

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка  
Інститут педагогіки АПН України  
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова  
Мозирський державний педагогічний університет імені І.П. Шамякина (Беларусь)  
Факультет математики та інформатики Пловдивського університету ім. Паїсія Хілендарського (Болгарія)  
Науково-дослідна лабораторія змісту і методів навчання математики, фізики, інформатики  
(СумДПУ імені А.С. Макаренка)

**РОЗВИТОК  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ І ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ  
УЧНІВ ТА СТУДЕНТІВ  
У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН  
ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ  
«ІТМ\*плюс - 2015»**

**МАТЕРІАЛИ  
II МІЖНАРОДНОЇ  
НАУКОВО-МЕТОДИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ**

0 — Ч? Грудня 2015 року



**У 3-х частинах**

**Частина 2**

**Суми  
ВВП «Мрія»  
2015**

подготовки специалистов. Каждый вуз разрабатывает свои собственные критерии оценки качества и рекомендации, основанные на результатах обучения, обязательно отмечает ожидаемый результат обучения (знания, умения, навыки и компетенции).

В Болгарии регулярно проводятся национальные и региональные форумы с целью обмена опытом по разработке и внедрению квалификационных параметров в область высшего образования.

Проект модели национальной квалификационной рамки высшего образования Болгарии является совместным с Европейской квалификационной рамкой для непрерывного обучения и рамки квалификации в Европейском пространстве высшего образования 2020г.

Предстоит обновление правил, касающихся параметров качественного современного высшего образования, основных характеристик облика современных специалистов. В соответствии с новыми правилами высшие школы будут обновлять свои планы и программы, проектировать результаты обучения.

Таким образом, обновление параметров качественного высшего образования, объективная оценка учебных достижений студентов, будут способствовать оптимизации вузовского процесса и созданию необходимых условий, которые позитивно влияют на формирование творческой личности и ее готовности к творческому педагогическому труду. Среди этих условий важное место занимают: создание здорового психологического климата, оказание своевременной психологической поддержки и педагогической помощи, использование новых дидактических технологий, демократизация отношений в системе «преподаватель - студенты», что позволяют создать необходимую базу для саморазвития, самовыражения и самоутверждения каждой личности в профессиональной сфере.

**Анотація. Рангелова Е.М. Нові кваліфікаційні показники для вищої освіти Болгарії.** У статті обґрунтковується необхідність оновлення параметрів якісної вищої освіти, об'єктивної оцінка навчальних досягнень студентів, без чого неможливе формування творчої особистості та її готовності до творчого педагогічної праці, конкретизуються показники якісної освіти у вищій школі Болгарії.

**Ключові слова:** якісна освіта, кваліфікаційні показники, модель національної кваліфікаційної рамки вищої освіти Болгарії.

**Аннотация. Рангелова Э.М. Новые квалификационные показатели для высшего образования Болгарии.** В статье обосновывается необходимость обновления параметров качественного высшего образования, объективной оценки учебных достижений студентов, без чего невозможно формирование творческой личности и ее готовности к творческому педагогическому труду, конкретизируются показатели качественного образования в высшей школе Болгарии.

**Ключевые слова:** качественное образование, квалификационные показатели, модель национальной квалификационной рамки высшего образования Болгарии.

**Summary. Rangelova E. New qualification parameters for higher education in Bulgaria.** The article explains the need to update the parameters of quality of higher education, an objective assessment of educational achievements of students, which is indispensable to the formation of a creative personality and her willingness to creative pedagogical work, are specified indicators of quality education in higher education in Bulgaria.

**Key words:** quality education, qualification parameters, the model of the national qualifications framework for higher education in Bulgaria.

**А. О. Розуменко**

кандидат педагогічних наук, доцент

**В. Ф. Власенко**

кандидат фізико-математичних наук, доцент

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, м. Суми

**А. М. Розуменко**

кандидат фізико-математичних наук, доцент

Сумський національний аграрний університет, м. Суми

## ІСТОРИЧНІ ЗАДАЧІ З МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПІЗНАВАЛЬНОЇ МОТИВАЦІЇ СТУДЕНТІВ

Проблема мотивації навчання з'явилася одночасно з усвідомленням людиною необхідності організації цілеспрямованого процесу навчання. Ця проблема традиційно вважалася предметом дослідження психологів. Саме в психології розкривається зміст поняття «мотивація», досліджуються різні класифікації мотивів діяльності людини взагалі і навчання зокрема. Але очевидним є той факт, що мотивація є необхідною умовою організації ефективного навчального процесу.

Зміст навчального матеріалу з математичних курсів є традиційним, його визначено навчальною програмою. Але стимулювати розвиток пізнавальної мотивації студентів можна, якщо акцентувати їх

## II Міжнародна науково-методична конференція

увагу на практичні значущості понять, що розглядаються; показати приклади розв'язання прикладних задач; надати змісту навчального матеріалу професійної спрямованості; використовувати елементи історизму при викладанні математичних дисциплін; знайомити студентів із сучасними досягненнями математичних наук.

На нашу думку, найбільшу зацікавленість у студентів викликають історичні задачі з математики за виконання таких умов: формулювання задачі є достатньо простим і коротким, ідеї розв'язання зрозумілими, «доля» задачі достатньо цікавою. Прикладами таких задач, які можуть бути запропоновані студентам, що вивчають курс вищої математики, можуть бути задача про дотичну та задача про брахістохрону.

Задача про дотичну. Математики XV-XVII ст. буквально штурмували задачу про побудову дотичної до заданої кривої в довільній її точці. Ця задача тісно пов'язана з вивченням рухів і відшуканням екстремумів функцій.

Уже в «Началах» Евкліда викладений спосіб побудови дотичної до кола. Архімед побудував дотичну до спіралі, що носить його ім'я (в сучасних позначеннях це лінія, рівняння якої в полярних координатах  $r = a\phi$ ,  $a = \text{const}$ ). Аполлоній побудував дотичні до еліпса, гіперболи і параболи. Але давньогрецькі вчені не знайшли загального методу побудови дотичної до довільної кривої в довільній її точці.

З початку XVII ст. ряд вчених, таких як Е. Торрічеллі, В. Вівіані, Ж. Роберваль, І. Барроу намагались розв'язати цю задачу за допомогою кінематичних міркувань. Перший загальний спосіб побудови дотичної до алгебраїчної кривої дав Р. Декарт у своїй «Геометрії» (1637 р.). З листування Декарта з іншими вченими ми дізнаємося про побудову дотичної до циклоїди та її різновидів. Циклоїду вивчали Галілей, Торрічеллі, Гюйгенс, Паскаль. Сама циклоїда та її різновиди мають важливе значення в техніці. Профілі зубів шестерень, обриси багатьох ексцентриків, кулачків та інших деталей машин мають форму саме таких ліній. Але і наукове значення цих кривих не мале. Вони стали прямо таки полігонами, на яких випробувалися нові математичні ідеї XVII ст., які оформилися в диференціальне та інтегральне числення.

Кінець XVI ст. і початок XVII ст. насичені роботами про дотичні, нормалі та екстремуми. Так, у 1638 р. стала відомою праця Ферма «Метод відшукання найбільших і найменших значень» (опублікована після його смерті у 1679 р.), у якій Ферма фактично здійснив операцію диференціювання і застосував її до побудови дотичних до кривих.

В 1684 р. Лейбніц опублікував «Новий метод максимумів і мінімумів, а також дотичних, для якого не є перепоною дробові та ірраціональні кількості, і особливий для цього вид числення». Стаття мала обсяг всього 6 сторінок, на яких гранично стисло викладено числення нескінченно малих, зокрема правила диференціювання.

Якщо в «Методі флюксій» Ньютона (1671р., опубліковано після смерті Ньютона в 1736 р.) первісним поняттям є швидкість, то в «Новому методі ...» Лейбніца таким поняттям є дотична.

Задача про дотичну до кривої формулюється так. Нехай  $y = f(x)$  є рівнянням кривої  $\Gamma$  і треба побудувати дотичну до неї в точці  $M(x; y)$ . Для цього, очевидно, досить знайти нахил дотичної до осі  $Ox$ , тобто кут  $\alpha$ , який вона утворює з додатним напрямком осі  $Ox$ . Розглянемо іншу точку  $M_1$  на кривій  $\Gamma$ , досить близьку до  $M$ . Проведемо січну  $MM_1$ , що утворює кут  $\beta$  з додатним напрямком осі  $Ox$ . Якщо  $M_1(x + Ax; y + Ay) = f(x + Ax)$ , де  $y + Ay = f(x + Ax)$ , то з  $ANMM_1$  маємо

$$\begin{aligned} - NM_1 &= f(x + Ax) - f(x) \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{- NM_1}{Ax} = \frac{f(x + Ax) - f(x)}{Ax} = \frac{Ay}{Ax} \end{aligned}$$

Якщо точка  $M_1$  по кривій  $\Gamma$  прямує до точки  $M$  то січна  $MM_1$  обертається навколо  $M$ , наближається до деякої прямої  $MT$ , яку, за означенням, і називають дотичною до  $\Gamma$  в точці  $M$ . При цьому кут  $\beta$  прямує до кута  $\alpha$ :

$$\operatorname{ta} \alpha = \lim_{Ax \rightarrow 0} \operatorname{ta} \beta = \lim_{Ax \rightarrow 0} \frac{f(x + Ax) - f(x)}{Ax}.$$

Так було зроблене відкриття диференціального та інтегрального числення, що знайшло своє основне завершення у працях Ньютона та Лейбніца і яке нині розрослося в грандіозний розділ математики під назвою математичний аналіз.

Задача про брахістохрону. У 1696 р. голландський математик Йоганн Бернуллі (1667-1748) запропонував задачу, у якій треба було знайти таку траєкторію, що сполучає точки  $A$  і  $B$ , рухаючись по якій під дією сили тяжіння матеріальна точка  $M$  пройде шлях від вищої точки  $A$  до нижчої точки  $B$  за найменший час. При цьому тертям і опором середовища знехтувати. Ця задача отримала назву задачі про брахістохрону (про лінію найшвидшого спуску). Назва походить від грецького «брахистос» - найкоротший і «хронос» - час. Різними способами її розв'язали Йоганн і Якоб Бернуллі, Лейбніц, Лопіталь і Ньютон. Розв'язання Ньютона не було підписане, але Йоганн Бернуллі відразу здогадався, що це Ньютон і сказав при цьому: «По кігтях узнаю лева». Сам Ньютон одного разу сказав, що розв'язання цієї задачі зайняло 12 годин безперервного міркування. П'ять розв'язків цієї задачі відіграли велику роль у створенні і

розвитку нового розділу математики, що дістав назву варіаційного числення. А задача про брахістохрону стала першою серйозною задачею цього числення.

Довгий час вважали, що точка  $M$  повинна рухатись по прямій ЛВ, що є найкоротшим шляхом між цими точками. Але після відкриття Галілеєм законів падіння тіл та їх руху по похилій площині під дією лише сили тяжіння стало ясно, що лінія найкоротшого шляху не є лінією найменшого часу і що розв'язком задачі має бути крива. Цю криву і знайшли вказані вчені, нею виявилась так звана циклоїда. Це лінія, яку описує довільна фіксована точка  $C$  кола радіуса  $r$ , що котиться без ковзання по горизонтальній прямій. Її параметричні рівняння

$$x = r(t - \sin t), \quad y = r(1 - \cos t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Якщо  $0 < t < \pi$  то отримаємо одну дугу (арку) циклоїди.

Більш докладно питання використання елементів історизму при викладанні математичного матеріалу розглянуто нами зокрема в [1]. Власний досвід роботи дозволяє стверджувати, що елементи історизму сприяють розвитку мотивації навчання у студентів різних спеціальностей.

### Література

- Розуменко А.О. Розуменко А.М. Використання елементів історії математики як засіб підвищення позитивної навчальної мотивації студентів// Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, НПУ ім. М.П.Драгоманова, К. - 16-18 жовтня 2007 р. - С. 356 -358.

**Анотація.** Розуменко А.О., Власенко В.Ф., Розуменко А.М. Історичні задачі з математики як засіб розвитку пізнавальної мотивації студентів. У статті обґрунтовано актуальність проблеми розвитку пізнавальної мотивації студентів; виділено шляхи розвитку пізнавальної мотивації студентів при вивчені курсу вищої математики; запропоновано приклади історичних задач з математики, розв'язування яких сприяє розвитку пізнавальної мотивації студентів.

**Ключові слова:** пізнавальна мотивація, вища математика, історичні задачі з математики.

**Аннотация.** Розуменко А.О., Власенко В.Ф., Розуменко А.М. Исторические задачи по математике как средство развития познавательной мотивации студентов. В статье обоснована актуальность проблемы развития познавательной мотивации студентов; выделены пути развития познавательной мотивации студентов при изучении курса высшей математики; предложены примеры исторических задач, решение которых способствует развитию познавательной мотивации студентов.

**Ключевые слова:** познавательная мотивация, высшая математика, исторические задачи по математике.

**Summary.** Rozumenko A., Vlasenko V., Rozumenko A. Historical problems with mathematics as a tool for cognitive motivation of students. In the article the relevance of cognitive motivation of students; highlighted ways of developing cognitive motivation of students in the study of higher mathematics course; offered examples of historical problems in mathematics, solution of which contributes to the development of cognitive motivation of students.

**Key words:** cognitive motivation, higher mathematics, history of mathematics problem.

Sattar abd karabt

University of Thi-Qar / College science of Computer and mathematics

### SOME PROPERTIES OF ARITHMETICAL FUNCTIONS $r(n)$ AND $d(n)$

#### Definition 1:

Any function:  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{C}$  is called a complex-valued arithmetic function.

#### Definition 2:

Let  $\gcd(m, n)=1$  with,  $m, n \in \mathbb{Z}^+$ . A function  $f \in A$  is called a multiplicative function if

**Definition 3:**  $f$  is completely multiplicative if

$$(1) f(1) = 1$$

Many arithmetical functions behave irregularly and it is often more interesting to study the summatory function of an arithmetical function  $f$  namely

$$F(N) = \sum_{n=1}^{N} f(n)$$

than itself

Some of the arithmetical functions in which we are interested have a simple geometrical interpretation. They count the number of lattice points in certain function  $r(n)$ .