

4. Гиллер Г.А. Опыт ЗАО «ВНИИСТ- Диагностика» по обеспечению и повышению надежности трубопроводности нефти /Г.А. Гиллер // Трубопроводный транспорт (теория и практика). - 2007. - №7. - С.85-93.
5. Лизогубов А.Н. Высокотемпературная антикоррозионная «Броня» для стальных трубопроводов / А.Н. Лизогубов , А.Н. Пигилов , А.А. Сиротинский // Нефть и газ.- 2008.- №64. - С.86-89.
6. Иванцова Н. Применение современных материалов и технологий для защиты нефтегазового оборудования от коррозии (новизна, актуальность, эффективность) /Н. Иванцова // Нефть и газ. - 2008. - №64. - С.83-85.
7. Мальцев Л.И. Некоторые вопросы морской гидродинамики / Л.И. Мальцев , Л.Г. Гузевский, В.М. Кулик , А.Г. Малюга , Б.Г. Новиков , Б.Н. Семенов // Теплофизика и аэромеханика. 2000. - Том 7. - №3. - С.319-337.
8. Павлюченко А.М. Влияние вязкоупругого покрытия на сопротивление трения плоской пластины в потоке воздуха / А.М. Павлюченко, В.И. Корнилов, А.В. Соболев // Теплофизика и аэромеханика. - 2004. - Том 11. - №3. - С.417-428.
9. Bryant P.J. et all. Опыт нанесения внутреннего покрытия / P.J. Bryant et all // Pipeline and Gas. - 1987. - Vol. 214. - №2. - P. 8-17.
10. Schemberger D. Порошковые покрытия для изоляции внутренней поверхности труб / D. Schemberger et all. // Proc.7th Int. Conf. Int. and Estern. Prot. Pipes. London. 21-23 Sept. -1987. - Grandfield. - 1987. – P. 107-111 .
11. Жуков М.Ф. Высокоэнергетические процессы обработки материалов / М.Ф.Жуков. – Новосибирск: Наука, 2000. - 210 с.
12. Кудинов В.В. Нанесение покрытие плазмой / В.В. Кудинов , П.Ю. Пекшеев , О.П. Солоненко и др. - М.: Наука, 1990. - 408 с.
13. Шоршоров М.Х. Физико-химические основы детонационно-газового нанесения покрытий / М.Х. Шоршоров, Ю.А. Харламов. - М.: Наука, 1978. - 224 с.
14. Алхимов А.П. Метод холодного газодинамического напыления. / А.П Алхимов, В.Ф Косарев, А.Н. Папырин // Доклады АН СССР. - 1990. - Том 315. - С.1062-1063.
15. Алхимов А.П. Газодинамическое напыление. Состояние и перспективы / А.П. Алхимов , С.В. Клинков , В.Ф. Косарев и др. // Труды 5-ой Международной конференции «Пленки и покрытия 98», Санкт-Петербург. - 1998. - С. 20-25.
16. Алхимов А.П. Установка для напыления на внутреннюю поверхность труб / А.П. Алхимов , А.Ф. Демчик , В.Ф. Косарев и др. // Труды 5-ой Международной конференции «Пленки и покрытия 98», Санкт-Петербург. - 1998. - С. 25-28.
17. Новиков С.В. Проблемы защиты сварных стыков трубопроводов с покрытием и способы их решения / С.В. Новиков // Нефть и газ. - 2008. - №64. - С.91-94.
18. Гродеев Ю.А. Опыт защиты сварного стыка труб с внутренним антикоррозионным покрытием защитной втулкой / Ю.А. Гродеев //Труды конференции «Состояние и перспективы применения полимерных покрытий для повышения эффективности работы и сроки службы нефтегазопроводов». Москва. – 2005. – С. 53-57.
19. Шашкова Ю. Применение титановых полуфабрикатов при изготовлении современных установок шельфовой нефтедобычи и энергоустановок. / Ю. Шашкова // Нефть и газ. - 2008. - №64. - С.36-39.
20. Ильин С.В. Применение титановых сплавов и оборудования для добычи газа /С.В. Ильин // Нефть и газ. - 2008. - №64. - С. 9-10.
21. Куренкова Н.Г. Повышение эксплуатационной надежности нефтегазопроводных труб, эксплуатирующихся в коррозионно-активных средах / Н.Г. Куренкова , А.Д. Медведев // Нефть и газ. - 2008. - №64. - С.108-110.

УДК 519.330.115

УМОВИ ІСНУВАННЯ ГРАНИЧНОГО ЦИКЛУ В МОДЕЛІ ЗАБРУДНЕННЯ ДОВКІЛЛЯ

Коваленко Г.П., Баталова А.Б.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Нові види ґрунтообробних механізмів, енергетичних джерел, мінеральні добрива та використовувані інсектициди, нові прийоми агротехніки значно підсилили біологічну продуктивність штучних біоценозів

або адекватну їм врожайність, проте змінили загальний геохімічний фон поверхні Землі. Відповідно, торкнулися інтересів, здоров'я і життя величезної кількості людей на величезних площах.

Будь-які додаткові вкладення керівники підприємств прагнуть направити у виробництво. Тому зростає розрив між виробничими потужностями і системами природоохоронної інфраструктури. В умовах становлення ринкових стосунків, загальної кризи і спаду виробництва посилюються колишні екологічні проблеми і зростають нові.

Щоб запобігти цьому слід окремо з'ясувати рівень виробництва і викликаного ним забруднення, знайти модель, яка сприяє стабільності циклів виробництва і забруднення.

Мета пропонованої роботи є кроком в цьому напрямі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Хоча ідея нульового росту економіки, висунута в свій час Римським клубом [1], була відкинута, але вона має високу ймовірність бути затребуваною в майбутньому. Тому доцільно моделювати якщо не стаціонарні моделі розвитку спільноти, що заселяє планету земля, то хоча б коливні моделі, виробництво і забруднення в яких коливається в певних межах. Вивчення факторів, які сприяють стабільності циклів виробництва і забруднення, є важливою проблемою еколого-економічної футурології.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Основна задача цієї статті полягає в знайденні умов, при яких рівень виробництва і викликаного ним забруднення змінюються періодично, утворюючи стійкий граничний цикл; одержання наближеного періодичного розв'язку моделі, яка сприяє стабільності циклів виробництва і забруднення.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглядається виробництво, яке приносить капітал $x(t)$ і викликає забруднення середовища $y(t)$.

Частина капіталу $\beta x(t)$ використовується для його зменшення, інша частина $\alpha x(t)$ іде на споживання, де $\alpha + \beta < 1$. Коефіцієнт падіння капіталу приймається рівним a . Вважається, що споживання одиниці капіталу на очищення середовища викликає зменшення забруднення на величину $by(t)$, а витрата одиниці продукції зменшує рівень забруднення на d одиниць. Тоді математичну модель виробництва з забрудненням довілля можна записати так:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (1 - \alpha - \beta)f(x) - ax - \gamma y \equiv f_1; \\ \dot{y}(t) &= (1 - \beta d)f(x) - \beta y(t) \equiv f_2.\end{aligned}\tag{1}$$

Всі параметри і фазові координати x, y безрозмірні і додатні, γ - коефіцієнт зменшення капіталу від прямого впливу забруднення. Функція $f(x)$ описує приріст капіталу і може мати різноманітну реалізацію.

Тут розглядається найпростіший випадок, коли вона апроксимується відрізком параболи. Тому стаціонарний розв'язок знаходиться з системи рівнянь

$$\begin{aligned}(1 - \alpha - \beta)x_c^2 - ax_c - \gamma y_c &= 0; \\ (1 - \beta d)x_c^2 - by_c &= 0.\end{aligned}$$

Звідси

$$x_c = \frac{ab}{Q}; \quad y_c = \frac{a^2 b (1 - \beta d)}{Q^2}; \quad Q = (1 - \alpha - \beta)b - \gamma(1 - \beta d).$$

Оскільки $x_c, y_c > 0$, то вважаємо, що $Q > 0$, $\beta d < 1$.

Далі виконується заміна змінних: $x=\xi+x_c$; $y=\eta+y_c$ що приводить систему (1) до вигляду

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-\alpha-\beta \\ 1-\beta d \end{pmatrix} \xi^2, \quad (2)$$

$$M = \begin{pmatrix} 2(1-\alpha-\beta)x_c - a & -\gamma \\ 2(1-\beta d)x_c & -b \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Власні значення матриці M

$$x = \frac{SpurM \pm \sqrt{(SpurM)^2 - 4 \det M}}{2}, \quad (4)$$

де $SpurM = 2(1-\alpha-\beta)x_c - b - a$; $\det M = 2(1-\beta d)x_c\gamma + ba - 2b(1-\alpha-\beta)x_c$.

Для існування періодичного режиму виробництва і забруднення необхідно вимагати виконання умов: $SpurM = 0$; $\det M > 0$.

З першої умови знаходимо біфуркаційне значення параметра a

$$a = a_0 = \frac{bQ}{2(1-\alpha-\beta)b - Q} = \frac{bQ}{(1-\alpha-\beta)b + \gamma(1-\beta d)}.$$

Оскільки знаменник додатний, то для додатності a слід вимагати виконання нерівності: $Q > 0$.

Підстановка a в матрицю (3) приводить її до вигляду:

$$M_0 = \begin{pmatrix} b & -\gamma \\ 2(1-\beta d)x_c & b \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Її детермінант дає квадрат частоти можливих коливань і позначається через ω_0^2

$$\det M_0 = 2(1-\beta d)x_c - b^2 = \omega_0^2 > 0.$$

Підставивши сюди значення x_c і $a=a_0$ одержимо:

$$\omega_0^2 = \frac{[\gamma(1-\beta d) + (\alpha + \beta - 1)b]b^2}{(1-\alpha-\beta)b + \gamma(1-\beta d)} > 0.$$

Нерівність виконується при умові, що $\gamma > b$ і $\gamma\beta d < (\alpha + \beta)b$. Одночасно ці умови є критерієм існування періодичного режиму.

Далі слід перевірити умови трансверсальності. Для цього знаходимо

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = \frac{\partial \operatorname{Re} \lambda}{\partial a} + i \frac{\partial \operatorname{Im} \lambda}{\partial a}.$$

Використовуючи (4), маємо

$$\frac{\partial \operatorname{Re} \lambda}{\partial a} = \frac{2(1-\alpha-\beta)b - Q}{2Q}, \quad \frac{\partial \operatorname{Im} \lambda}{\partial a} = -\frac{b}{2\omega_0}.$$

Тут символ Re і Im означають дійсну і уявну частину комплексного числа.

Далі виконується зведення заданої системи до канонічного вигляду, чого вимагає алгоритм біфуркації народження циклу [2].

Знаходиться власний вектор матриці (5)

$$\bar{R} = \left(1; \frac{b - i\omega_0}{\gamma} \right)^T.$$

Індекс «Т» вказує на операцію транспонування. Далі з вектора $\bar{R}$ утворюється матриця перетворення та її обернена

$$\Pi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b/\gamma & \omega_0/\gamma \end{pmatrix}; \quad \Pi^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -b/\omega_0 & \gamma/\omega_0 \end{pmatrix}$$

Змінні ξ, η також перетворюються матрицею Π

$$\Pi \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \frac{b\xi + \omega_0\eta}{\gamma} \end{pmatrix}.$$

Отже, в нелінійних доданках системи (2) змінна ξ залишається без змін, а η слід замінити знайденим виразом.

Перетворена система (2) запишеться так

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \xi^2, \quad (6)$$

$$\text{де } A = 1 - \alpha - \beta; \quad B = \frac{1}{\omega_0} [\gamma(1 - \beta d) - bA].$$

За спеціальними формулами, наведеними в [1], знаходимо комплекси $q_{11}, q_{20}, q_{02}, q_{21}, \psi$.

Перші три в даному випадку співпадають

$$q_{11} = q_{20} = q_{02} = \frac{1}{2} \left(A + \frac{iB}{\omega_0} \right); \quad q_{21} = 0; \quad \psi = \frac{i}{2\omega_0} \left(q_{11}^2 - \frac{7}{3} |q_{11}|^2 \right),$$

де символ $||$ вказує на модуль комплексного числа.

Далі знаходимо

$$Re\psi = -\frac{AB}{4\omega_0^2} = -\frac{(1 - \alpha - \beta)}{4\omega_0^2} (b(\alpha + \beta) + \gamma - b - \gamma\beta d).$$

Цей вираз буде від'ємним, коли $\gamma > b$, $b(\alpha + \beta) > \gamma\beta d$, що співпадає з умовою періодичного режиму.

Для запису розв'язку слід записати малий функціональний параметр

$$\varepsilon^2 = \frac{(a - a\delta)}{-Re\psi} \cdot \frac{\partial Re\lambda}{\partial a} = \frac{(a - a\delta)}{-Re\psi} \left(\frac{2(1 - \alpha - \beta)b - Q}{2Q} \right).$$

Розв'язок записується по формулі

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c \\ y \end{pmatrix} + \Pi \begin{pmatrix} Re z \\ Im z \end{pmatrix},$$

де

$$\begin{pmatrix} \operatorname{Re} z \\ \operatorname{Im} z \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} \cos 2\omega_0 t \\ \sin 2\omega_0 t \end{pmatrix} + \frac{\varepsilon^2}{6\omega_0} \left\{ \begin{pmatrix} B\omega_0 \\ -A \end{pmatrix} \cos 4\omega_0 t + \right. \\ \left. + 2 \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \sin 4\omega_0 t + 3 \begin{pmatrix} -\frac{B}{\omega_0} \\ A \end{pmatrix} \right\} + O(\varepsilon^3).$$

Період коливань T можна уточнити за формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} (1 + \tau\varepsilon^2 + O(\varepsilon^4)),$$

де $\tau = -\frac{1}{\omega_0} \left(\operatorname{Im} \psi - \operatorname{Re} \psi \frac{\partial \operatorname{Im} \lambda}{\partial a} / \frac{\partial \operatorname{Re} \lambda}{\partial a} \right),$

де $\operatorname{Im} \psi = -\frac{5}{12\omega_0} \left(A^2 - \frac{B^2}{\omega_0^2} \right); \quad \frac{\partial \operatorname{Im} \lambda}{\partial a} / \frac{\partial \operatorname{Re} \lambda}{\partial a} = \frac{-b}{2\omega_0} \cdot \frac{2Q}{2(1-\alpha-\beta)b-Q}.$

Ці формули разом з уже наведеними вище формулами для $\operatorname{Re} \psi$ і ε^2 дозволяють розрахувати приріст періоду T .

В таблиці 1 наведені результати розрахунку умови існування періодичного режиму $\gamma(1-\beta d) > b(1-\alpha-\beta)$.

Таблиця 1

b	γ	α	β	d	$\gamma(1-\beta d)$	$b(1-\alpha-\beta)$
0,2	0,7	0,3	0,2	0,2	0,672	0,01
0,4	0,4	0,2	0,1	0,5	0,98	0,7

Висновок. Знайдено умови, при яких рівень виробництва і викликаного ним забруднення змінюються періодично, утворюючи стійкий граничний цикл. Одержано наближений періодичний розв'язок моделі.

Література.

1. Медоуз Д.Х. Пределы роста. / Д.Х.Медоуз, Д.Л.Медоуз и др. / Изд.-во Московского университета. 1991.- 206с.
2. Хэссард Б. Теория и приложения бифуркации рождения цикла./ Б.Хэссард, Н.В.Казаринов, И.Вэн / М.: Мир, 1985.-280с.

УДК 517.5

ЕКЗОТИЧНІ ФУНКЦІЇ

Неочевидне-ймовірне

Власенко В.Ф., Розуменко А.М.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Поняття функції – одне з фундаментальних понять сучасної математики, яке об'єднує дійсний, комплексний і функціональний аналізи. Протягом розвитку математики воно весь час уточнювалось, розширювалось, узагальнювалось. У цьому нелегкому, інколи драматичному процесі еволюції поняття функції, не остання роль належить відкриттям незвичайних за своїми властивостями, так званих «екзотичних» функцій. Кожна з них свого часу привела до зміни класичних уявлень про поняття функції. Доки їх було небагато, вони сприймалися