перпендикулярна осі O прямокутного зубчастого колеса. За властивістю загальних нормалей лінія перетину площини N з поверхнею зубів оброблюваного колеса буде характеристикою E , оскільки нормалі до поверхні деталі в точках лінії E перетинають вісь O . Обертаючись навколо осі O , характеристика E опише вихідну інструментальну поверхню. Профіль вихідної інструментальної поверхні буде у зазначеному випадку збігатися з профілем зуба зубчастого колеса. Залежно від положення осі обертання O можна отримати різноманітні види вихідних інструментальних поверхонь (рис. 8.5). Вісь O може збігатися з віссю симетрії

западни зуба. Цей випадок відповідає обробленню пальцевими фрезами (рис. 8.5, б, е). Вісь O може розташовуватися перпендикулярно осі симетрії западини зуба, що відповідає обробленню зубчастих коліс дисковими фасонними фрезами (рис. 8.5, а, д) і фасонними шліфувальними кругами (рис. 8.5, ж). Вісь O може розташовуватися за межами оброблюваного колеса і вихідна інструментальна поверхня обертання буде охоплювати деталь (рис. 8.5, д). На основі цієї вихідної поверхні можуть створюватися фасонні фрези та протяжки, якими оброблятимуть бочкоподібні зубці. На практиці ця вихідна інструментальна поверхня не розповсюджена.

Схема формоутворення (рис. 8.5, і) реалізується також при обробленні зубчастих коліс тиском. У цьому випадку пруток декілька разів протягується між роликками, що вільно обертаються, періодично зближуючись. Роликки мають профіль, який копіює профіль западини зуба колеса. Кількість роликків дорівнює кількості западин.

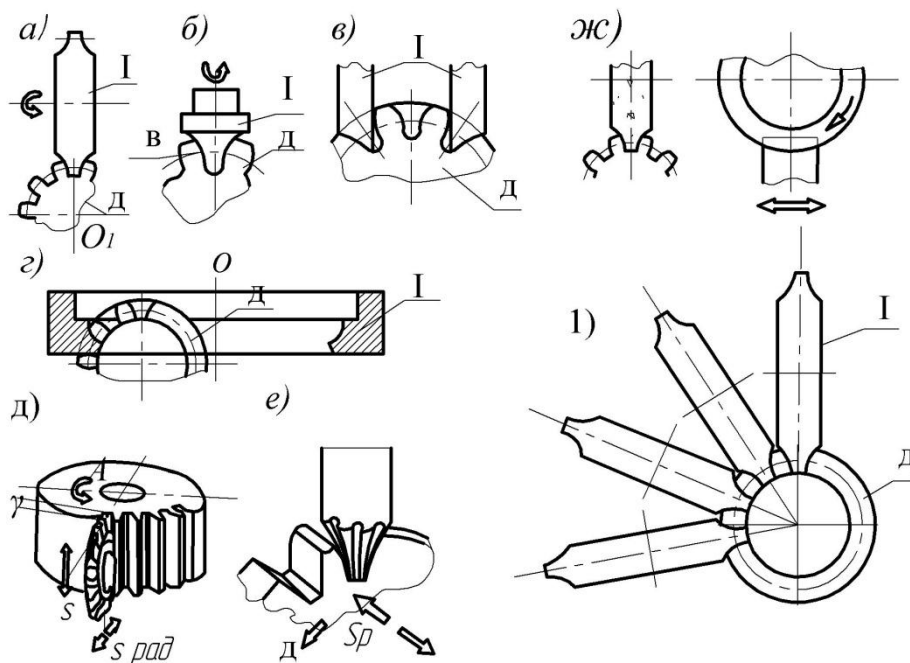


Рис. 8.5. Обробка зубчастих коліс фасонними інструментами при обертальному русі D/n

У результаті оброблення отримаємо профільований пруток, який розрізається на окремі вироби. Цей спосіб доцільно застосовувати для отримання зубчастих коліс із в'язких сталей, які погано оброблюються різанням. Оброблення коліс за зазначеним способом пов'язане із застосуванням складного і точного інструмента. Оброблення зубчастих коліс можна проводити двома роликками, що вільно обертаються, розташовані по обидва боки заготовки і формують дві западини зубчастого колеса. Під час оброблення періодично відбувається процес ділення заготовки, і таким шляхом забезпечується оброблення всіх западин зубчастого колеса.

Крім зазначених можуть бути використані й інші схеми зрізування матеріалу заготовки і на цій основі проектуватися відповідні різальні інструменти. На базі навіть тільки однієї кінематичної схеми формоутворення можна спроектувати множину різальних інструментів, призначених для оброблення заданої деталі.

До першого класу схем формоутворення належить також схема, в якій відносний рух D/I буде гвинтовим. У цьому випадку вихідна інструментальна поверхня як обгинаюча поверхню деталі D буде гвинтовою поверхню. Проте ці інструменти більш складніші, ніж раніш розглянуті, і не мають суттєвих переваг. Тому вони не розроблялись і не застосовуються в виробництві.

8.3. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з евольвентною циліндричною поверхнею, за схемами формоутворення другого класу

Велике розповсюдження при обробленні зубчастих коліс отримали схеми формоутворення другого класу, за яких рух поверхні деталі відносно інструмента зводиться до миттєвого обертання.

Розглянемо схему формоутворення, при якій початковий циліндр, що зв'язаний з оброблюваним зубчастим колесом, котиться без ковзання по початковій площині, зв'язаній з інструментом. Відповідно в площині, перпендикулярній осі деталі, спостерігатиметься кочення без ковзання

початкового кола деталі по початковій прямій інструмента. З евольвентним профілем зуба зв'яжемо систему X_1Y_1 . Вісь Y_1 проведемо через точку M_0 евольвенти, розташовану на початковому колі радіуса r_ω (рис. 8.6, а). Координати X_1, Y_1 довільної точки M евольвенти визначають шляхом проектування замкнутої ламаної лінії $OAMKO$ на осі X_1 і Y_1 :

$$X_1 = r_b \sin(\varphi_x - \theta_\omega) - r_b \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega);$$

$$Y_1 = r_b \cos(\varphi_x - \theta_\omega) - r_b \varphi_x \sin(\varphi_x - \theta_\omega).$$

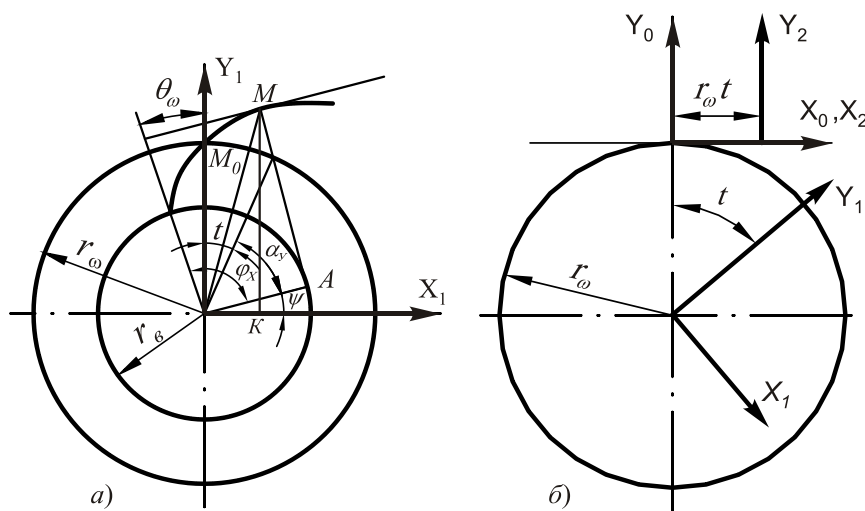


Рис. 8.6. Визначення профілю рейки при обробці евольвентного зубчастого колеса

З профілем вихідної інструментальної поверхні, тобто з початковою прямою, зв'яжемо систему координат X_2Y_2 . Виберемо також нерухому систему координат X_0Y_0 . Вважатимемо, що деталь і відповідно система координат X_1Y_1 обертаються навколо своєї осі, а система координат X_2Y_2 рухається прямолінійно-поступально вздовж початкової прямої. Взаємне розташування систем координат, що розглядаються, у довільний момент часу зображено на рис. 8.6, б. Формули переходу від системи X_1Y_1 до системи X_2Y_2 будуть:

$$X_2 = X_1 \cos t + Y_1 \sin t - r_\omega t;$$

$$Y_2 = Y_1 \cos t - X_1 \sin t - r_\omega.$$

Спільний розгляд формул переходу і рівняння евольвенти в системі $X_1 Y_1$ дає сімейство евольвент в системі $X_2 Y_2$:

$$X_2 = r_b \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t) - r_b \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) - r_\omega t;$$

$$Y_2 = r_b \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) + r_b \varphi_x \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t) - r_\omega.$$

Рівняння контакту в загальному вигляді буде:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X_2}{\partial \varphi_x} & \frac{\partial X_2}{\partial t} \\ \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi_x} & \frac{\partial Y_2}{\partial t} \end{vmatrix} = 0.$$

Частинні похідні:

$$\frac{\partial X_2}{\partial \varphi_x} = r_b \varphi_x \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t);$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial \varphi_x} = r_b \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t);$$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial t} = -r_b \varphi_x \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t) + r_b \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t).$$

Рівняння контакту у зазначеному випадку, буде:

$$\begin{vmatrix} r_{\hat{a}} \varphi_x \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t) & r_{\hat{a}} \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) + r_{\hat{a}} \varphi_x \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t) - r_\omega \\ r_{\hat{a}} \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) & -r_{\hat{a}} \sin(\varphi_x - \theta_\omega + t) + r_{\hat{a}} \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриваючи визначник, отримаємо:

$$r_B^2 \varphi_x + r_\omega r_B \varphi_x \cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) = 0.$$

Звідси

$$\cos(\varphi_x - \theta_\omega + t) = \frac{r_B}{r_\omega} = \cos \alpha,$$

або

$$\varphi_x - \theta_\omega + t = \alpha_\omega.$$

Отже, рівняння контакту можна представити у вигляді:

$$t = \varphi_\omega - \varphi_x = \operatorname{tg} \alpha_\omega - \operatorname{tg} \alpha_x.$$

Спільний розгляд цього рівняння контакту і рівняння сімейства профілів дає обгинаючий профіль:

$$X_2 = r_B \sin(\varphi_x - \theta_\omega + \alpha_\omega + \theta_\omega - \varphi_x) - r_B \varphi_x \cos \alpha_\omega - r_\omega t;$$

$$Y_2 = r_B \cos \alpha_\omega + r_B \varphi_x \sin \alpha_\omega - r_\omega,$$

або
$$\frac{X_2}{r_B} = \sin \alpha_\omega - \varphi_x \cos \alpha_\omega - \frac{\operatorname{tg} \alpha_\omega - \operatorname{tg} \alpha_x}{\cos \alpha_\omega}.$$

Перетворивши останній вираз, отримаємо:

$$\frac{X_2}{r_B} = \frac{\sin \alpha_\omega}{\cos \alpha_\omega} \left(\cos \alpha_\omega + \varphi_x \sin \alpha_\omega - \frac{1}{\cos \alpha_\omega} \right).$$

Відповідно для Y_2 матимемо:

$$\frac{Y_2}{r_B} = \cos \alpha_{\omega} + \varphi_x \sin \alpha_{\omega} - \frac{1}{\cos \alpha_{\omega}}.$$

Отже,

$$\frac{X_2}{r_B} = \frac{\sin \alpha_{\omega}}{\cos \alpha_{\omega}} \cdot \frac{Y_2}{r_B},$$

або

$$Y_2 = X_2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_{\omega}.$$

Таким чином, при обробленні евольвентних зубчастих коліс спряжений профіль рейки буде прямолінійним. Кут профілю дорівнює куту тиску евольвенти на початковому колі. При зміні радіуса початкового кола кут профілю спряженої рейки із заданим зубчастим колесом також змінюється.

Профіль зубчастого колеса представляє собою сукупність евольвент, рівномірно розподілених по колу. Спряжений з ним профіль рейки складається з сукупності прямих, паралельних одна одній. Відстань P між суміжними прямими, виміряна на початковій прямій, дорівнює кроку зубців деталі, виміряному по початковому колу радіуса r_{ω} :

$$P = \frac{2\pi \cdot r_{\omega}}{Z},$$

де Z — число зубців оброблюваного колеса.

Крок по нормалі P_n :

$$P_n = P \cos \alpha_{\omega} = \frac{2\pi \cdot r_{\omega} \cos \alpha_{\omega}}{Z} = \frac{2\pi \cdot r_B}{Z}.$$

Таким чином, задане евольвентне зубчасте колесо має велику кількість спряжених з ним рейок з різноманітними кутами профілю та різними кроками, які виміряні вздовж початкової прямої. Загальним для всіх рейок буде крок по нормалі, який дорівнює кроку зубів оброблюваного

колеса, виміряному по його основному колу. Так, на рис. 8.7 графоаналітично визначені рейки, спряжені з некоригованим зубчастим колесом $Z = 35$, $\alpha = 20^\circ$, $m = 20$ мм при різних радіусах початкового кола ($r_\omega = 335$ мм (рис. 8.7, в), $r_\omega = 350$ мм (рис. 8.7, г), $r_\omega = 370$ мм (рис. 8.7, е), $r_\omega = 400$ мм (рис. 8.7, і). Одночасно проведено обернене обкочування за знайденим профілем рейки, визначений профіль зуба зубчастого колеса.

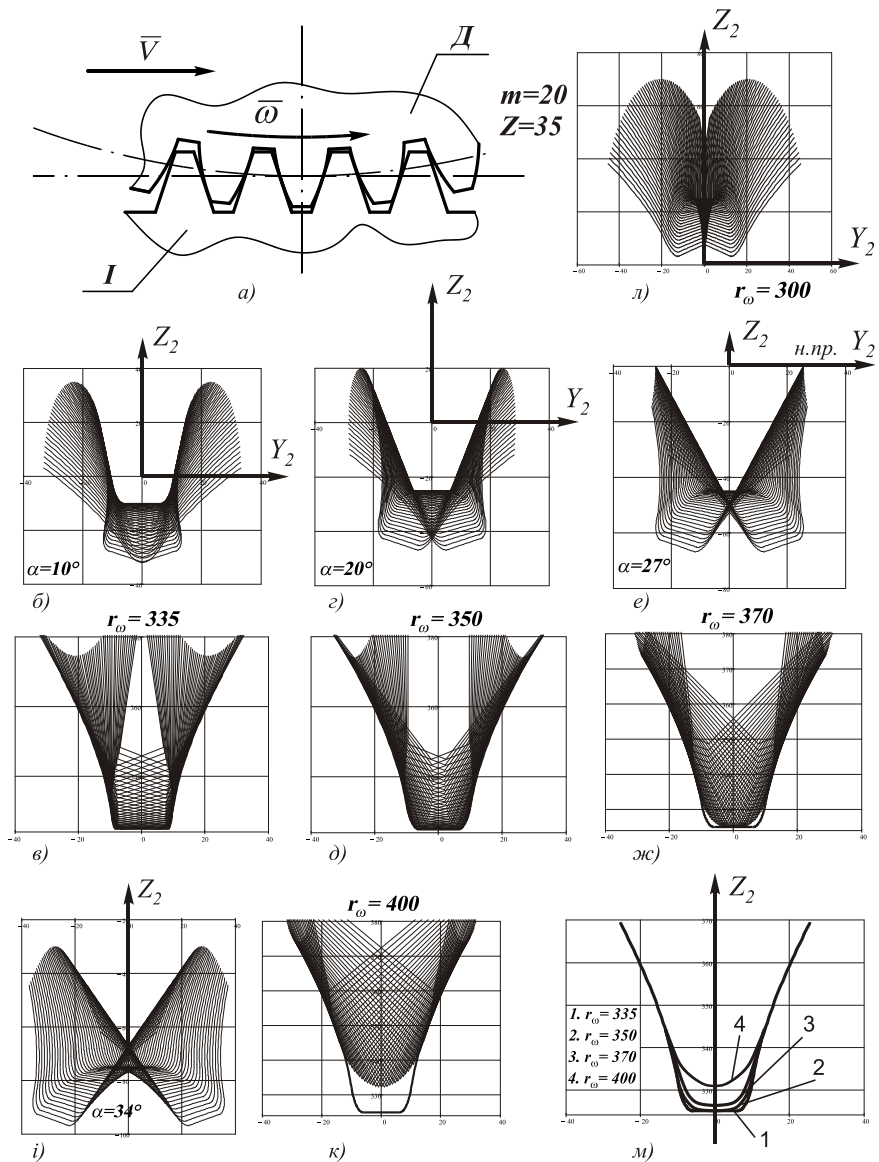


Рис. 8.7. Профілі рейок, спряжених із зубчастим колесом

З побудови (рис. 8.7, л) видно, що при $r_{\omega} = 300$ мм спряженої рейки не існує. Обгинаючи до послідовних положень евольвентного профілю зуба провести неможливо і оброблення даного колеса неможливе, оскільки

вихідної інструментальної поверхні не існує. Це пояснюється тим, що прийняте початкове коло менше за основне коло і нормалі до евольвенти його не перетинають. На рис. 8.7, м поєднані профілі зубів, отримані при оберненому обкочуванні, і утворені різними спряженими рейками. Розгляд цієї фігури показує, що при різноманітних радіусах початкового кола у западині зуба утворюються різні перехідні криві. При радіусі $r_{\omega} = 400$ мм не забезпечується утворення профілю западини зуба на повну глибину. Це пояснюється тим, що бокові сторони зуба рейки у цьому випадку перетинають одна одну, тобто не дотримується третя умова формоутворення, і різні ділянки вихідної інструментальної поверхні перетинають одна одну.

На основі вихідної інструментальної поверхні у формі рейки (рис. 8.8, а) проектується зуборізні гребінки (рис. 8.8, з), протяжки оброблювання циліндричних зубчастих коліс (рис. 8.8, д), а також виконується шліфування зубчастих коліс за методом обкатки (рис. 8.8, е, ж, і, к). Шліфування виконується конічним кругом (рис. 8.8, е), тарілчастими кругами (рис. 8.8, ж, і), плоским шліфувальним кругом (рис. 8.8, к). У процесі шліфування робоча поверхня шліфувального круга відтворює бокову поверхню зуба рейки, тобто вихідну інструментальну поверхню.

За зазначеної схеми формоутворення, можна утворити вихідну інструментальну поверхню з точковим контактом відповідно до третього способу. Для цього поверхні рейки надамо, наприклад, обертання навколо осі, перпендикулярної до напрямку її зубів. Обгинаючою буде поверхня обертання, яка і може бути прийнята за вихідну інструментальну поверхню (рис. 8.8, б). Причому вихідна інструментальна поверхня може бути зовнішньою і охоплювати оброблювану заготовку, а може бути внутрішньою (рис. 8.8, в). На базі зовнішньої поверхні «ЕНІМС» розробив процес оброблення зубчастих коліс гребінчастими фрезами. Число витків фрези приймалося рівним або більшим числа зубів оброблюваного колеса. У процесі нарізання фреза порівняно більшого діаметра обертається навколо своєї осі, а заготовка перекочується від одного кінця фрези до іншого. Таким методом безперервно здійснюється оброблення одночасно декількох коліс. Застосування цього методу допомогло підвищити продуктивність оброблення

у декілька разів порівняно з нарізанням коліс привода швейних машин дисковими фрезами на спеціальних автоматах.

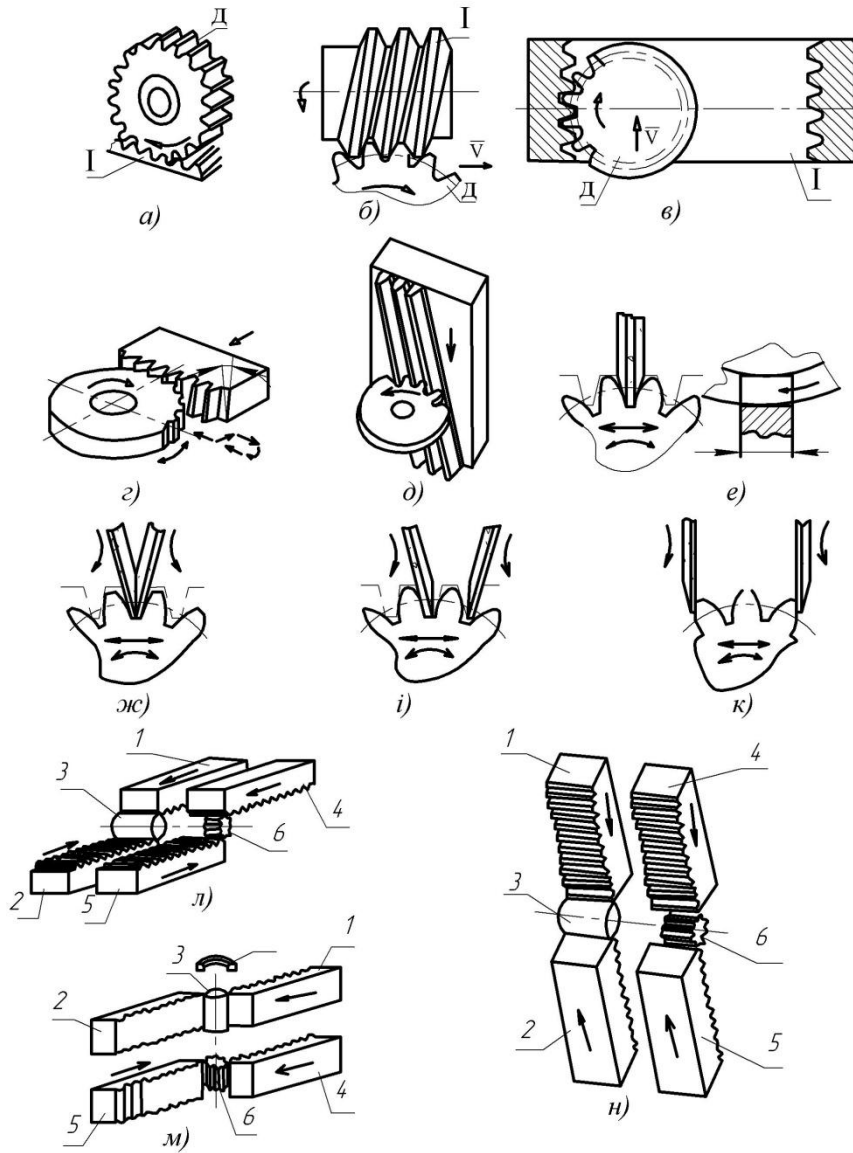


Рис. 8.8. Зубонарізні інструменти на основі вихідної інструментальної поверхні у формі рейки

Вихідну інструментальну поверхню за зазначеною схемою можна відтворити у формі плоских плашок.

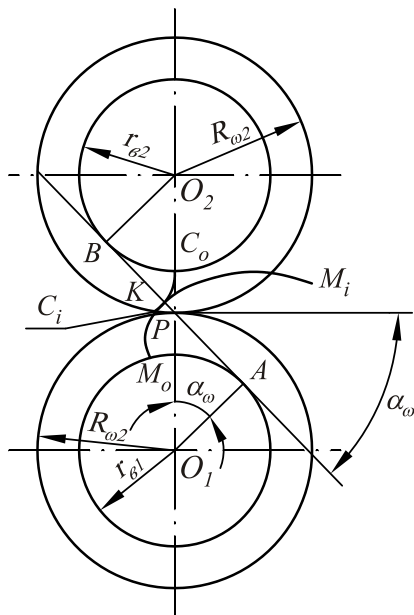
При накатуванні зубчастих коліс (рис. 8.8, л, м, н) заготовки 3 зазвичай встановлюють у центрах або на опорі. Зубці накатуються за один хід на повну глибину за допомогою плоских накатних рейок 1 і 2, які рухаються прямолінійно. Переміщення обох рейок синхронізується з блокованими контрольними рейками 4 і 5 і зубчастим колесом 6, змонтованими як одне ціле з накатними інструментами. Профіль зубів накатних рейок має відповідний підйом за допомогою індуктора 7.

З метою спрощення процесу виготовлення накатних рейок замість плоских застосовують також круглі рейки, виконані у вигляді гвинта з кільцевою нарізкою.

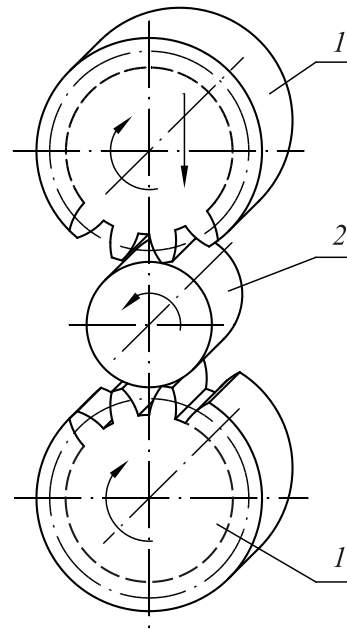
Розглянемо схему формоутворення, за якої початковий циліндр радіуса R_{ω_1} , зв'язаний з оброблюваним зубчастим колесом, котиться без ковзання по початковому циліндру радіуса R_{ω_2} , зв'язаному з інструментом (рис. 8.9, а). Вважатимемо, що зубчасте колесо обертається навколо осі O_1 зі швидкістю $\bar{\omega}_1$, а інструмент обертається навколо його осі O_2 зі швидкістю $\bar{\omega}_2$. Оскільки початкові кола котяться одне по одному без ковзання, то $\omega_1 R_{\omega_1} = \omega_2 R_{\omega_2}$. Точка P дотику початкових кіл буде полюсом зачеплення. Профіль зуба зубчастого колеса буде евольвентою M_0M_1 , радіус основного кола якої $r_{\beta 1}$. За властивістю загальних нормалей лінією зачеплення (лінією контакту спряжених профілів в нерухомій системі координат) буде пряма AB , яка проходить через полюс P і торкається основного кола радіуса $r_{\beta 1}$. Це твердження ґрунтується на властивості нормалей до евольвенти. Нормалі у будь-якій точці евольвенти торкаються основного кола. При рівномірному обертанні колеса Z_1 точка K контакту спряжених профілів рухатиметься по лінії зачеплення з постійною швидкістю $V = \omega_1 r_{\beta 1}$. Якщо спостерігати точку контакту K у системі, зв'язаній з колесом Z_1 , то отримаємо евольвенту M_0M_1 . Картина взаємного переміщення інструменту і точки контакту K буде аналогічна розглянутій. При рівномірному обертанні інструмента і поступальному переміщенні точки K по лінії зачеплення у системі, зв'язаній з

інструментом, точка контакту K опише також евольвенту, радіус r_{B1} основного кола якої дорівнюватиме:

$$r_{B2} = \frac{V}{\omega_2} = \frac{\omega_1 r_{B1}}{\omega_2}.$$



a)



б)

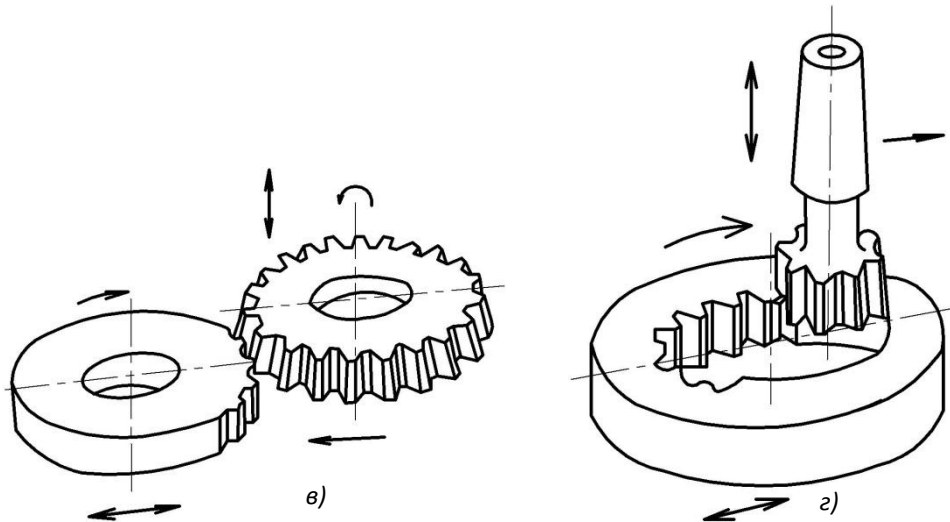


Рис. 8.9. Схема формоутворення зубчастого колеса при коченні початкового кола деталі по початковому колу інструмента

Відношення $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ і r_{b1} дорівнюють:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_{2\omega}}{R_{1\omega}};$$

$$r_{b1} = R_{1\omega} \cdot \cos \alpha_{\omega}.$$

Отже,

$$r_{b2} = \frac{R_{2\omega} R_{1\omega}}{R_{1\omega}} \cdot \cos \alpha_{\omega} = R_{2\omega} \cos \alpha_{\omega}.$$

Таким чином, у зазначеному випадку, профіль вихідної інструментальної поверхні, спряжений з евольвентним профілем колеса Z_1 , буде евольвентою основного кола, радіус r_{b2} якого дорівнює:

$$r_{B2} = R_{2\omega} \cdot \cos \alpha_{\omega}.$$

Іншими словами, вихідна інструментальна поверхня, при досліджуваній схемі формоутворення евольвентного прямозубого зубчастого колеса, буде евольвентною циліндричною поверхнею зубчастого колеса, спряженого з колесом, що нарізає. За зазначеною схемою виконується оброблення зубчастих коліс довбачами. У процесі нарізання коліс для забезпечення певної швидкості різання довбач (рис. 8.9, б, в) виконує зворотно-поступальні рухи вздовж своєї осі, у результаті яких вихідна інструментальна поверхня ковзає «сама по собі».

Зазначена схема формоутворення реалізується також при накатуванні зубчастих коліс. Суть накатування (рис. 8.9, г) зубів полягає в тому, що зубчасте колесо 1, яке називається накатником, спряжене з колесом 2, яке оброблюється, знаходиться у зачепленні з ним і при взаємному обкатуванні поступово вдавлюється в заготовку, видавлюючи метал і утворюючи зубці. Використовуються різноманітні схеми накатування. Накатування може виконуватися двома-трьома накатниками, накатником з внутрішніми зубами. Порівняно високі показники відносно до точності та якості поверхні досягаються при холодному накатуванні, яке застосовують для виготовлення коліс з малими модулями. Накатування зубчастих коліс середніх модулів виконується в гарячому стані.

Ряд переваг, порівняно з розглянутою розповсюдженою схемою зубодовбання, має схема формоутворення, за якої відносний рух деталі та інструмента зводиться до кочення без ковзання початкового конуса, зв'язаного з деталлю, по початковому конусу, зв'язаному з інструментом. До цієї схеми належать взаємозв'язані обертання заготовки та інструмента навколо своїх осей, які перетинаються під певним кутом ε (рис. 8.10). Кутова швидкість обертання заготовки — ω_1 , а кутова швидкість обертання інструмента — ω_2 . Тоді відносний рух деталі та інструмента можна представити як кочення конуса, зв'язаного з деталлю, з кутом при вершині $2\varepsilon_1$ по конусу інструмента з кутом при вершині $2\varepsilon_2$. Кути ε_1 і ε_2 визначають із співвідношення:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2;$$

$$\frac{\sin \varepsilon_2}{\sin \varepsilon_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_0}{Z},$$

де Z_1 — число зубів зубчастого колеса; Z_0 — число зубів інструмента.

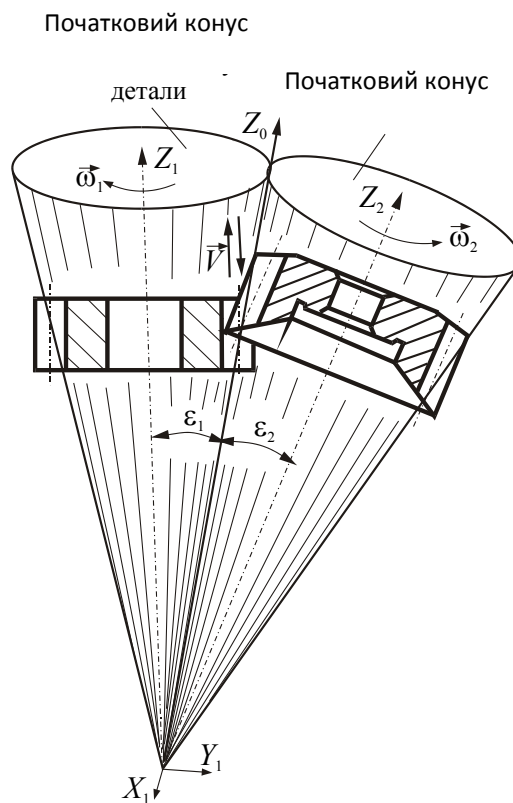


Рис. 8.10. Схема обробки зубчастих коліс довбачем з похилою віссю

За схеми, що розглядається, відносний рух поверхні деталі та інструмента буде миттєвим обертанням. Вісь миттєвого обертання буде твірною початкових конусів, по якій вони торкаються один одного.

Формули переходу від системи $X_1Y_1Z_1$, зв'язаної з деталлю, до системи $X_2Y_2Z_2$, зв'язаної з інструментом, будуть:

$$\begin{aligned}
X_2 &= X_1 [\cos t_2 \cdot \cos t_1 - \sin t_2 \cdot \sin t_1 \cdot \cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] + \\
&+ Y_1 [-\cos t_2 \cdot \sin t_1 \cdot \sin t_2 \cdot \cos t_1 \cdot \cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] + Z_1 \sin t_2 \sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_2); \\
Y_2 &= X_1 [\cos t_1 \cdot \sin t_2 + \cos t_2 \cdot \sin t_1 \cdot \cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] + \\
&+ Y_1 [\cos t_1 \cdot \cos t_2 \cdot \cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \sin t_2 \cdot \sin t_1] - Z_1 \cos t_2 \sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_2); \\
Z_2 &= X_1 \sin t_1 \sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + Y_1 \cos t_1 \cdot \sin(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + Z_1 \cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2).
\end{aligned}$$

Рівняння евольвентного профілю зуба оброблюваного зубчастого колеса запишемо у вигляді:

$$X_1 = r_b \sin \varphi_x - r_b \varphi_x \cos \varphi_x;$$

$$Y_1 = r_b \cos \varphi_x + r_b \varphi_x \sin \varphi_x.$$

У загальному випадку при обробленні фасонних циліндричних поверхонь рівняння контакту для даної схеми формоутворення буде:

$$\sin(\psi + t_1) = \frac{X_1 \cos \psi + Y_1 \sin \psi}{Z_1 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1}.$$

Для евольвентного профілю кут ψ нахилу дотичної до осі X буде:

$$\psi = 90^\circ - \varphi_x.$$

Рівняння контакту для евольвентного профілю буде:

$$\cos(\varphi_x - t) = \frac{r_b}{Z_1 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1}.$$

Спільний розгляд рівняння евольвентного профілю деталі, рівняння контакту і формул перетворення координат дає вихідну інструментальну поверхню.

Заданою схемою виконується обробка зубчастих коліс довбачами з похилою віссю. Дослідження показали, що довбач з похилою віссю має суттєві переваги порівняно зі стандартними довбачами.

Відомо, що одним з основних недоліків стандартних зуборізальних довбачів є несприятливий характер зміни геометричних параметрів на різальній частині, зокрема досить малі величини передніх і задніх кутів на бокових різальних кромках. Крім того, обмежується вибір окремих конструктивних елементів довбача можливим загостренням вершини його зуба, тобто змінною при переточуваннях шириною найбільш навантаженої вершинної різальної кромки. Цих недоліків позбавлені довбачі з похилою віссю, що значно підвищує їх працездатність.

8.4. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені з евольвентною циліндричною поверхнею, за схемами формоутворення третього класу

При обробленні циліндричних зубчастих коліс із схем третього класу застосовують схему, яка зводиться до кочення з ковзанням площини і круглого циліндра, і схему, при якій спостерігається кочення з ковзанням гіперболоїда по гіперболоїду.

За схемою формоутворення, яка зводиться до кочення з ковзанням круглого циліндра, зв'язаного з оброблюваним колесом, по площині, зв'язаній з інструментом, утворюємо вихідну інструментальну поверхню як обгинаючу поверхню деталі D при її рухові відносно інструмента.

У процесі оброблення зубчасте колесо обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$ і рухається відносно інструмента прямолінійно-поступально зі швидкістю \bar{V} (рис. 8.11). Рух зі швидкістю \bar{V} розкладемо на два рухи:

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2.$$

Прямолінійно-поступальний рух зі швидкістю \bar{V}_2 призводить до ковзання поверхні D зубів зубчастого колеса «самої по собі». Тому цей рух при визначенні обгинаючої поверхні D можна не враховувати. Рух обертання колеса з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$ і прямолінійно-поступальний рух зі швидкістю

\bar{V}_1 зводиться до кочення без ковзання початкового циліндра деталі по початковій площині інструмента. Радіус r_ω початкового циліндра визначають за співвідношенням:

$$V_1 = \omega \cdot r_\omega.$$

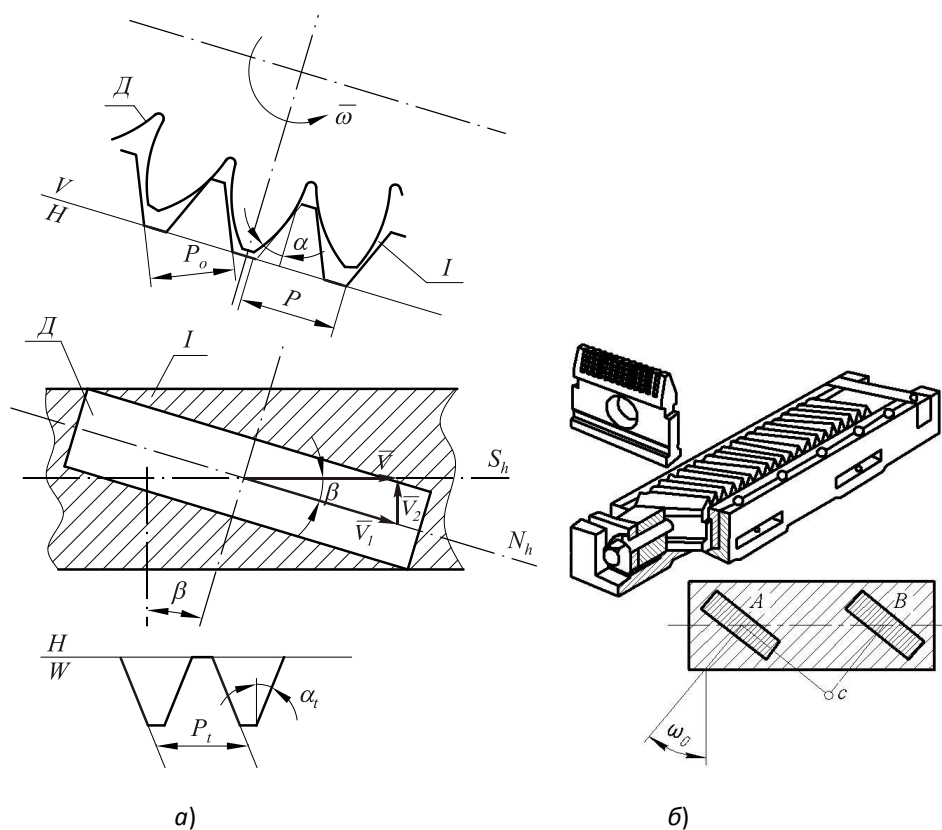


Рис. 8.11. Схема обробки зубчастого колеса шевром-рейкою

Як було зазначено раніше, вихідна інструментальна поверхня при обробленні евольвентного зубчастого колеса буде спряженою зуборізною рейкою. Профіль цієї рейки в площині N , яка йде перпендикулярно до осі

колеса, може бути різним залежно від прийнятого радіуса r_ω початкового циліндра.

Кут α профілю рейки дорівнює куту тиску евольвенти зуба зубчастого колеса у точці, яка розташована на початковому циліндрі радіуса r_ω .

Крок P зубів рейки, виміряний у площині N на початковій прямій, дорівнює кроку зубів колеса, виміряному на початковому колі:

$$P = \frac{2r_\omega}{Z},$$

де Z — число зубів оброблюваного колеса.

Крок зубів рейки в торцевому перерізі P_t буде:

$$P_t = \frac{P}{\cos \beta},$$

де β — кут нахилу зубців вихідної інструментальної рейки.

Кут α_t профілю в торцевому перерізі буде:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \omega}.$$

Швидкість взаємного ковзання спряжених профілів на початковому циліндрі:

$$V_2 = V \cdot \sin \beta.$$

На цій схемі формоутворення базується процес шевінгування зубчастих коліс за допомогою шевер-рейки (рис. 8.11, б).

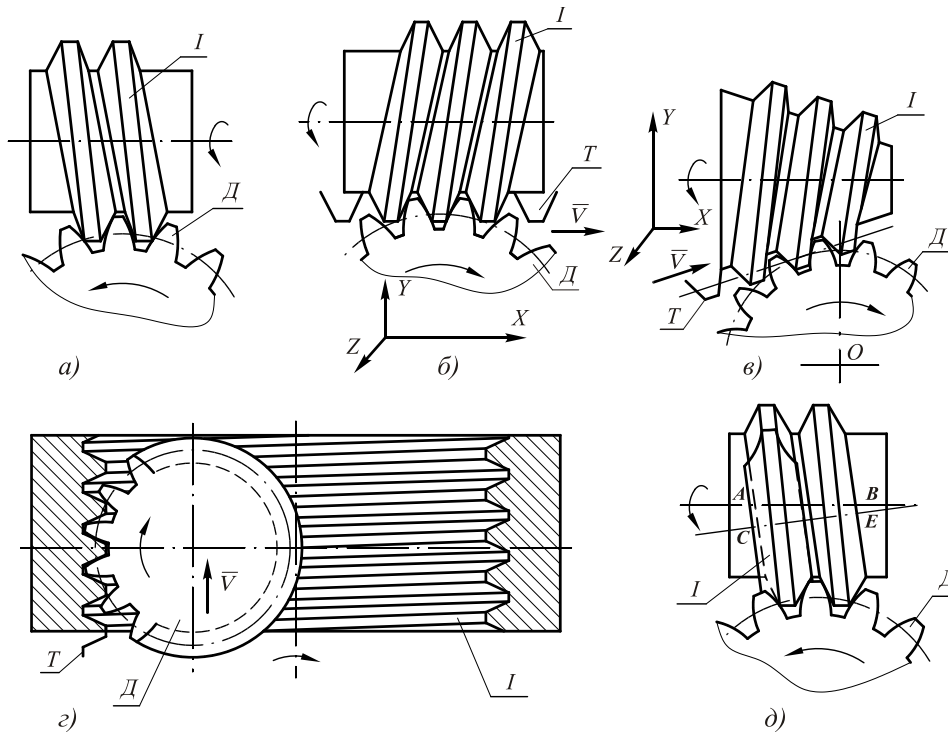


Рис. 8.12. Вихідні інструментальні поверхні, спряжені із зубчастим колесом, за схемою формоутворення, яка базується на двох обертах навколо осей, що перетинаються

Розглянемо схему формоутворення, яка базується на спряженні двох обертів навколо осей, що перетинаються (рис. 8.12). У цьому випадку відносний рух поверхні деталі D та інструмента може бути представлений як кочення з ковзанням гіперболоїда по гіперболоїду. За цієї схеми формоутворення в практиці найчастіше вихідна інструментальна поверхня утворюється за другим способом. Для цього системі координат XYZ , не зв'язаній ні з заготовкою, ні з інструментом (рис. 8.12, б), надамо прямолінійно-поступального руху зі швидкістю \bar{V} , напрям якої перпендикулярний до осі колеса. Тоді рух поверхні деталі відносно системи XYZ можна представити як кочення без ковзання початкового циліндра, зв'язаного з деталлю, по початковій площині, зв'язаній з системою XYZ .

Тоді допоміжна твірна поверхня T буде поверхнею рейки з прямолінійним профілем. Кут профілю рейки дорівнює куту тиску евольвенти на початковому циліндрі. Якщо змінити швидкість \bar{V} , тоді змінюється і радіус r_{no} початкового циліндра:

$$r_{no} = \frac{V}{\omega_1},$$

де ω_1 — кутова швидкість обертання заготовки навколо своєї осі.

При зміні радіуса початкового циліндра кут профілю спряженої з зубчастим колесом рейки також зміниться. Поверхня вихідного черв'яка визначається як обгинаюча поверхні T рейки при її русі разом з системою XYZ відносно інструмента. Цей рух складається з обертання інструмента навколо своєї осі та поступального руху рейки T разом з системою XYZ зі швидкістю \bar{V} . Рух зі швидкістю \bar{V} розкладемо на два рухи (рис. 8.13, *a*):

$$\bar{V} = \bar{V}_0 + \bar{V}_m.$$

Швидкість \bar{V}_0 спрямуємо вздовж осі інструмента, а швидкість \bar{V}_m — по твірній поверхні T . Рух зі швидкістю \bar{V}_m призводить до ковзання рейки «самої по собі» і його можна не враховувати. Складова швидкості \bar{V}_0 дорівнюватиме:

$$V_0 = \frac{V}{\cos \beta},$$

де β — кут установлення осі фрези.

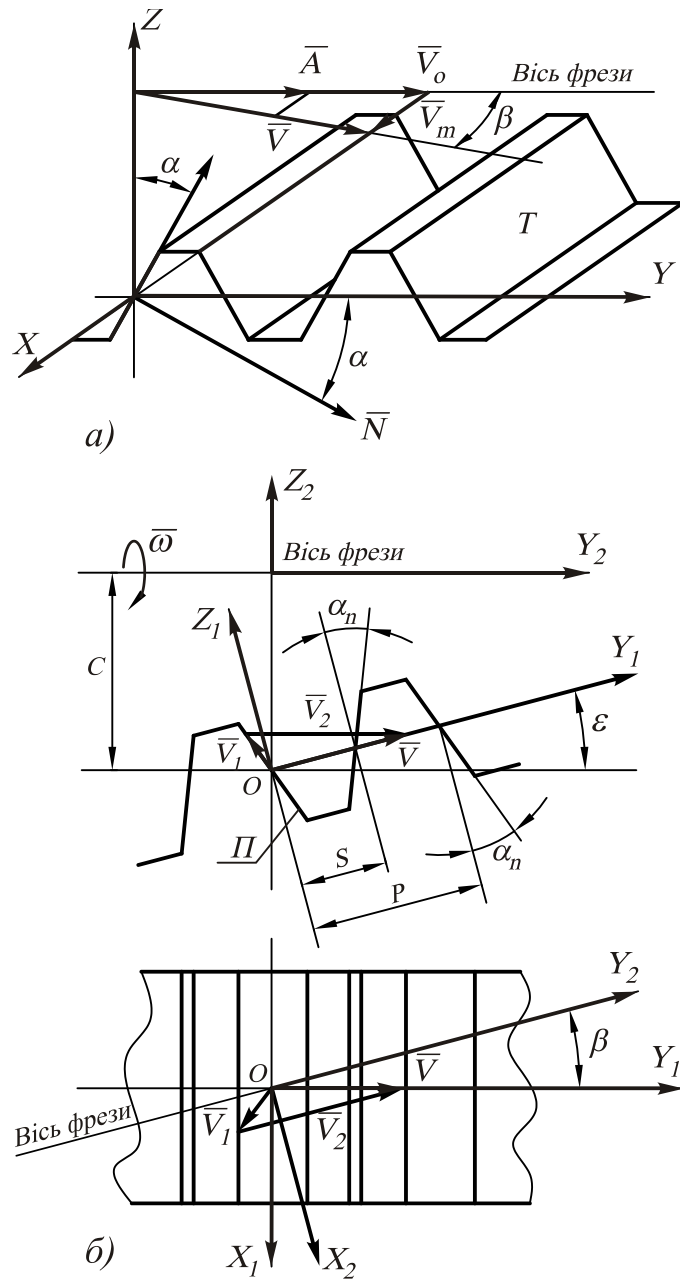


Рис. 8.13. Евольвентні черв'яки, спряжені із зубчастим колесом

Таким чином, рух твірної рейки T зводиться до гвинтового руху, вісь якого збігається з віссю інструмента, а параметр p дорівнює:

$$p = \frac{V_o}{\omega_2} = \frac{r_{no}\omega_1}{\omega_2 \cos \beta},$$

де ω_2 — кутова швидкість обертання інструмента.

Для однозахідного черв'яка:

$$p = \frac{r_{no}}{Z \cos \beta},$$

де Z — кількість зубів оброблюваного колеса.

У результаті гвинтового руху рейки T утворюється, як обгинаючий, вихідний черв'як. Площини, які відповідають вершинам і западинам зубців рейки, утворюють круглі циліндричні поверхні. При гвинтовому русі бокових площин рейки T утворюються евольвентні гвинтові поверхні. Характеристикою E при гвинтовому русі площини буде пряма, яка складає кут ρ з віссю інструмента і знаходиться від неї на відстані:

$$r_1 = \rho \cdot \operatorname{tg} \rho.$$

Знайдемо кут ρ . По осі інструмента направимо вектор:

$$\bar{A} = -\bar{i} \cdot \operatorname{tg} \beta + \bar{j}.$$

Вектор нормалі до бокової площини зуба рейки:

$$\bar{N} = \bar{j} - \bar{k} \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

де α — кут профілю зуба рейки.

Кут між векторами \bar{A} і \bar{N} буде $(90^\circ - \rho)$:

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \rho) = \frac{[\overline{A \times N}]}{(\overline{A \cdot N})}.$$

Записуючи добутки векторів \overline{A} і \overline{N} , які розглядаються, у координатній формі, отримуємо:

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}.$$

Таким чином, радіус r_1 основного циліндра бокової евольвентної гвинтової поверхні вихідного черв'яка:

$$r_1 = p \cdot \operatorname{tg} \rho = \frac{r_{no} \cdot \cos \alpha}{Z \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}}.$$

Якщо крок зубів на колі радіуса r_{no} буде πm , то радіус r_1 вихідного черв'яка:

$$r_1 = \frac{m \cdot \cos \alpha}{Z \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}}.$$

Осьовий крок гвинтової поверхні вихідного черв'яка:

$$P_{oc} = 2\pi \cdot p = \frac{2\pi \cdot r_{no}}{Z \cos \beta}.$$

Крок по нормалі, виміряний на розгортці основного циліндра черв'яка:

$$P_{ro} = P_{oc} \cdot \sin \rho = \frac{2\pi r_b}{Z} p_b,$$

де r_b — радіус основного кола оброблюваного колеса; p_b — крок зубів колеса на основному колі.

Таким чином, із заданим зубчастим колесом спряженими можуть бути евольвентні черв'яки з різноманітними кутами профілю вихідної рейки, різними радіусами основних циліндрів. Але в усіх черв'яків, призначених для оброблення заданого колеса, крок зубів по нормалі, що виміряний на основному циліндрі вихідного черв'яка, буде загальним і рівним кроку зубів оброблюваного колеса, який виміряний на його основному колі.

У загальному випадку допоміжна твірна поверхня рейки T може переміщуватися поступально під кутом до осі інструмента.

Визначимо форму вихідної інструментальної поверхні, спряженої з боковою площиною твірної рейки T (рис. 8.13, б). Позначимо кут нахилу спряженої рейки ε , а кут установки осі фрези — β . З рейкою T зв'яжемо систему координат $X_1Y_1Z_1$. Вісь Y_1 спрямуємо по середній лінії рейки, вісь X_1 — по твірній рейки, вісь Z_1 — перпендикулярно середній площині рейки.

Відстань від початку координат цієї системи до осі інструмента позначимо C ; крок зубів рейки, виміряний вздовж її середньої лінії, — P ; ширину западини зубів рейки — S ; кути профілю для лівої та правої сторін — відповідно α_n і α_n . Виберемо також систему координат $X_2Y_2Z_2$, зв'язану з вихідною інструментальною поверхнею. Вісь Y_2 спрямуємо по осі інструмента, вісь Z_2 — вертикально так, щоб вона проходила через початок координат системи $X_1Y_1Z_1$.

Формули перетворення координат:

$$\begin{aligned} Z_2 &= Y_1 \sin \varepsilon + Z_1 \cos \varepsilon - C; \\ X_2 &= X_1 \cos \beta + \sin \beta (Y_1 \cos \varepsilon - Z_1 \sin \varepsilon); \\ Y_2 &= \cos \beta (Y_1 \cos \varepsilon - Z_1 \sin \varepsilon) - X_1 \sin \beta. \end{aligned}$$

Формули переходу від системи $X_2Y_2Z_2$ до системи $X_1Y_1Z_1$ будуть:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_2 \cos \beta - Y_2 \sin \beta; \\ Y_1 &= \cos \varepsilon (X_2 \sin \beta + Y_2 \cos \beta) + (Z_2 + C) \sin \varepsilon; \\ Z_1 &= (Z_2 + C) \cos \varepsilon - (X_2 \sin \beta + Y_2 \cos \beta) \sin \varepsilon. \end{aligned}$$

У системі $X_1Y_1Z_1$ рівняння бокової площини π зуба рейки:

$$Y_1 = -Z_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n.$$

Нормаль \bar{N}_1 до площини π :

$$\bar{N}_1 = \bar{j}_1 + \bar{k}_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_n.$$

В системі $X_1Y_1Z_1$ рівняння площини π буде:

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon (X_2 \sin \beta + Y_2 \cos \beta) + (Z_2 + C) \sin \varepsilon = \\ = -\operatorname{tg} \alpha_n [(Z_2 + C) \cos \varepsilon - (X_2 \sin \beta + Y_2 \cos \beta) \sin \varepsilon]. \end{aligned}$$

Перетворивши вираз, отримаємо:

$$X_2 \sin \beta + Y_2 \cos \beta + Z_2 \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon + \alpha_n) + C \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon + \alpha_n) = 0.$$

Нормаль \bar{N}_1 до площини π у системі $X_2Y_2Z_2$:

$$\bar{N}_1 = \bar{i}_2 \cdot \sin \beta + \bar{j}_2 \cdot \cos \beta + \bar{k}_2 \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon + \alpha_n).$$

Відповідно до схеми формоутворення, яка розглядається, площина зуба рейки T відносно інструмента рухається поступально зі швидкістю \bar{V} вздовж осі Y_1 і обертається навколо осі Y_2 інструмента з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$. Вважатимемо, що за один оберт площина π прямолінійно-поступально переміщується на величину кроку P . Тому:

$$\frac{V}{\omega} = \frac{P}{2\pi}.$$

Поступальний рух площини π зі швидкістю \bar{V} розкладемо на два поступальних рухи:

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2.$$

Швидкість \bar{V}_2 спрямуємо паралельно осі інструмента, а вектор швидкості \bar{V}_1 розташуємо в площині l . Рух зі швидкістю \bar{V}_1 призводить до переміщення площини «самої по собі». Тому при визначенні обгинаючої його можна не враховувати.

Величина швидкості:

$$V_2 = V \frac{\sin \varepsilon \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon + \alpha_n) + \cos \varepsilon}{\cos \beta} = V \cdot k_1.$$

Таким чином, можна вважати, що площина l здійснює гвинтовий рух, віссю якого є вісь інструмента, і параметр якого:

$$p_1 = \frac{V_2}{\omega} = \frac{V}{\omega} \cdot k_1 = \frac{P}{2\pi} k_1.$$

Визначимо швидкість довільної точки $M (X_2, Y_2, Z_2)$ при гвинтовому її русі, вважаючи, що кутова швидкість обертання дорівнює одиниці, а величина швидкості поступального руху $\bar{V}_2 = p_1$:

$$\bar{V}_M = \bar{i}_2 \cdot Z_2 + \bar{j}_2 \cdot p_1 + \bar{k}_2 \cdot X_2.$$

Для точок площини l рівняння контакту $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ буде:

$$Z_2 \sin \beta + p_1 \cos \beta - X_2 \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon + \alpha_n) = 0.$$

Спільний розгляд рівняння контакту і рівняння бокової площини дає характеристику E . Виконуючи гвинтовий рух, характеристика E опише вихідну інструментальну поверхню в нерухомій системі координат $X_0 Y_0 Z_0$, яка в початковий момент часу збігається з системою $X_2 Y_2 Z_2$.

Формули перетворення координат у цьому випадку мають вигляд:

$$X_0 = Z_2 \sin \tau + X_2 \cos \tau;$$

$$Z_0 = Z_2 \cos \tau - X_2 \sin \tau;$$

$$Y_0 = Y_2 + \rho_1 \cdot \tau,$$

де τ — кут повороту в радіанах системи $X_2Y_2Z_2$ навколо осі Y_0 .

Вихідна інструментальна поверхня буде гвинтовою евольвентною поверхнею з параметром p_1 . Радіус її основного циліндра:

$$r_{в1} = \frac{p_1 \cos \beta}{\sqrt{\sin^2 \beta + \operatorname{tg}^2 (\varepsilon + \alpha_n)}},$$

або

$$r_{в1} = \frac{p_1 \cos \beta \cdot \cos (\varepsilon + \alpha_n)}{\sqrt{1 - \cos^2 \beta \cdot \cos^2 (\varepsilon + \alpha_n)}}.$$

Відповідно для другої бокової площини зуба рейки вихідна інструментальна поверхня буде також евольвентною гвинтовою поверхнею. Параметр цієї гвинтової поверхні:

$$p_2 = \frac{P}{2\pi} \cdot \frac{\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cdot \operatorname{tg} (\varepsilon - \alpha_n)}{\cos \beta}.$$

Радіус основного циліндра поверхні, яка розглядається:

$$r_{в2} = \frac{p_2 \cos \beta}{\sqrt{\sin^2 \beta + \operatorname{tg}^2 (\varepsilon + \alpha_\lambda)}},$$

або

$$r_{в2} = \frac{p_2 \cos \beta \cdot \cos(\varepsilon + \alpha_\lambda)}{\sqrt{1 - \cos^2 \beta \cdot \cos^2(\varepsilon + \alpha_\lambda)}}$$

Площини, відповідні вершинам і западинам зубів твірної рейки T , у результаті руху відносно інструмента утворюють обгинаючі поверхні. Це будуть конічні поверхні, вісі яких збігаються з віссю інструмента. Оскільки спряженими із заданим зубчастим колесом можуть бути різні твірні рейки T з різними кутами профілю, і можна при розробці процесу змінювати кут ε , то вихідні інструментальні поверхні можуть бути також різноманітними. З цього погляду зазначена схема формоутворення має більш широкі можливості ніж схема, при $\varepsilon = 0^\circ$, з вихідними циліндричними евольвентними черв'яками.

На базі евольвентного вихідного черв'яка проектується найбільш розповсюджені зуборізні інструменти — черв'ячні зуборізні фрези, які використовують на зубофрезерних верстатах (рис. 8.14, а).

При обробленні зубчастих коліс черв'ячними фрезами заготовка обертається навколо своєї осі і одночасно спостерігається обертання інструмента навколо його осі. Обертання фрези і заготовки кінематично пов'язані один з одним. При одному оберті однозахідної черв'ячної фрези заготовка повертається навколо своєї осі на один зуб. Вісь фрези встановлюється похило відносно осі заготовки (рис. 8.14, б).

Крім обертання, фреза має ще й поступальне переміщення вздовж осі заготовки для здійснення подачі.

Черв'ячною фрезою можна оброблювати зубчасті колеса даного модуля з різним числом зубів як кориговані, так і некориговані. Процес характеризується високою продуктивністю, точністю по кроку зубів, що пояснюється безперервністю фрезерування. На базі вихідного евольвентного черв'яка проектується також шліфувальні круги (рис. 8.14, в), накатники для обробці зубчастих коліс (рис. 8.14, г).

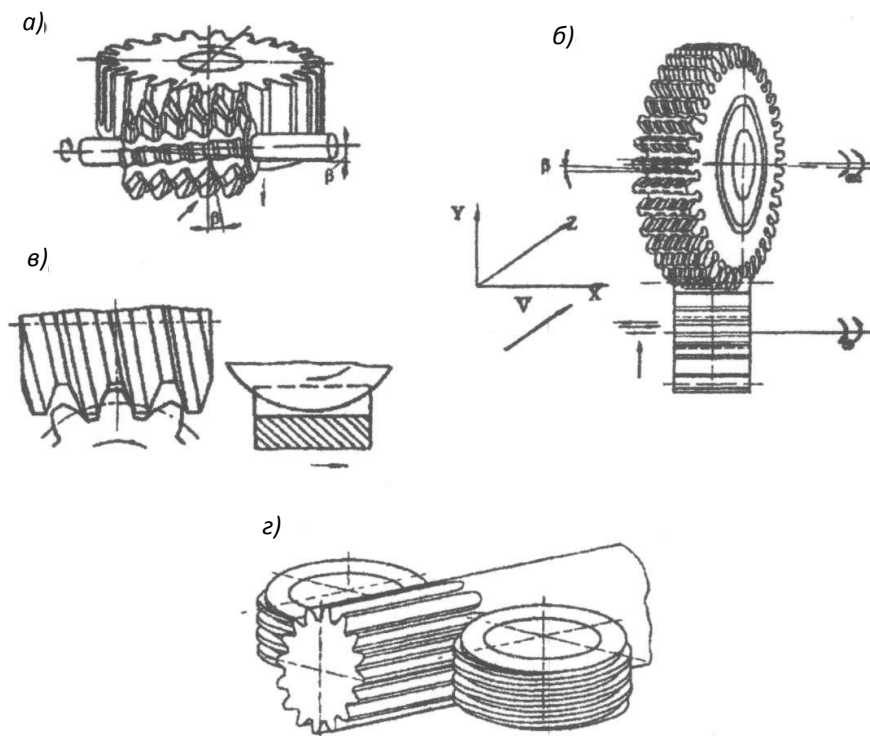


Рис. 8.14. Зубоформуючі інструменти на основі евольвентної гвинтової поверхні

Застосування черв'ячних конічних фрез допомагає більш рівномірно розподілити навантаження між зубами фрези, особливо при обробленні зубчастих коліс з великим числом зубів.

При проектуванні черв'ячних фрез вісь інструмента і вісь заготовки можна розташувати по один бік від зони контакту вихідної поверхні та поверхні деталі. Тоді вихідна інструментальна поверхня буде внутрішньою поверхнею черв'яка (див. рис. 8.12, г). На базі такої поверхні можна спроектувати охоплюючі черв'ячні фрези, які призначені для обробки циліндричних зубчастих коліс. Вони формують бочкоподібні зуби, оскільки контакт вихідної інструментальної поверхні та поверхні деталі внутрішній. Величину бочкоподібності можна змінювати за рахунок зміни розмірів інструмента. За даної схеми, у загальному випадку, при багатозахідному

інструменті вихідна поверхня буде поверхнею косозубого евольвентного колеса, спряженого з нарізаючим прямозубим колесом.

На базі косозубого евольвентного колеса проектується дискові шевери, які призначені для чистового оброблення зубчастих коліс (рис. 8.14, б).

При обробленні шевер і колесо, з попередньо нарізаними зубами, вводяться в безззорне зачеплення і утворюють гвинтову передачу. Шевер приводиться в обертання і веде оброблюване зубчасте колесо, яке насаджене на оправку, що встановлена в центрах. У результаті взаємного ковзання спряжених поверхонь зубів шевера і колеса відбувається зрізання тонких стружок.

Шевінгування значно поліпшує якість поверхні (знижує шорсткість), підвищує точність по коловому кроку і напрямку зубів, знижує рівень шуму зубчастих передач. Аналогічно шевінгуванню виконується зубохонінгування коліс. Хонінгування зубів полягає в їх обробленні за допомогою спряженого абразивного зубчастого колеса при осях, що перетинаються. Вихідні інструментальні поверхні абразивного хона і дискового шевера збігаються. У абразивного хона вихідна інструментальна поверхня відтворюється як сукупність великої кількості абразивних зерен, розташованих на ній. Абразивні хони можуть бути зовнішнього і внутрішнього зачеплення. Високі різальні властивості мають зуборізні хони з нанесеним на зубці алмазозносним шаром. Оброблення виконується або при однопрофільному зачепленні інструмента і колеса з відповідним боковим зазором, або при безззорному двопрофільному зачепленні. Зубохонінгування при безззорному зачепленні більш розповсюджене, оскільки воно дає змогу краще виправляти похибки зубчастого колеса. Оброблення проводиться на великих швидкостях обертання при визначеному тиску між спряженими поверхнями зубів.

У результаті зубохонінгування зменшується шорсткість обробленої поверхні, виправляються невеликі похибки, знімаються задирки, зменшуються шкідливі структурні зміни металу в поверхневих шарах,

знижується шум зубчастих коліс в передачі. Вихідна інструментальна поверхня, знайдена за схемою, яка розглядається, за першим способом як обгинаюча поверхні оброблюваного колеса при його русі відносно інструмента, нагадуватиме поверхню однозахідного фасонного черв'яка, якщо одному оберту інструмента відповідатиме поворот заготовки на один зуб (див. рис. 8.12, а). Подібна вихідна інструментальна поверхня та її можливості повною мірою не досліджені. На базі цієї поверхні можливе проектування однозубих фасонних різців для оброблення зубчастих коліс методом обкочування черв'ячних фасонних фрез певної установки.

При великому передаточному відношенні вихідна інструментальна поверхня буде складною поверхнею багатозубого колеса. На відміну від звичайних коліс гвинтової передачі вихідне колесо, яке розглядається, матиме лінійний контакт з поверхнею деталі. На базі цієї вихідної поверхні розроблено високопродуктивний спосіб зуботочіння зубчастих коліс чашковими різцями. Порівняно з фрезеруванням черв'ячними фрезами зуботочіння допомагає підвищити продуктивність обробки у $2,5 \div 3,0$ рази. Але інструмент при зуботочінні буде більш складним і спеціальним.

Щоб утворити вихідну інструментальну поверхню з точковим контактом за третім способом, надамо розглянутій вихідній поверхні з лінійним контактом обертання навколо осі (див. рис. 8.12, б). Тоді буде утворена вихідна інструментальна поверхня обертання з точковим контактом з поверхнею деталі. Перетворивши тіло, обмежене цією поверхнею, в інструмент, можна спроектувати шліфувальний круг або фасонну дискову фрезу, для оброблення зубчастих коліс методом обкочування. При обробленні зубчастих коліс таким інструментом заготовка обертається навколо своєї осі, а інструмент — навколо осі *AB*. Ці два оберти кінематично пов'язані один з одним. За один оберт інструмента навколо осі *AB* заготовка повертається на один зуб. Необхідна швидкість різання забезпечується обертанням інструмента навколо осі *CE*, що призводить до ковзання вихідної інструментальної поверхні «самої по собі». Цей спосіб оброблення відрізняється простотою інструмента, який використовується, і ускладненою кінематикою верстата. Дослідження, які проведені в лабораторних умовах,

показали його найбільш високу продуктивність порівняно з обробкою черв'ячними фрезами.

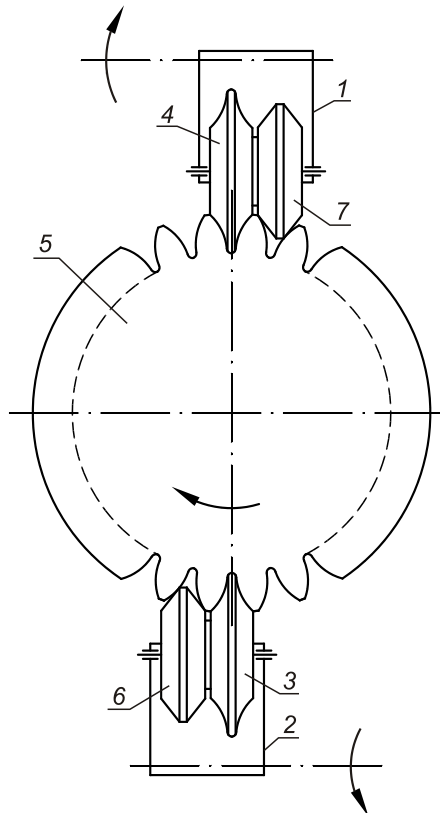


Рис. 8.15. Обробка зубчастих коліс накатуванням двома головками

Відповідно до зазначеного способу оброблення виконується також безперервне накатування зубчастих коліс двома головками 1 і 2, які обертаються, в кожній з яких вільно обертаються накатувальні ролики 3 і 4 (рис. 8.15), розташовані один навпроти одного. Обертання заготовки 5 кінематично пов'язане з обертанням головок, завдяки чому накатувальні ролики входять у западини зубів і формують послідовно профілі зубів. Крім формоутворюючих роликів 3 і 4, головки мають допоміжні ролики 6 і 7.

Допоміжний ролик з одного боку торкається вершинної зони зуба і запобігає його згину. Другим боком допоміжний ролик торкається зони ділильного кола, завдяки чому досягається певна точність кроку по дузі ділильного кола. Робочі поверхні формоутворюючих ділянок накатувальних роликів є спряженими з

поверхнями зубів оброблюваного колеса, тобто є вихідними інструментальними поверхнями обертання.

За схеми формоутворення, яка відповідає двом обертам навколо осей, що перетинаються, розглянуті типи інструментів на поверхні деталі утворюють тільки одну лінію її дотику з вихідною інструментальною поверхнею. Тому для оброблення всієї поверхні зубчастого колеса необхідно в схему обробки вводити рух подачі, при якому поверхня деталі ковзається

«сама по собі». При обробленні прямозубих коліс рух подачі буде прямолінійно-поступальним, спрямованим вздовж осі колеса.

Контрольні запитання

1. Назвіть типи вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з евольвентним прямозубим колесом за схемами формоутворення першого класу.
2. Які інструменти використовують при обробленні зубчастих коліс за схемами формоутворення першого класу?
3. Охарактеризуйте типи вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з евольвентним зубчастим колесом, за схемами формоутворення другого класу.
4. Охарактеризуйте типи вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з евольвентним зубчастим колесом, за схемами формоутворення третього класу.
5. Охарактеризуйте типи вихідних інструментальних рейок, спряжених з евольвентним зубчастим колесом.
6. Які інструменти використовують при обробленні зубчастих коліс за схемами формоутворення другого класу?
7. Які інструменти використовують при обробленні зубчастих коліс за схемами формоутворення третього класу?
8. Охарактеризуйте методику визначення вихідних інструментальних поверхонь, спряжених із зубчастим колесом, за схемами формоутворення другого класу?
9. Опишіть методику визначення вихідних інструментальних поверхонь з лінійним дотиком, спряжених із зубчастим колесом, за схемами формоутворення третього класу.
10. За схемами формоутворення третього класу опишіть методику визначення вихідних інструментальних поверхонь з точковим контактом спряжених поверхонь.

РОЗДІЛ 9

КІНЕМАТИКА ФОРМОУТВОРЕННЯ СКЛАДНИХ ФАСОННИХ ПОВЕРХОНЬ

9.1. Загальні відомості

У різноманітних галузях техніки найбільш розповсюджені деталі машин, обмежені складними фасонними поверхнями. До точності обробки таких поверхонь ставляться високі вимоги, оскільки від геометричних форм і розмірів деталей залежать якісні показники роботи виробу — ККД, потужність, працездатність, економічність.

Складними фасонними поверхнями обмежені такі деталі, як лопасті гребних гвинтів кораблів, гвинти літаків і гелікоптерів, лопасті турбін, лопатки реактивних двигунів, лонжерони, аеродинамічні моделі, облицювальні плити космічних кораблів тощо. Деталі, обмежені складними фасонними поверхнями, виготовляються литтям, штампуванням, прокаткою, розкаткою, пресуванням, волочінням, для виготовлення яких застосовують оснащення, яке має фасонні поверхні.

Оброблення фасонних поверхонь досить часто здійснюється відомим інструментом відносно простої форми, що одержує складний примусовий рух, який підкоряється певному закону. У цьому випадку необхідно визначити рух інструмента щодо заготовки, яка формує задану фасонну поверхню.

Як різальний інструмент при обробленні складних фасонних поверхонь використовують різці, кінцеві фрези, торцеві фрези, шліфувальні круги.

Формування поверхні деталі різцями, як правило, здійснюється його вершиною, яку умовно можна вважати точкою. У дійсності невелика ділянка вершинної різальної кромки різця бере участь у формуванні поверхні деталі відповідно до послідовної схеми різання.

Оброблення фрезеруванням і шліфуванням дисковими або циліндричними фрезами й шліфувальними кругами найчастіше зводиться до формування плоских перерізів обробленої поверхні D за допомогою кола. У випадку застосування фрез зі сферичною різальною частиною поверхня деталі D формується за допомогою сферичної поверхні, що створюється в зоні оброблення в результаті обертання різальних кромek навколо осі інструмента.

Поряд з розглянутими, на практиці при обробленні поверхонь із твірною змінного виду застосовують й більш складні фасонні інструменти. Їхнє застосування найчастіше призводить до збільшення активної довжини різальної кромки, яка формує поверхню деталі, і відповідно підвищенню продуктивності праці.

За видом твірної складні поверхні діляться на лінійчасті та нелінійчасті.

До *лінійчастих* поверхонь належать найрізноманітніші фасонні циліндричні поверхні, що утворюються при поступальному русі прямої лінії повздовж направляючої кривої (поверхні типу змінної балки, конічні поверхні з довільною направляючою, поверхні з пропорційною розбивкою тощо).

Так, відкриті лінійчасті поверхні із процентною розбивкою можуть оброблятися струганням або фрезеруванням. Особливістю цих поверхонь є те, що їх граничні торцеві перетини мають різні розміри, що виключає можливість обробки за один прохід. Фрезерування таких поверхонь можна вести кінцевою фрезою зі сферичною різальною частиною. Цей спосіб оброблення є найбільш універсальним, але найменш продуктивним, оскільки поверхня деталі формується відносно невеликою ділянкою сфери й тому потрібна велика кількість проходів.

Обробити розглянуту поверхню можна також плоским торцем фрези. У цьому випадку зростає зона формування поверхні деталі, збільшується крок періодичної подачі й відповідно підвищується продуктивність праці. Оброблення плоским торцем фрези особливо ефективно для великогабаритних виробів з великими значеннями радіусів кривизни

обробленої поверхні. Однак більш високу продуктивність можна одержати, застосовуючи фасонні фрези, профіль яких відповідає максимальному по розмірах поперечному перерізу деталі. У цьому випадку різко скорочується кількість проходів, необхідних для формування заданої поверхні деталі, оскільки збільшується крок періодичної подачі і площа обробленої за один прохід поверхні.

Залежно від досягнутого у заготівельному виробництві ступеня точності деталі підлягають різним способам механічного оброблення:

- обробленню з вільним кінематичним зв'язком системи «заготовка — інструмент»;
- обробленню з певним кінематичним зв'язком системи «заготовка — інструмент».

Формоутворення поверхонь з вільним кінематичним зв'язком застосовують для полірувальних операцій. Оброблення проводиться такими еластичними інструментами, як пелюсткові шліфувальні круги, потоком рідини з абразивними зернами, у вібробункерах з абразивними порошками та ін.

Поверхні *нелінійчасті* можуть бути з постійною та змінною твірними. До поверхонь з постійною твірною належать поверхні обертання, гвинтові поверхні постійного кроку, які допускають ковзання «самих по собі». Складні фасонні поверхні з твірними змінного виду не допускають ковзання «самих по собі».

Розміри деталей, які обмежені складними фасонними поверхнями, різноманітні. Наприклад, лонжерони гелікоптерів можуть мати довжину

більше 16 м, лопаті водяних турбін — 7 м і ширину — більше 4 м, діаметри гребних гвинтів — 8 м тощо.

Трудомісткість виготовлення таких деталей дуже висока. Тому актуальною задачею є розробка різноманітних процесів формоутворення складних фасонних поверхонь відповідно до креслення. Продуктивність цих процесів, стійкість інструмента, якість обробленої поверхні, точність розмірів і геометричних форм деталей залежать від способу формоутворення.

Складні фасонні поверхні з твірними змінного виду можуть утворюватися методом обкочування. У цьому випадку визначають спряжену з поверхнею деталі вихідну інструментальну поверхню, якій надають різальні властивості.

Значне розповсюдження в практиці отримали різноманітні методи оброблювання складних фасонних поверхонь копіюванням. При розробці способів формування фасонних поверхонь копіюванням вибирають просту форму вихідної інструментальної поверхні, іншими словами, вибирають інструмент і визначають рухи інструмента і заготовки, за яких забезпечується оброблення заданої поверхні деталі. При цьому потрібний закон руху інструмента відносно заготовки забезпечується за допомогою

копірів — плоских та об'ємних. Копіри виготовляють з різних матеріалів у формі твердого тіла.

Історія виникнення копіювальних верстатів відноситься приблизно до XV ст. На копіювальних верстатах оброблювали монети і медалі, на торцевих поверхнях яких наносились об'ємні орнаменти. Оброблення проводили в масштабі 1 : 1. Розміри та форма виробу і копіру були однаковими. Але в цьому випадку важко було забезпечити якісне виробництво виробів і копірів. Тому виникла необхідність у крупно масштабному копіру, за яким можна було б виготовляти вироби потрібного розміру. Це допомогло якісно для того часу створювати необхідні вироби. Універсальний копіювально-токарний верстат був створений А. К. Нартовим у 1717 р. Він був призначений для оброблення як бокових, так і торцевих поверхонь. У XX ст. були знайдені рішення по використанню слідкуючого привода в копіювальних верстатах. Були створені копіювальні верстати з гідромеханічним, електромеханічним, індуктивним принципами управління. Прагнення автоматизувати оброблення складно профільних поверхонь, типу лопаток реактивних двигунів, призвело до створення спеціальних копіювальних верстатів, використання яких не дало бажаних результатів. Найбільш ефективним і перспективним засобом автоматизації процесів оброблення складних

поверхонь є використання верстатів з числовим програмним управлінням. Програмне управління можна розглядати як копіювальне управління, у якого замість копіра, геометрично подібного оброблюваній поверхні, застосовують програмні носії. Відмінною особливістю верстатів з ЧПУ є те, що інформацію про оброблення задають на програмоносіях і використовують в системі управління виконавчими приводами. При переході на оброблення іншої деталі при цьому способі управління достатньо змінити програму на програмоносіях. В окремих випадках фасонні поверхні доцільно оброблювати за допомогою механізмів-побудовників, коли заготовка та інструмент пов'язані таким кінематичним ланцюгом, який забезпечує потрібний рух інструмента відносно заготовки.

9.2. Кінематичний спосіб обробки фасонних поверхонь

Кінематичні (безкопірні) способи оброблення деталей здійснюють на основі кінематичних схем спеціальних верстатів і пристосувань до верстатів загального призначення. Такі способи знаходять, зокрема, застосування при обробленні полігонних (багатогранних) поверхонь.

Розглянемо оброблення кінематичним способом квадратного вала.

Схема оброблення відображена на рис. 9.1, а. У процесі обробки спостерігається кочення без ковзання кола 1 радіусом R по колу 2 радіусом $2R$. З колом 1 нерозривно зв'язаний двозубий інструмент, а з колом 2 — оброблювана заготовка. З колом 1 зв'яжемо систему координат X_1Y_1 , а з колом 2 — систему координат X_2Y_2 . Взаємне розташування систем координат у довільний момент часу зображено на рис. 9.1, б. Вважатимемо, що за вибраний період часу система X_2Y_2 повернулася на кут t (рис. 9.1, б) від свого початкового положення. Тоді система X_1Y_1 від свого початкового положення за той самий проміжок часу повертається на кут $2t$.

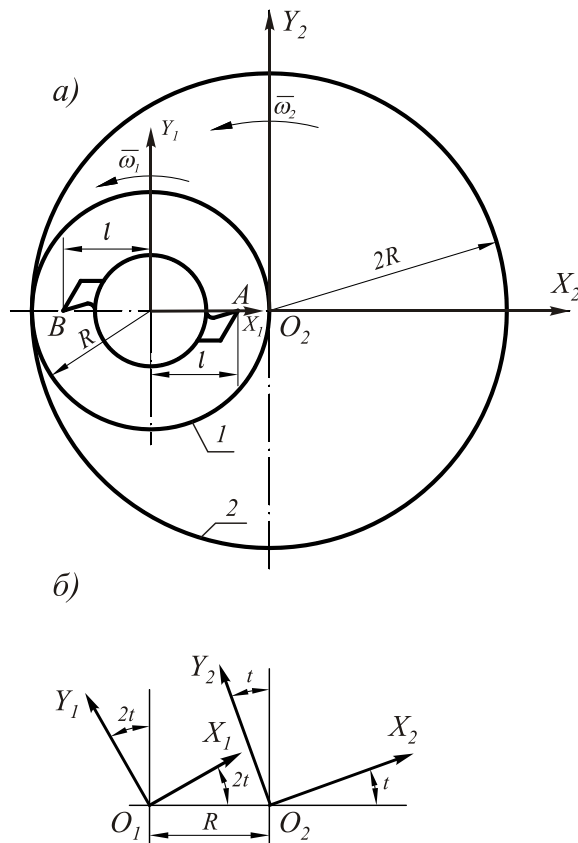


Рис. 9.1. Схема обработки квадратного вала

Формули перетворення координат у випадку, який розглядається,

будуть:

$$\begin{cases} X_2 = X_1 \cos t - Y_1 \sin t - R \cos t; \\ Y_2 = Y_1 \cos t + X_1 \sin t + R \sin t. \end{cases}$$

Визначимо траєкторію вершини A різця в системі X_2Y_2 . Координати точки A в системі X_1Y_1 будуть:

$$\begin{cases} X_2 = l \cos t - R \cos t; \\ Y_2 = l \sin t + R \sin t. \end{cases}$$

Отже,

$$\frac{X_2}{l-R} = \cos t;$$

$$\frac{Y_2}{l+R} = \sin t.$$

Піднісши обидва рівняння до квадрату та склавши їх, отримаємо:

$$\frac{X_2^2}{(l-R)^2} + \frac{Y_2^2}{(l+R)^2} = 1.$$

Таким чином, траєкторією руху вершини A різця в системі X_2Y_2 буде еліпс, велика вісь якого дорівнює $2(l+R)$, а мала — $2(R-l)$ (рис. 9.2).

Визначимо траєкторію руху в системі X_2Y_2 вершини B різця.

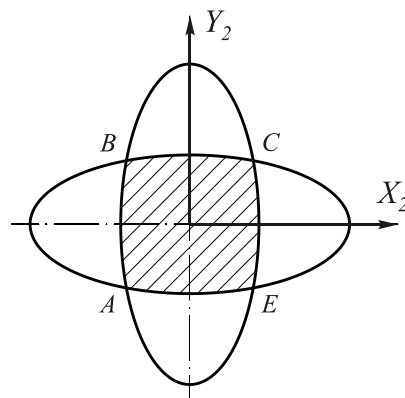


Рис. 9.2. Траєкторія руху вершин різця відносно заготовки

Координати точки B у системі X_1Y_1 будуть:

$$X_1 = -1;$$

$$Y_1 = 0.$$

Підставляючи ці величини у формули перетворення координат, отримаємо траєкторію руху B різця в системі X_2Y_2 :

$$X_2 = -l \cos t - R \cos t;$$

$$Y_2 = -l \sin t + R \sin t.$$

Отже,

$$\frac{X_2}{l+R} = -\cos t;$$

$$\frac{Y_2}{l-R} = \sin t.$$

Піднесемо обидва рівняння до квадрату і складемо їх:

$$\frac{X^2}{(l+R)^2} + \frac{Y^2}{(l-R)^2} = 1.$$

Тобто траєкторією руху вершини B різця в системі X_2Y_2 буде еліпс, велика вісь якого дорівнює $2(l+R)$, а мала — $2(R-l)$.

Таким чином, при обробленні деталі за схемою, яка розглядається, дворізцевим інструментом створюється профіль $ABCEA$, який наближено можна вважати квадратом.

Для того, щоб обробити квадратний вал, здійснюється, крім розглянутих, також рух поздовжньої подачі. При русі поздовжньої подачі профіль $ABCEA$ рухається вздовж осі заготовки і описує поверхню квадратного вала.

Спосіб розточування отворів з еліптичним профілем (рис. 9.3, *a*) ґрунтується на тому, що проекція кола на похилу площину дає еліпс.

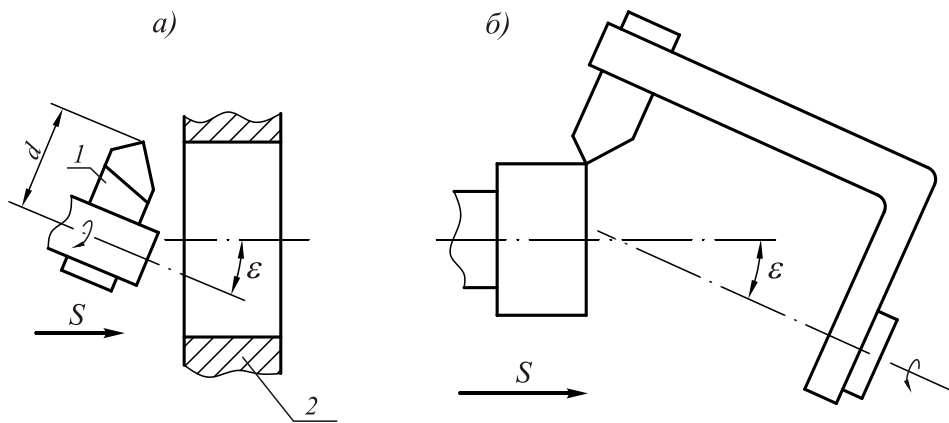


Рис. 9.3. Способи обробки еліптичного профілю

Формуюче коло у цьому випадку описується вершиною різця 1, який обертається. Заготовка 2 подається під кутом ϵ до осі обертання

різця. У результаті утворюється циліндрична поверхня еліптичного профілю. Розмір великої осі еліпса дорівнюватиме відстані a від осі обертання до його вершини. Мала вісь еліпса дорівнюватиме $a \cos \epsilon$. На цьому самому принципі базується оброблення зовнішньої циліндричної поверхні еліптичного профілю (рис. 9.3, б). У цьому випадку осьова подача заготовки поєднується з обертанням різцевої головки навколо осі, похилої до направлення подачі заготовки під кутом ϵ .

Шарові поверхні з успіхом оброблюються фрезеруванням (рис. 9.4) з використанням універсальної ділильної головки. До схеми оброблення у цьому випадку належать швидке обертання фрези навколо своєї осі (головний рух різання) та повільне обертання заготовки навколо її осі (рух подачі). Вісь фрези і вісь заготовки є прямими, що перетинаються. Заданими при обробленні є діаметр шарової поверхні $D_{\text{ш}}$ та її висота H (рис. 9.4, а)

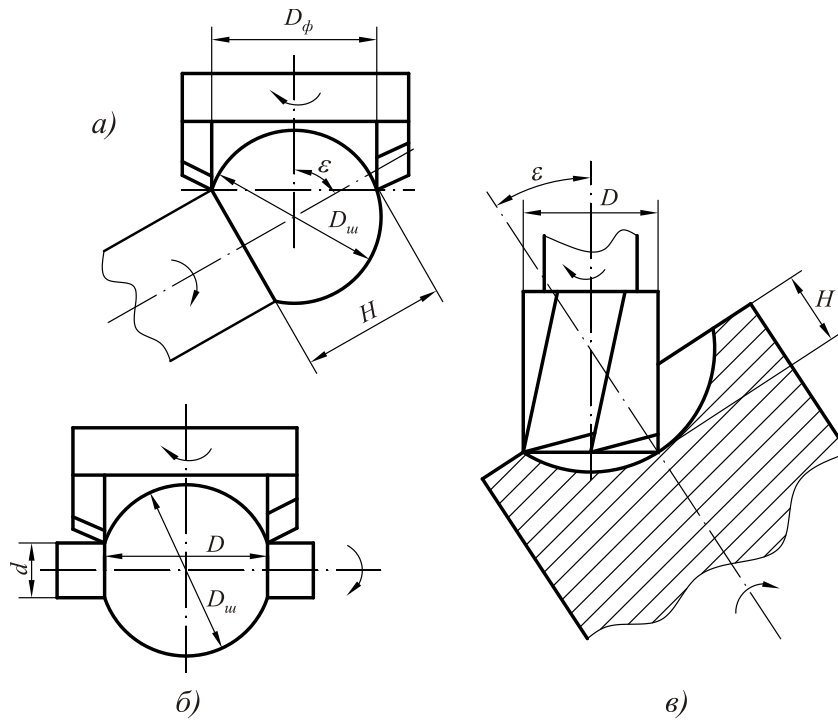


Рис. 9.4. Фрезерування шарових поверхонь

У цьому випадку діаметр фрези D і кут її установки ε дорівнює:

$$D = \sqrt{D_\phi H};$$

$$\sin \varepsilon = \frac{D}{D_\phi} = \sqrt{\frac{H}{D_\phi}}.$$

При фрезеруванні внутрішньої шарової поверхні (рис. 9.4, в) діаметр фрези D і кут установки ε розраховують за тими самими залежностями:

$$D = \sqrt{D_{\phi} H};$$

$$\sin \varepsilon = \frac{D}{D_{\phi}}.$$

При обробці шарової поверхні, зображеної на рис. 9.4, b діаметр D фрези визначають за формулою:

$$D = \sqrt{D_{\phi}^2 - d^2}.$$

9.3. Методика визначення закону руху заготовки та інструмента при обробленні фасонних поверхонь на верстатах з ЧПУ

Для формування фасонних поверхонь необхідно забезпечити складні рухи інструмента відносно заготовки. Ці рухи інструмента і заготовки на верстатах є результатом складання ряду прямолінійних та обертальних управляючих рухів виконавчих органів верстатів. Вид і кількість управляючих рухів виконавчих органів верстатів з ЧПУ залежать від технологічної схеми обробки складної поверхні. Так, основною особливістю токарних верстатів з програмним управлінням є автоматизація формоутворюючих рухів по двох координатах. Заготовка, зазвичай, отримує обертання від шпинделя верстата, а різальний інструмент закріплений на супорті, який має формоутворюючі

переміщення по двох координатних напрямках. На цих верстатах обробляють різноманітні поверхні обертання.

Основною особливістю фрезерних, шліфувальних, заточувальних верстатів з програмним управлінням, які призначені для обробки складних фасонних поверхонь з твірними змінного виду, є автоматизація формоутворюючих рухів за трьома взаємно перпендикулярними напрямками.

Багатокоординатні верстати допомагають, крім переміщення інструмента відносно заготовки за трьома взаємно перпендикулярними напрямками, здійснювати поворот інструмента навколо двох взаємно перпендикулярних осей. Це дає змогу вісь інструмента встановлювати в оптимальне положення для конкретного випадку оброблення.

Як різальний інструмент при обробленні складних фасонних поверхонь використовують різці, кінцеві фрези, торцеві фрези, фрези зі сферичною вихідною інструментальною поверхнею, фрези з радіусним профілем, шліфувальні круги, різноманітні шліфувальні стрічки.

Формування поверхні деталі різцем виконується його вершиною, яку умовно можна вважати точкою. Оброблення кінцевими та циліндричними фрезами і шліфувальними кругами прямого профілю

зводиться до формування поверхні деталі круглою циліндричною вихідною інструментальною поверхнею. Поряд з розглянутими, застосовують і більш складні спеціальні інструменти. Так, відкриті лінійчасті поверхні з відсотковою розбивкою можуть оброблюватися фрезеруванням. Особливістю цих лінійчастих поверхонь є те, що їх граничні торцеві перерізи мають різні розміри. Фрезерування таких поверхонь можна проводити фрезою зі сферичною різальною частиною. У цьому випадку вимагається велика кількість проходів, що знижує продуктивність оброблення. Підвищення продуктивності можна досягти, виконуючи оброблення плоским торцем фрези або шліфувального круга. Подібний спосіб фрезерування особливо ефективний при обробленні крупно габаритних виробів з великими радіусами кривизни обробленої поверхні. Більш високу продуктивність можна отримати, застосовуючи спеціальні фасонні фрези, профіль яких відповідає максимальному за розмірами поперечному перерізу деталі. В цьому випадку збільшується крок періодичної подачі та скорочується кількість проходів.

При визначенні закону руху заготовки та інструмента при обробленні заданої фасонної поверхні деталі вибирається форма і розміри вихідної інструментальної поверхні. Іншими словами, вибирається різальний інструмент. Щоб обробити задану складну фасонну поверхню,

вибирають відносно просту вихідну інструментальну поверхню, наприклад, у формі сфери. Розміри вихідної інструментальної поверхні вибирають так, щоб дотримувалися умови формоутворення, щоб вихідна інструментальна поверхня та поверхня деталі в процесі обробки торкалися одна одної, і не спостерігалось проникнення вихідної інструментальної поверхні в тіло деталі.

Методика визначення закону руху інструмента та заготовки на верстаті з ЧПУ ґрунтується на тому, що в процесі оброблення вихідна інструментальна поверхня має торкатися поверхні деталі. У точках контакту нормалі та дотичні площини до поверхні деталі й вихідної інструментальної поверхні мають бути загальними.

Вважаємо, що оброблення ведеться фрезою зі сферичною різальною частиною. Фреза обертається навколо своєї осі і своїми різальними кромками описує вихідну інструментальну поверхню у формі кулі. Цей рух кінематично не пов'язаний з іншими рухами і призводить до ковзання вихідної інструментальної поверхні «самої по собі».

Прийmemo, що обробка ведеться на трикоординатному верстаті, який забезпечує управляючі поступальні переміщення вздовж трьох взаємно перпендикулярних осей.

З фрезою зв'яжемо прямокутну систему координат $X_2Y_2Z_2$, а з деталлю — систему $X_1Y_1Z_1$ (рис. 9.5). На поверхні деталі в системі $X_1Y_1Z_1$ вибираємо опорну точку M з координатами X ; Y ; Z . У точці M на поверхні деталі визначаємо напрямки дотичних MA і MB . Дотична MA розташовується в площині $Y_1 = Y$, а дотична MB — у перерізі $X_1 = X$.

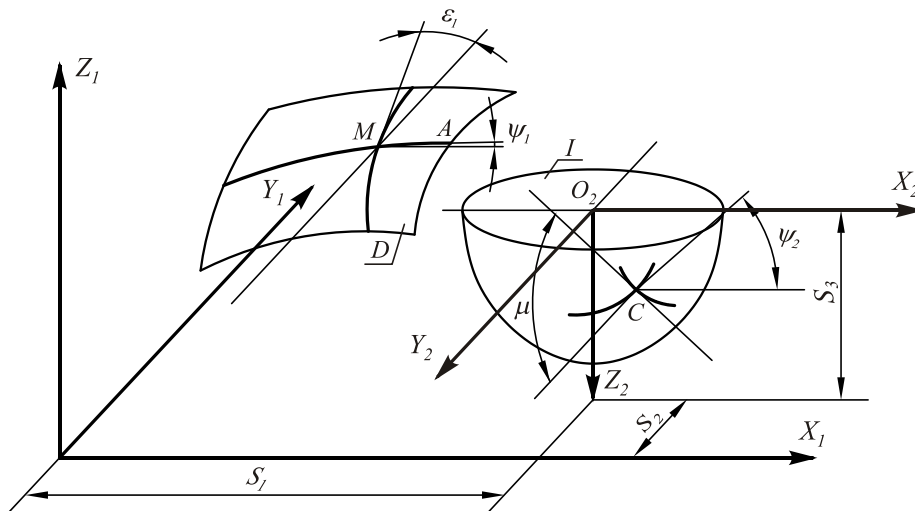


Рис. 9.5. Схема обробки фасонної поверхні за допомогою сфери

Кут ψ_1 між віссю X_1 і дотичною MA дорівнює:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{dZ_1}{dX_1}.$$

Кут ϵ_1 між дотичною MB і віссю Y_1 дорівнює:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{dZ_1}{dY_1}.$$

За цими формулами розраховують величини кутів ψ_1 і ε_1 у точці M .

У довільній точці C на поверхні сфери кути нахилу дотичних у площинах, перпендикулярних до осей Y_2 і X_2 , дорівнюють:

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{X_C}{Z_C};$$
$$\operatorname{tg} \mu = \frac{Y_C}{Z_C},$$

де X_C, Y_C, Z_C — координати точки C у системі $X_2Y_2Z_2$.

У момент контакту поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні в точках контакту збігаються дотичні площини і відповідні дотичні прямі.

Отже,

$$\psi_1 = \psi_2$$

і

$$\mu = -\varepsilon_1.$$

Звідси рівняння контакту будуть:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \psi_1 &= \frac{X_C}{Z_C}; \\ \operatorname{tg} \varepsilon_1 &= \frac{Y_C}{Z_C},\end{aligned}$$

де X_C, Y_C, Z_C — координати точки C у системі $X_2Y_2Z_2$ на поверхні сфери.

Рівняння сфери в системі $X_2Y_2Z_2$ буде:

$$X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2 = R^2,$$

де R — радіус сфери.

Для точки C маємо:

$$X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2 = R^2.$$

Розв'язавши це рівняння спільно з рівнянням контакту, отримаємо:

$$\begin{aligned}Z_C &= \frac{R}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \psi_1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 + 1}}; \\ Y_C &= -Z_C \operatorname{tg} \varepsilon_1; \\ X_C &= Z_C \operatorname{tg} \psi_1.\end{aligned}$$

Взаємне положення систем координат $X_1Y_1Z_1$ і $X_2Y_2Z_2$ у процесі оброблення визначається величинами переміщень S_1, S_2, S_3 .

Формули перетворення координат будуть:

$$X_1 = X_2 + S_1;$$

$$Y_1 = S_2 - Y_2;$$

$$Z_1 = S_3 - Z_2.$$

У момент дотику спряжених точок $M(X; Y; Z)$ і $C(X_C; Y_C; Z_C)$ поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні матимемо:

$$S_1 = X - X_C = X - \frac{R \cdot \operatorname{tg} \psi_1}{\sqrt{\operatorname{tg} \psi_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_1 + 1}};$$

$$S_1 = Y - Y_C = Y - \frac{R \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1}{\sqrt{\operatorname{tg} \psi_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_1 + 1}};$$

$$S_1 = Z - Z_C = Z - \frac{R}{\sqrt{\operatorname{tg} \psi_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_1 + 1}}.$$

За цими формулами розраховують переміщення S_1 , S_2 , S_3 інструменту відносно заготовки, які забезпечують оброблення заданої поверхні деталі. Траєкторії руху сферичного інструмента відносно поверхні деталі можуть бути різними. Фрезерування складних фасонних поверхонь виконується у кілька проходів. Максимальна ширина проходу при заданій величині похибки формоутворення має місце при русі вихідної інструментальної поверхні вздовж геодезичної лінії.

При обробленні складних фасонних поверхонь при фрезеруванні також широко розповсюджені схеми формоутворення фасонних профілів колом.

9.4. Схеми формоутворення фасонних профілів колом

Аналіз показує, що якщо коло робить лише один прямолінійно-поступальний рух або лише обертається навколо заданої осі, оброблення фасонного профілю виявляється неможливим. При прямолінійно-поступальному русі кола утвориться прямолінійний профіль деталі, а при її обертанні створюється профіль деталі у формі кола. Утворення фасонного профілю можливо у випадку використання схем, що включають два або більше рухи.

Розглянемо схеми формоутворення фасонних профілів, засновані на спряженні двох елементарних рухів: прямолінійно-поступального і обертального.

Можливо спряження цих рухів:

- двох прямолінійно-поступальних;
- прямолінійно-поступального й обертального;
- двох обертальних.

Характерним є спряження двох прямолінійно-поступальних рухів, напрями яких взаємно перпендикулярні (рис .9.6, *a*). Із профілем інструмента зв'яжемо систему координат X_iY_i , а з профілем деталі — $XУ$. У

процесі обробки система X_1Y_1 рухається поступально уздовж осі Y_i . У системі X_1Y_1 система XU рухається уздовж осі X_1 .

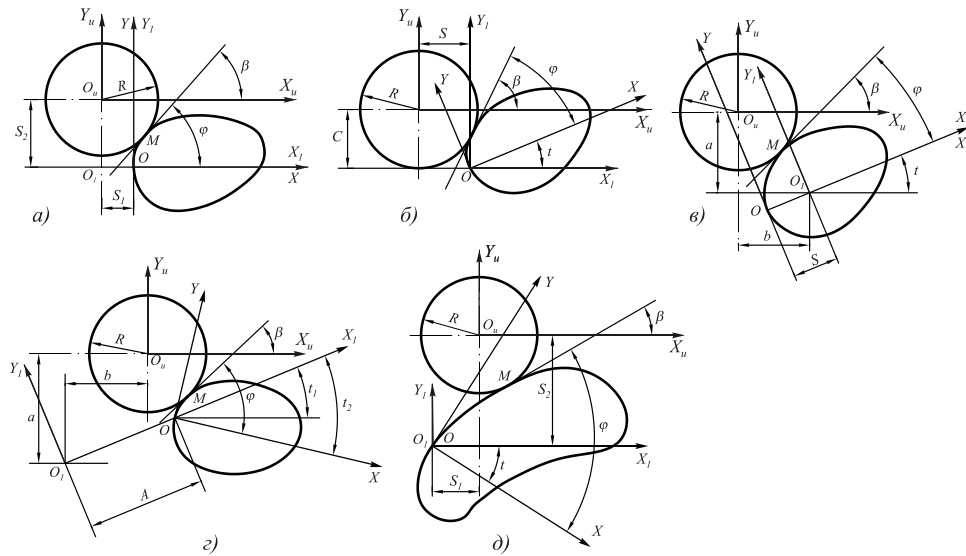


Рис. 9.6. Схеми оброблення колом фасонних профілів

Для зазначеної схеми оброблення формули перетворення координат записують так:

$$\begin{aligned}x_i &= S_1 + x; \\y_i &= y - S_2.\end{aligned}$$

Вважаємо відомим профіль деталі $y = f(x)$, тобто координати точок профілю і кути φ нахилу дотичних, що визначаються за формулою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx}.$$

Рівняння профілюючого кола в системі X_iY_i :

$$x_i^2 + y_i^2 = R^2.$$

Кут β нахилу дотичної до профілюючого кола знаходимо з виразу:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{x_i}{y_i}.$$

Умовою контактування вибраної точки M профілю деталі зі спряженою точкою інструмента, тобто умовою збігання дотичних до профілів деталі й інструмента, є:

$$\beta = \varphi.$$

Сумісний розгляд наведених співвідношень визначає шукане взаємне розташування систем координат XY і X_iY_i для випадку контакту вибраної точки M профілю деталі зі спряженою точкою профілю інструменту. З рівності $\beta = \varphi$, випливає, що

$$-x_i = y_i \operatorname{tg} \varphi.$$

Розв'язавши це рівняння разом з рівнянням профілюючого кола, одержимо для точки контакту M :

$$x_i = R \sin \varphi;$$
$$y_i = -R \cos \varphi.$$

З формул перетворення координат маємо:

$$S_1 = R \sin \varphi - x;$$
$$S_2 = R \cos \varphi + y,$$

де x, y — координати вибраної точки M профілю деталі; φ — кут нахилу дотичної до профілю деталі в точці M ; R — радіус профілюючого кола.

Якщо вважати величини x, y змінними, відповідними заданому профілю деталі, то величини S_1 і S_2 також змінні й визначають переміщення інструмента відносно деталі в процесі оброблення. В окремому випадку при $R = 0$:

$$S_1 = -x;$$
$$S_2 = y.$$

Таким чином, при обробленні деталі однією профілюючою точкою, наприклад, вершиною різця, вона повинна рухатися у процесі оброблення безпосередньо по профілю деталі.

Розглянемо схеми, засновані на спряженні поступального й обертального рухів. Вважатимемо, що прямолінійно-поступальний рух є переносним і здійснюється системою X_1Y_1 , а обертальний рух — відносним

рухом обертання системи $X'Y'$ в системі X_1Y_1 (рис. 9.6, б). У цьому випадку формули перетворення координат мають такий вигляд:

$$x_i = x_1 + S;$$

$$y_i = y_1 - C$$

і

$$x_1 = x \cos t - y \sin t;$$

$$y_1 = y \cos t + x \sin t.$$

Отже,

$$x_i = x \cos t - y \sin t + S;$$

$$y_i = y \cos t + x \sin t - C.$$

Рівняння кола у системі X_iY_i і кут нахилу дотичної β визначають так:

$$x_i^2 + y_i^2 = R^2; \quad \operatorname{tg} \beta = -\frac{x_i}{y_i}.$$

Кут між дотичною до профілю деталі і віссю X позначимо φ . Тоді з віссю X_i кут нахилу розглянутої дотичної буде $\varphi + t$. Умова контакту вибраної точки M профілю деталі зі спряженою точкою інструменту:

$$\beta = \varphi + t.$$

Отже,

$$-x_i = y_i \operatorname{tg}(\varphi + t).$$

Розв'язавши це рівняння разом з рівнянням профілюючого кола,
для точки контакту M одержимо:

$$\begin{aligned}x_i &= R \sin(\varphi + t); \\y_i &= -R \cos(\varphi + t).\end{aligned}$$

Підставивши ці величини у формули перетворення координат,
маємо:

$$\begin{aligned}R \sin(\varphi + t) &= x \cos t - y \sin t + S; \\-R \cos(\varphi + t) &= y \cos t + x \sin t - C.\end{aligned}$$

Розв'язавши останнє рівняння відносно t , знайдемо кут повороту системи XY , при якому вибрана точка профілю деталі дотикається зі спряженою точкою профілю інструменту із виразу:

$$t = \eta + \tau,$$

де

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{R \sin \varphi + x}{R \cos \varphi + y}; \quad \cos \tau = \frac{C}{R \cos \varphi + y} \cos \eta.$$

Відповідно до формул перетворення координат:

$$S = R \sin(\varphi + t) + y \sin t - x \cos t,$$

де S — переміщення інструменту відносно заготовки.

В окремому випадку при $C = 0$:

$$\operatorname{ctg} t = -\frac{R \sin \varphi + x}{R \cos \varphi + y}; \quad S = R \sin(\varphi + t) + y \sin t - x \cos t.$$

За цими формулами розраховують переміщення інструменту відносно заготовки, що забезпечують оброблення заданого профілю деталі за зазначеною схемою формоутворення.

В окремому випадку при $R = 0$ і $C = 0$:

$$S = y \sin t - x \cos t; \quad 0 = y \cos t + x \sin t.$$

Підвівши обидві частини рівностей у квадрат і склавши їх, одержимо:

$$S^2 = y^2 + x^2.$$

Таким чином, при обробленні заготовки однією профілюючою точкою інструмента поступальне переміщення дорівнює довжині радіуса-вектора оброблюваної точки профілю деталі в зазначений момент часу, що при відповідному обертальному русі заготовки призводить до ковзання профілюючої точки інструмента по профілю деталі.

Переносний рух системи X_1Y_1 може бути обертальним, а прямолінійно-поступальний — відносним рухом системи XY у системі X_1Y_1

(рис. 9.6, в). Тоді формули перетворення координат можна записати у такому виді:

$$\begin{aligned}x_i &= (x - S) \cos t - y \sin t + b; \\y_i &= (x - S) \sin t + y \cos t - a,\end{aligned}$$

де R — радіус профілюючого кола інструмента;

a, b — розміри, що характеризують положення початку координат системи

X_1Y_1 у системі X_iY_i ;

φ — кут нахилу дотичної до профілю деталі в системі XU ;

β — кут нахилу дотичної до профілюючого кола в системі X_iY_i ;

t — кут повороту системи X_1Y_1 відносно системи X_iY_i ;

S — шлях прямолінійно-поступального руху системи XU у системі X_1Y_1 .

Умову контакту профілюючого кола інструмента і профілю деталі, тобто умову рівності кутів нахилу дотичних у вибраній точці профілю деталі і у спряженій точці профілю інструмента, записують так:

$$\beta = \varphi + t.$$

Отже, у точці контакту:

$$\begin{aligned}x_i &= R \sin(\varphi + t); \\y_i &= -R \cos(\varphi + t).\end{aligned}$$

Підставивши ці величини у формули перетворення координат, одержимо:

$$\begin{aligned}R \sin(\varphi + t) &= (x - S) \cos t - y \sin t + b; \\-R \cos(\varphi + t) &= (x - S) \sin t + y \cos t - a.\end{aligned}$$

Помноживши першу рівність на $\cos t$, а другу на $\sin t$, й склавши, маємо:

$$R \sin \varphi = (x - S) + b \cos t - a \sin t.$$

Помноживши першу рівність на $(-\sin t)$, а другу на $\cos t$, й склавши, одержимо:

$$b \sin t + a \cos t - (y + R \cos \varphi) = 0.$$

Розв'язавши це рівняння, знайдемо кут повороту:

$$t = \eta + \tau,$$

де

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{b}{a}; \quad \cos \tau = \frac{y + R \cos \varphi}{a} \cos \eta.$$

Знаючи кут t , величину переміщення S визначимо за формулою:

$$S = b \cos t + x - R \sin \varphi - a \sin t.$$

Спряження двох обертальних рухів приводить до однієї схеми формоутворення (рис. 9.6, з). Переносним буде обертальний рух системи X_1Y_1 навколо початку координат.

Кут повороту системи X_1Y_1 позначимо t . У системі X_1Y_1 обертається система XU . Кут її повороту позначимо t_2 . Величини A , a , b визначають положення початків координат зазначених систем. Формулу перетворення координат записують так:

$$\begin{aligned}x_i &= x \cos(t_2 - t_1) + y \sin(t_2 - t_1) + A \cos t_1 - b; \\y_i &= y \cos(t_2 - t_1) - x \sin(t_2 - t_1) + A \sin t_1 - a.\end{aligned}$$

Умову контакту профілюючого кола інструмента і профілю деталі, тобто умову рівності кутів нахилу дотичних у спряженій точці, записують так:

$$\beta = \varphi - (t_2 - t_1).$$

У точці контакту маємо:

$$\begin{aligned}x_i &= R \sin[\varphi - (t_2 - t_1)]; \\y_i &= -R \cos[\varphi - (t_2 - t_1)].\end{aligned}$$

Підставивши ці величини у формули перетворення координат, одержимо:

$$\begin{aligned}R \sin[\varphi - (t_2 - t_1)] &= x \cos(t_2 - t_1) + y \sin(t_2 - t_1) + A \cos t_1 - b; \\-R \cos[\varphi - (t_2 - t_1)] &= y \cos(t_2 - t_1) - x \sin(t_2 - t_1) + A \sin t_1 - a.\end{aligned}$$

Спільне розв'язування отриманих рівнянь дає значення кутів повороту t_1 і t_2 .

Оброблення фасонних профілів може здійснюватися й по більш складним схемам, що включає три і більше складових рухів. Кількість можливих різновидів таких схем обробки відповідно зростає. Аналіз показує, що схеми, засновані на сполученнях трьох і більше рухів, дають змогу будь-яку точку профілю деталі ввести у зіткнення з будь-якою вибраною точкою на профілі інструмента. Тому задача оброблення заданого профілю деталі стає багатоваріантною. Розглянемо схему оброблення, складену із трьох елементарних рухів (рис. 9.6, д). До цієї схеми належать обертання системи XU навколо початку координат і два поступальних рухи S_1 і S_2 . Формули перетворення координат записують в цьому випадку так:

$$\begin{aligned}x_i &= x \cos t + y \sin t - S_1; \\y_i &= y \cos t - x \sin t - S_2.\end{aligned}$$

Запишемо умову рівності кутів нахилу дотичних до спряжених профілів:

$$\beta = \varphi - t.$$

У точці контакту маємо:

$$\begin{aligned}x_i &= R \sin(\varphi - t); \\y_i &= -R \cos(\varphi - t).\end{aligned}$$

Підставивши ці величини у формули перетворення координат, одержимо:

$$\begin{aligned}R \sin(\varphi - t) &= x \cos t + y \sin t - S_1; \\-R \cos(\varphi - t) &= y \cos t - x \sin t - S_2.\end{aligned}$$

Ця система двох рівнянь із трьома невідомими t , S_1 і S_2 має безліч рішень. Одну з величин обирають довільно. Вважаємо, що кут повороту дорівнює постійній величині, тобто $\mu = t$. Тоді:

$$\begin{aligned}S_1 &= x \cos \mu + y \sin \mu - R \sin(\varphi - \mu); \\S_2 &= y \cos \mu - x \sin \mu + R \cos(\varphi - \mu).\end{aligned}$$

За цими формулами визначають переміщення S_1 і S_2 інструменту відносно заготовки, що забезпечують оброблення заданого профілю деталі.

Реальні схеми оброблення поверхонь деталей складніше розглянутих. До них додатково належать переміщення інструмента, необхідні для переходу від оброблення одного перерізу деталі до іншого. Ці рухи можуть бути як безперервними, так і періодичними. Для того, щоб забезпечити певну швидкість різання, інструменту надають обертання навколо його осі. Вісь фрези або шліфувального круга при прийнятому сполученні елементарних рухів інструмента й заготовки розташовується по-різному відносно поверхні деталі. Змінюється також напрям переміщення профілюючого кола інструмента по поверхні деталі. Це дає можливість розробити безліч різних варіантів оброблення заданої поверхні деталі й вибрати найбільш прийнятний.

9.5. Оброблення фасонних циліндричних поверхонь кінцевими фрезами

У техніці значне застосування отримали фасонні циліндричні поверхні невеликої довжини. Прикладом деталей, обмежених такими поверхнями, можуть бути різноманітні плоскі кулачки, відрізнi фрези з прямим зубом, монорельси та інші деталі. Найчастіше такі поверхні оброблюються кінцевими фрезами. При швидкому обертанні кінцевої фрези навколо її осі утворюється вихідна інструментальна поверхня у

формі круглого циліндра. У перерізах, перпендикулярних осі фрези, спостерігається контакт профілю деталі з колом, розташованим на вихідній інструментальній поверхні.

Розглянемо схему формоутворення такої поверхні деталі, яка відповідає двом прямолінійно-поступальним рухам, напрями яких взаємно перпендикулярні (рис. 9.7).

З колом I , розташованим на вихідній інструментальній поверхні, зв'яжемо систему координат X_2Y_2 , а з профілем деталі — систему X_1Y_1 (рис. 9.7, а).

Формули перетворення координат будуть:

$$\begin{aligned}X_2 &= X_1 - S_1; \\Y_2 &= Y_1 - S_2.\end{aligned}$$

При відомому рівнянні профілю деталі $Y_1 = f(X_1)$ кут ψ нахилу дотичної у вибраній опорній точці буде:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{dY_1}{dX_1}.$$

У системі X_2Y_2 рівняння кола I :

$$X_2^2 + Y_2^2 = R^2,$$

де R — радіус кінцевої фрези, який дорівнює радіусу кола I .

Кут β нахилу дотичної до кола I буде:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{X_2}{Y_2}.$$

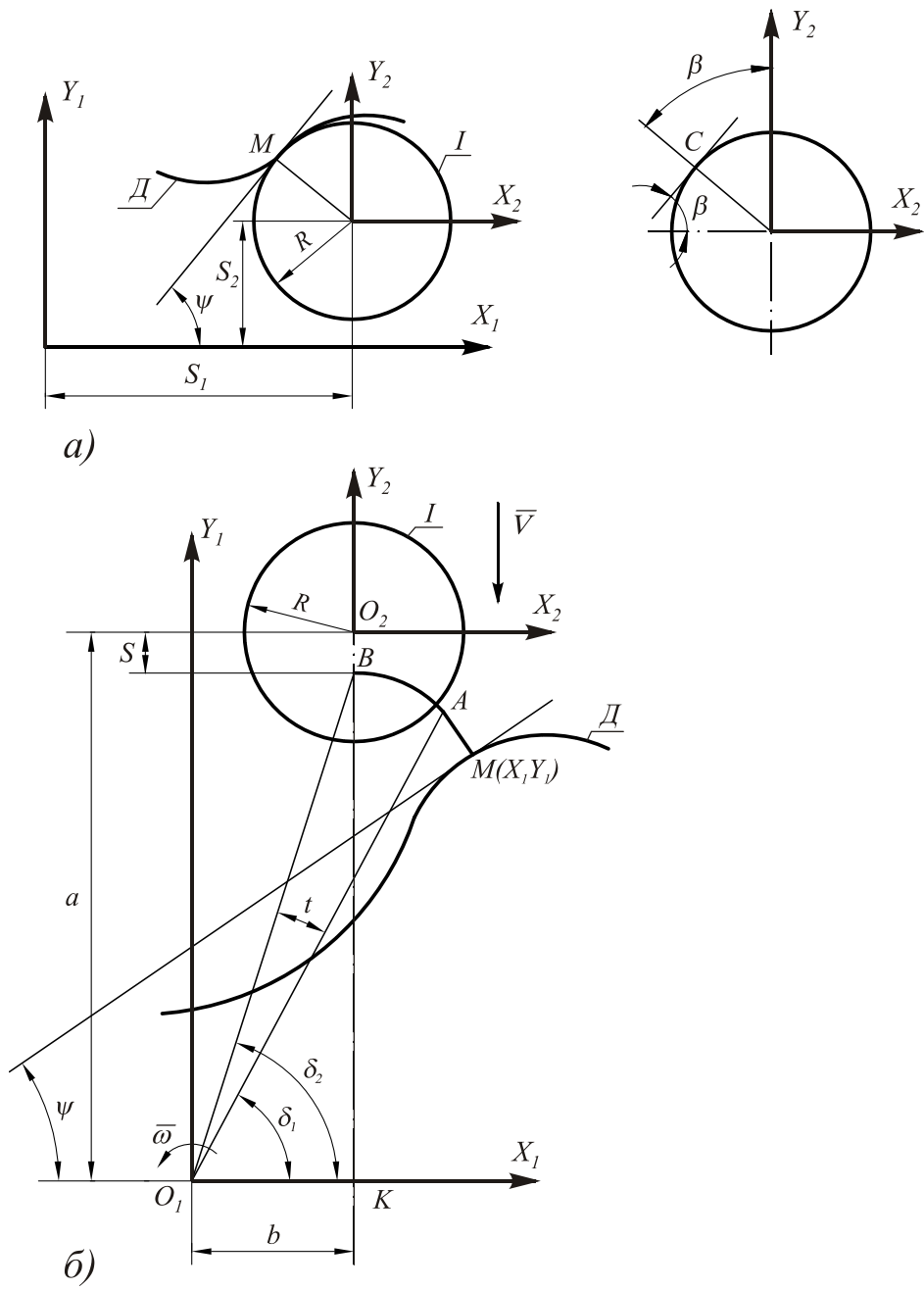


Рис. 9.7. Схема обробки фасонної поверхні кінцевою фрезою

Умова контакту точки M профілю деталі зі спряженою точкою профілю інструменту, тобто умова збігання дотичних до профілю деталі та профілю інструменту, буде:

$$\begin{aligned}\beta &= \psi; \\ \operatorname{tg} \psi &= -\frac{X_2}{Y_2}; \\ -X_2 &= Y_2 \operatorname{tg} \psi.\end{aligned}$$

Спільний розгляд рівняння контакту профілюючого кола визначає взаємне розташування систем координат для випадку контакту точки M профілю деталі зі спряженою точкою профілю інструменту.

Рівняння профілюючого кола:

$$X_2^2 + Y_2^2 = R^2.$$

Отже,

$$Y_2^2 \operatorname{tg}^2 \psi + Y_2^2 = R^2.$$

Звідси

$$\begin{aligned}Y_2 &= R \cos \psi; \\ X_2 &= -Y_2 \operatorname{tg} \psi = -R \sin \psi.\end{aligned}$$

За формулами перетворення координат отримаємо:

$$S_1 = X_1 + R \sin \psi;$$

$$S_2 = Y_1 - R \cos \psi.$$

Якщо вважати величини X_1 та Y_1 змінними, які відповідають заданому профілю деталі, то змінні величини S_1 і S_2 визначатимуть зміщення інструмента відносно деталі у процесі оброблення.

Розглянемо схему процесу оброблення, яка ґрунтується на поєднанні поступального та обертального рухів (рис. 9.7, б). З профілем деталі D зв'яжемо систему координат X_1Y_1 , а з профілюючим колом I — систему координат X_2Y_2 . На рис. 9.7, а зображені вихідні положення систем координат. У процесі оброблення профіль деталі і відповідна система координат X_1Y_1 обертаються навколо початку координат O_1 . Профілююче ж коло інструмента I переміщається прямолінійно-поступально зі швидкістю \bar{V} . Заданими вважаємо величини a і b , які характеризують положення початку координат O_2 у системі X_1Y_1 . Відоме також рівняння профілю деталі у системі X_1Y_1 :

$$y_1 = f(X_1).$$

Необхідно визначити закон руху інструмента при обробленні заданого профілю деталі. Алгоритм розв'язування задачі, що розглядається, може бути таким:

- на профілі деталі беремо ряд опорних точок $M(X_1, Y_1)$ і у кожній точці визначаємо кут ψ нахилу дотичної:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{dY_1}{dX_1};$$

- в опорних точках проводимо нормалі $MA = R$ до профілю деталі і визначаємо координати точок A :

$$X_{A1} = X_1 - R \sin \psi;$$

$$Y_{A1} = Y_1 + R \cos \psi;$$

- визначаємо відстань O_1A від точки A до початку координат O_1 :

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{Y_1}{X_1};$$

$$O_1A = \frac{Y_1}{\sin \delta_1};$$

- контакт точки M профілю деталі, за властивістю загальних нормалей, зі спряженою точкою кола I виникне тоді, коли точка A , обертаючись навколо точки O_1 , попадає на вісь Y_2 у точку B . За побудовою $O_1A = O_1B$.

Кут δ_2 , який характеризує положення точки B , дорівнює:

$$\cos \delta_2 = \frac{b}{O_1B} = \frac{b \sin \delta_1}{Y_1};$$

- координата Y_1 точки B буде:

$$Y_{B1} = O_1B \sin \delta_2 = \frac{Y_1 \sin \delta_2}{\sin \delta_1};$$

- за побудовою поступальне переміщення S профілюючого кола I від початкового положення до моменту формування вибраної опорної точки M профілю деталі дорівнюватиме:

$$S = a - Y_{B1} = a - \frac{Y_1 \sin \delta_2}{\sin \delta_1};$$

- кут повороту профілю деталі від початкового положення до моменту формування опорної точки M дорівнює:

$$t = \delta_2 - \delta_1.$$

Таким чином, визначається закон руху профілюючого кола при формуванні заданого профілю деталі:

$$S = f(t).$$

Звичайно обертання профілю деталі проходить рівномірно і здійснюється прямолінійно-поступальне переміщення інструмента за програмою, відповідно до знайденого закону $S = f(t)$.

9.6. Обробка циліндричних поверхонь торцевими фрезами

Прикладом деталей, обмежених циліндричними поверхнями, можуть слугувати монорельси. Радіус R профілю цих деталей коливається від 1500 до 2000 мм. Подібні поверхні можуть оброблюватися торцевими фрезами. Схему оброблення циліндричної поверхні на верстаті з ЧПУ торцевою фрезою зображено на рис. 9.8. У процесі оброблення фреза швидко обертається навколо своєї осі і кромки її зубів описують

профілююче коло I , яке формує оброблену поверхню деталі D . Потрібний профіль обробленої поверхні забезпечується заданням змінної програмованої подачі фрези S_1 при постійній подачі S_2 заготовки. Виберемо систему координат, зв'язану зі стандартною системою верстата $X_2Y_2Z_2$. Вісь Z_2 спрямуємо паралельно осі фрези, а вісь X_2 — паралельно поздовжній подачі.

Програма оброблення деталі описує рух певної точки осі інструмента, яку назвемо центром фрези. За цю точку приймемо точку B перетину осі фрези з торцевою площиною, в якій розташовується коло I . Вважатимемо, що точка A профілюючого кола I формує необхідний профіль деталі в площині $Y_2 = 0$. У загальному вигляді рівняння профілю деталі буде $Z_2 = f(X_2)$. Тоді рівняння траєкторії руху центра B фрези буде:

$$Z_2 = f(X_2) - R_\phi,$$

де R_ϕ — радіус профілюючого кола.

Координати точки A у довільний момент часу позначимо $A(X_A, Y_A = 0, Z_A)$.

Траєкторія руху точки B утворюється шляхом зміщення точок профілю деталі вздовж осі X_2 на відстань R_ϕ .

Якщо у початковий момент координати точки B у системі $X_2Y_2Z_2$ дорівнювали $Y_B = 0$, $X_2 = X_B$, $Z_2 = Y_B$, то величини S_1 і S_2 у довільний момент часу дорівнюватимуть:

$$\begin{aligned} S_1 &= Z_A - Z_B; \\ S_2 &= X_A - X_B, \end{aligned}$$

де Z_A , X_A — поточні координати точки A .

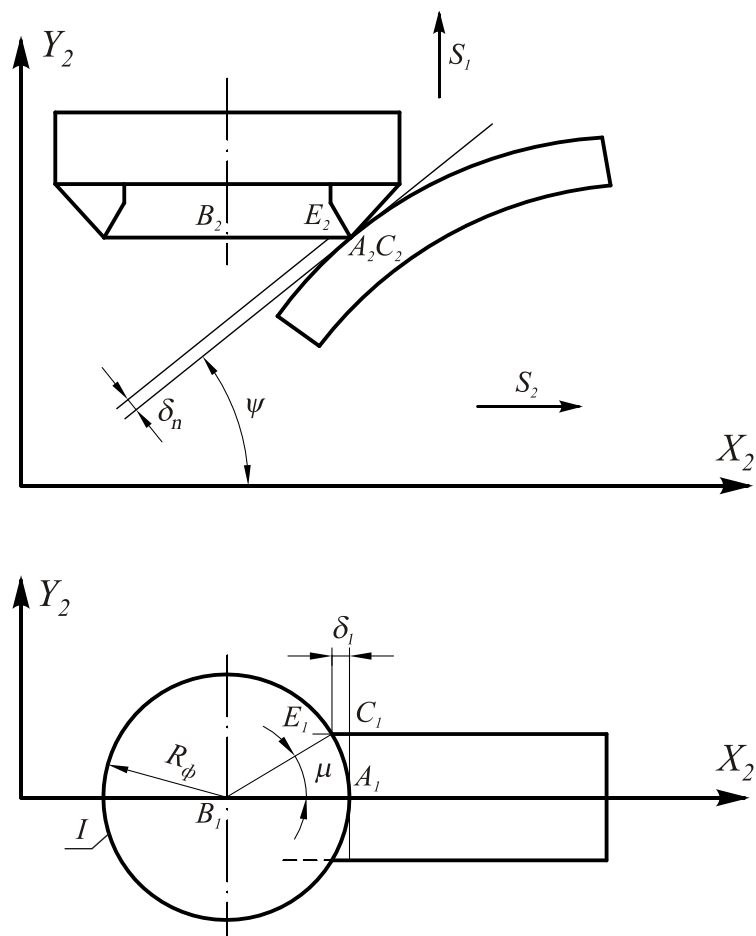


Рис. 9.8. Схема обробки циліндричної поверхні торцевою фрезою з прямолінійними кромками

Якщо профіль деталі буде дугою кола радіуса r , то траєкторія руху центра фрези B буде також колом радіуса r . Відносно до профілю деталі траєкторія переміщення точки B буде зміщена вздовж осі X_2 на величину,

рівну R_ϕ . Відповідно до цього положення розраховують величину подачі S_1 при рівномірній подачі S_2 . У випадку, який розглядається, оброблення заданої циліндричної поверхні не забезпечується у точній відповідності до креслення, оскільки прямолінійна твірна AC циліндричної фасонної поверхні замінюється дугою кола AE . Похибка обробки δ_1 у перерізі, перпендикулярному осі фрези, дорівнюватиме відрізку E_1C_1 :

$$\delta_1 = R(1 - \cos \mu),$$

де

$$\sin \mu = \frac{Y_C}{R_B}.$$

Для випадку, коли $Y_C = 0,5B$, будемо матимемо:

$$\sin \mu = \frac{B}{D_\phi},$$

де B — ширина поверхні, яка оброблюється; D_ϕ — діаметр профілюючого кола l .

Похибка δ_n по нормалі до поверхні деталі буде:

$$\delta_n = \delta_1 \sin \psi;$$

$$\delta_n = R(1 - \cos \mu) \sin \psi.$$

Таким чином, якщо точку A розташувати посередині деталі B , то частина матеріалу заготовки буде незрізаною. Величина максимальної похибки спостерігатиметься у торцевих перерізах. Вона залежатиме від діаметра фрези D_ϕ , ширини фрезерування b і кута ψ нахилу дотичної до профілю деталі. При збільшенні діаметра фрези максимальна похибка буде зменшуватися, а при збільшенні B — зростати. Тому для того, щоб забезпечити оброблення деталі із заданою теоретичною похибкою, можна відповідно цьому вибрати діаметр фрези. Однак при значних величинах B діаметр фрези може бути неприпустимо великим. У цьому випадку можна йти шляхом зменшення величини B . Це досягається обробленням заданої поверхні деталей декількома проходками, а не одним, як було розглянуто при розташуванні точки A посередині ширини деталі. Можна також у зоні середини деталі врізатися на величину $0,5 \delta$, у тіло деталі. У цьому випадку абсолютна величина похибки оброблення знижується, але в центрі деталі з'явиться проникнення профілюючого кола у тіло і буде зрізано частину матеріалу деталі. В крайніх точках торцевих перерізів не буде зрізана частина припуску.

У торцевих фрезах з прямолінійними різальними кромками, у зв'язку зі зміною кута ψ нахилу дотичної до профілю деталі, змінюються в

процесі обробки кути в плані ϕ . З метою збереження кутів в плані ϕ можна застосовувати фрези з круглими пластинами твердого сплаву (рис. 9.9).

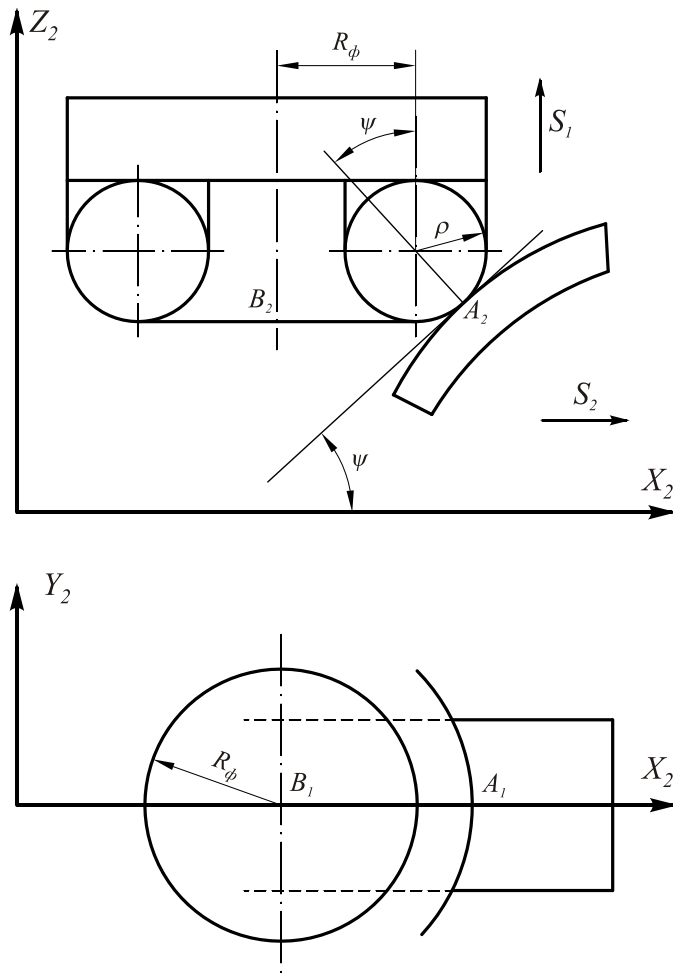


Рис. 9.9. Схема обробки торцевою фрезою, оснащеною круглими пластинами

У цьому випадку положення центра B фрези в системі $X_2Y_2Z_2$ визначатиметься за формулами:

$$\begin{aligned}
 X_B &= X_A - R - \rho \sin \psi; \\
 Z_B &= Z_A - \rho(1 - \cos \psi); \\
 Y_B &= 0,
 \end{aligned}$$

де X_A, Z_A — поточні координати точки A ; ρ — радіус круглої пластини твердого сплаву; X_B, Z_B — поточні координати центра B фрези.

Недоліком фрез з круглими пластинами є те, що активні ділянки різальних кромek мають невеликі значення кутів в плані ϕ , що викликає відповідне підвищення зусилля різання. Перспективним у цьому випадку є використання ротаційного фрезерування, у процесі якого твердосплавна пластина обертається навколо своєї осі.

Оброблення фасонних циліндричних поверхонь торцевими фрезами може виконуватися на багатокординатних верстатах з ЧПУ, у яких вісь торцевої фрези може займати різноманітне положення відносно заготовки. На рис. 9.10, *a* зображена схема оброблення на чотирикоординатному верстаті з ЧПУ, у якому забезпечуються програмовані переміщення по трьох взаємно перпендикулярних напрямках і поворот фрези навколо осі, яка йде паралельно твірним поверхні деталі.

Кут повороту фрези вибирають так, щоб профілююче коло / розташовувалося в площині, яка торкається деталі в опорній точці А, що розглядається.

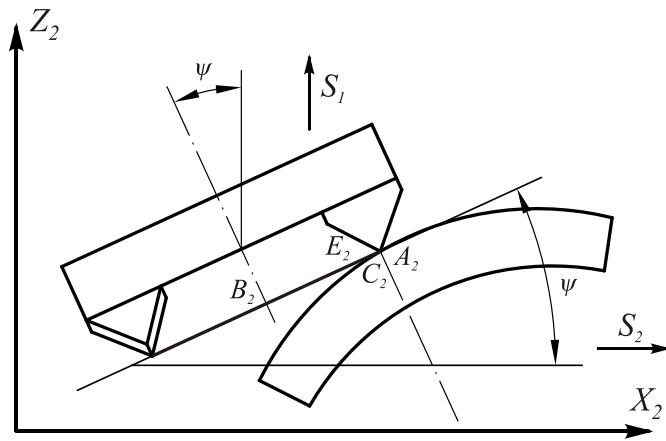
Визначимо закон переміщення торцевої фрези при її похилій установці. У початковий момент часу координати центра фрези В будуть в

$$\begin{aligned} X_2 &= X_0; \\ Y_2 &= 0; \\ Z_2 &= Z_0. \end{aligned}$$

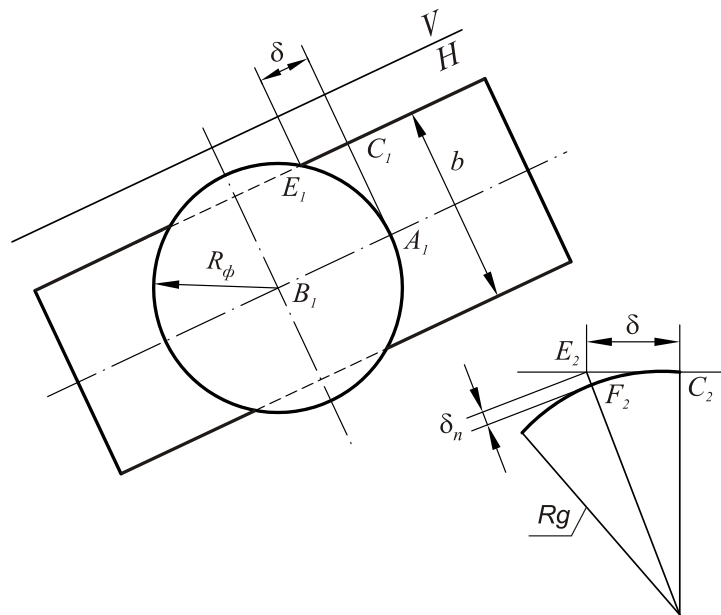
системі $X_2Y_2Z_2$:

Вважатимемо, що точка А профілюючого кола формує теоретично точно потрібний профіль деталі у площині $Y_2 = 0$. Координати опорних точок на профілі деталі, з якими стикається в процесі обробки точка А, позначимо через X_A , $Y_A = 0$, Z_A . При вибраній певній опорній точці А з координатами X_A , Y_A відповідні координати точки В будуть:

$$\begin{aligned} X_B &= X_A - R \cdot \cos \psi; \\ Z_B &= Z_A - R \sin \psi. \end{aligned}$$



a)



б)

Рис. 9.10. Схема обробки циліндричної поверхні
на багатокоординатному верстаті

Отже, переміщення S_1 вздовж осі X_2 від початкового положення фрези до формування опорної точки профілю деталі, яка розглядається, дорівнюватиме:

$$S_1 = Z_B - Z_0 = Z_A - R \sin \psi - Z_0.$$

Відповідно переміщення вздовж осі X_2 від початкового положення фрези до формування опорної точки профілю деталі, яка розглядається, буде дорівнюватиме:

$$S_2 = X_B - X_0 = X_A - R \cos \psi - X_0.$$

Таким чином, траєкторія руху торцевої фрези відносно заготовки може розраховуватися у такій послідовності:

- вибираються опорні точки і відповідно до заданого профілю деталі визначаються їх координати: $X_A, Z_A, Y_A = 0$;
- розраховуються в опорних точках кути ψ нахилу дотичних;
- за наведеними залежностями визначаються переміщення S_1 і S_2 у горизонтальному і вертикальному напрямках, тобто визначається закон переміщення торцевої фрези відносно заготовки при обробленні заданої фасонної циліндричної поверхні.

Визначимо для випадку, який розглядається, похибки формоутворення, які виникають в силу того, що прямолінійні твірні циліндричної поверхні замінюються дугами кіл.

Найбільша похибка обробки δ в перерізі, перпендикулярному осі фрези, дорівнюватиме:

$$\delta = E_1 C_1 = R_B (1 - \cos \mu),$$

де

$$\sin \mu = \frac{0,5b}{R_B}.$$

При цьому вважається, що точка A лежить на середині ширини деталі B . Похибка δ_n по нормалі до поверхні деталі (рис. 9.10, б) дорівнюватиме $E_2 F_2$:

$$\delta_n = E_2 F_2 = \sqrt{R_A^2 + \delta^2} - R_A,$$

де R_d — радіус кривизни профілю деталі в опорній точці, яка досліджується.

Звідси

$$\delta_n + R = \sqrt{R^2 + \delta^2}.$$

Підвівши обидві частини рівняння до квадрату, отримаємо:

$$\delta_n^2 + 2R\delta_n + R^2 = R^2 + \delta^2.$$

У зв'язку із малим значенням величини δ_n^2 величину похибки δ_n

можна визначити за відношенням:

$$\delta_n = \frac{\delta^2}{2R_A}.$$

Розрахунки показують, що величина похибок формоутворення при обробленні за схемою, яка розглядається, суттєво менша, ніж при обробленні на трикоординатних верстатах.

Застосування торцевого фрезерування деталей типу «монорельси» допомогло у серійному виробництві підняти, залежно від розмірів деталей, продуктивність оброблення у 2÷3 рази порівняно з кінцевим фрезеруванням.

Контрольні запитання

1. Як діляться складні поверхні за видом твірної?
2. Як діляться лінійчасті поверхні за видом твірної?
3. У чому полягають кінематичні способи оброблення деталей?
4. Які рухи здійснює інструмент при обробленні квадратного вала?
5. Назвіть траєкторію руху вершини різця відносно заготовки при обробленні квадрата.
6. Якими способами можна обробити шарову поверхню?
7. Від чого залежить кількість управляючих рухів виконавчих органів верстатів ЧПК.

- 8.** На чому ґрунтується методика визначення закону руху інструмента та заготовки?
- 9.** Охарактеризуйте схему оброблення фасонного профілю, що заснована на спряженні двох прямолінійно-поступальних рухів.
- 10.** Охарактеризуйте схему оброблення фасонних профілів, що заснована на спряженні поступального і обертального рухів.
- 11.** Охарактеризуйте схему оброблення фасонних профілів, що заснована на двох обертальних рухах.

ВИСНОВОК

У практиці використовуються деталі машин і приладів, які обмежені різноманітними поверхнями. Будь-яка поверхня, яка обмежує деталь, може бути виготовлена різними способами з використанням різних інструментів. Для того, щоб з найбільшою ефективністю обробляти деталі та вибирати найкращий для певних умов варіант, необхідно вирішувати задачу знаходження множини можливих способів формоутворення заданої поверхні деталі та відповідної множини типів інструментів.

Аналізуючи відому множину інструментів, враховуючи обмеження, які ставляться до процесу формоутворення, вибирається найбільш доцільний варіант.

Основна задача кінематики формоутворення при механічному обробленні в знаходженні можливих способів формоутворення та відповідної множини інструментів була проілюстрована на прикладі оброблення циліндричних прямокутних зубчастих коліс. Вона охоплює ряд етапів:

1. Відповідно до прийнятої класифікації розглянуто послідовно різні схеми формоутворення. За кожної схеми формоутворення проаналізовано можливі варіанти вихідних інструментальних поверхонь, утворених різними способами.
2. На основі багатьох вихідних інструментальних поверхонь, спряжених з поверхнею деталі *D*, обирається спосіб оброблення (різанням або тиском) і відповідний тип інструмента.
3. Детально розроблена теорія проектування інструмента і проведено його конструювання. Оскільки кількість схем формоутворення, використаних у практиці при виготовленні деталей машин, невелика, попередній їх аналіз і вибір доцільних схем обробки для детального опрацювання є посиленою задачею. При цьому враховується накопичений у виробництві досвід і результати виконаних досліджень.

Аналізуючи різні схеми формоутворення та знаходячи різноманітні вихідні інструментальні поверхні, спряжені з поверхнею деталі, перевагу доцільно, з погляду продуктивності оброблення, віддають інструментам з лінійним контактом спряжених поверхонь. Інструменти з точковим контактом

спряжених поверхонь у загальному випадку будуть за одиницю часу формувати меншу ділянку поверхні деталі, порівняно з інструментами з лінійним контактом. Однак, інструменти з лінійним контактом за конструкцією складніші порівняно з інструментами з точковим контактом. Крім того, як правило, інструменти з лінійним контактом потребують точної, суворо визначеної установки відносно заготовки.

Задача вибору найбільш раціонального типу інструменту з множини можливих є техніко-економічною задачею. Її вирішують з урахуванням певних техніко-економічних умов конкретного підприємства.

Вибираючи схему формоутворення та тип інструмента, потрібно при цьому враховувати, що при обробленні поверхонь, які допускають ковзання «самих по собі», можна використовувати всі схеми формоутворення. При обробці ж складних фасонних поверхонь з твірними змінного виду можна використовувати тільки схеми формоутворення другого і третього класів.

Розвиток теорії формоутворення поверхонь деталей йшов паралельно з розвитком машинобудування. Збільшення кількості машин, що випускались, підвищення їх робочих параметрів, яке спостерігається в практиці, ставило вимоги, які безперервно зростали, до продуктивності оброблення, точності та якості виготовлення деталей машин.

Одним з шляхів вирішення задач виготовлення машин, що виникають в практиці, було дослідження різних схем формоутворення та виявлення на цій основі нових, більш досконалих інструментів. Немає сумніву в тому, що цей шлях буде широко використовуватися і в майбутньому. Схеми формоутворення, які використовуються на сьогодні, у більшості випадків базуються на двох рівномірних рухах: прямолінійно-поступальному і обертальному. У зв'язку з виникненням обладнання з числовим програмним управлінням з'явилася можливість використовувати схеми формоутворення, які базуються на нерівномірних рухах. Вже відомі окремі частинні рішення у цій області. Аналіз схем формоутворення при нерівномірних рухах, визначення області їх доцільного використання та розробка на цій основі прогресивних інструментів є перспективною задачею. Однак можливості схем

формоутворення при рівномірних рухах також повною мірою не вичерпані. У практиці безперервно йде процес створення нових інструментів на базі відомих схем формоутворення.

Доведення досліджень процесів формоутворення до практичних результатів у вигляді проектування реального типу інструмента для оброблення заданої деталі потребує трудомістких розрахунків. Тому важливою задачею є розроблення відповідних математичних моделей, які описують прийнятну схему формоутворення та спроектований на її основі інструмент, алгоритмів і програм вирішення розглянутих задач на ПЕОМ.

Важливою у теорії формоутворення є також задача визначення форм поверхонь деталей, оброблених заданим інструментом за обраної схеми формоутворення. Її вирішення допомагає визначити можливі поверхні, які можуть бути оброблені на відомому обладнанні, апробованим інструментом, що надійно працює. З отриманого таким чином набору поверхонь конструктор може вибирати найбільш доцільні як з погляду технології їх виготовлення, так і з погляду забезпечення потрібної працездатності деталі в машині, що проектується.

При розв'язуванні цієї задачі відомою вважається форма і розміри вихідної інструментальної поверхні та рухи, які здійснюються нею відносно заготовки. У результаті заданого руху вихідна інструментальна поверхня займає ряд послідовних положень, обгинаюча до яких буде поверхнею деталі.

Третьою задачею кінематики формоутворення поверхонь при механічній обробці є задача визначення рухів, які необхідно надати заготовці та вихідній інструментальній поверхні (вбраному інструменту), щоб виготовити поверхню деталі, яка потрібна. Ця задача найчастіше вирішується при обробленні складних фасонних поверхонь. На сьогодні найбільш ефективно складні фасонні поверхні обробляються на верстатах з числовим програмним управлінням. Методика розв'язування цієї задачі ґрунтується на тому, що в опорних точках контакту збігаються дотичні площини і нормалі до поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Виттенберг Ю. Р., Соболев Н. П.* Зубообрабатывающие станки и инструменты в приборостроении. — Л.: Машиностроение, 1969. — 284 с.
2. *Грановский Г. И.* Кинематика резания. — М.: Машгиз, 1948. — 200 с.
3. *Гречишников В. А., Курсанов Г. Н., Катаев А. В.* Автоматизированное проектирование металлорежущих инструментов. — М.: Мосстанкин, 1984. — 109 с.
4. *Дейнеко В. Г.* Новые способы накатывания резьбы и профилей. — М.: Машгиз, 1961. — 159 с.
5. *Иноземцев Г. Г.* Проектирование металлорежущих инструментов. — М.: Машиностроение, 1984. — 230 с.
6. *Карелин Н. М.* Бескопирная обработка цилиндрических деталей. — М.: Машиностроение, 1966. — 187 с.
7. *Кокичев В. Н.* Некруглые соединения в судовом машиностроении. — Л.: Судостроение, 1965. — 118 с.
8. *Коганов Н. А., Федоров Ю. Н., Валиков Е. И.* Прогрессивные методы изготовления зубчатых колес. — М.: Машиностроение, 1981. — 136 с.
9. *Лашнев С. И.* Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. — М.: Машиностроение, 1971. — 215 с.
10. *Лейн А. М.* Обработка фасонных тел вращения методом протягивания. (Станки и инструмент. 1975, № 2, с. 16 — 17).
11. *Люкишин В. С.* Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. — М.: Машиностроение, 1968. — 371 с.
12. *Лындин В. А.* Инструмент для накатывания зубьев и шлицев повышенной точности. — М.: Машиностроение, 1988. — 144 с.
13. *Перепелица Б. А.* Отображение аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием. — Харьков: Вища школа, 1991. — 512 с.
14. *Петруха П. Г., Марков А. И., Беспяхотный П. Д. и др.* Технология обработки конструкционных материалов. — М.: Высшая школа, 1991. — 512 с.

15. *Писаревский М. И.* Новый инструмент для накатывания резьб и шлицев. — М.: Машиностроение, 1966. — 150 с.
16. *Плотицин В. Г.* Расчеты настроек и наладок фрезерных станков. — Л.: Машиностроение, 1969. — 184 с.
17. *Подураев В. Н.* Резание труднообрабатываемых материалов. — М.: Высшая школа, 1974. — 590 с.
18. *Родин П. Р.* Основы теории проектирования режущих инструментов. — К.: Машгиз, 1960. — 160 с.
19. *Родин П. Р.* Режущий инструмент. — К.: Техника, 1966. — 139 с.
20. *Родин П. Р.* Основы формообразования поверхности резанием. — К.: Вища школа, 1977. — 190 с.
21. *Романов В. Ф.* Расчеты зуборезных инструментов. — М.: Машиностроение, 1969. — 255 с.
22. *Сахаров Г. Н.* Обкаточные инструменты. — М.: Машиностроение, 1983. — 230 с.
23. *Семенченко И. И.* Режущий инструмент. — М.: Машгиз, 1944. — Т. 3. — 560 с. — Т. 4. — 40 с.
24. *Сухоруков Ю. Н., Евстигнеев Р. Н.* Инструменты для обработки зубчатых колес методом свободного обката. — К.: Техника, 1983. — 120 с.
25. Сборник: Прогрессивные методы изготовления, отделки и упрочнения металлических деталей пластическим деформированием. — М.: Машгиз, 1962. — 240 с.
26. *Уик Ч.* Обработка металлов без снятия стружки. — М.: Мир, 1965. — 547 с.
27. *Юнусов Ф. С.* Формообразование сложнопрофильных поверхностей шлифованием. — Л.: Машиностроение, 1987. — 248 с.