

Міністерство освіти і науки України
Українська асоціація з прикладної геометрії
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Мелітопольська школа прикладної геометрії

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ



ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

Випуск 7



м. Мелітополь

Міністерство освіти і науки України
Українська асоціація з прикладної геометрії
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Мелітопольська школа прикладної геометрії



СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

Випуск 7

Наукове фахове видання

Мелітополь – 2016 р.

УДК [51+514+721+004.92]–047.58(062.552)
ББК 22.1я5
С 91

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації: Серія КВ № 21030-10830Р від 29.09.2014 р.
Збірник наукових праць включено до Переліку наукових фахових видань України з технічних наук (наказ Міністерства освіти і науки України № 241 від 09.03.2016)

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Інтернет
Вченою радою МДПУ імені Б. Хмельницького,
протокол № 5 від 2 грудня 2016 р.

Редакційна колегія: Найдиш А.В. (гол. редактор),
Верецага В.М. (заступник гол. редактора), Спирінцев Д.В.
(відповідальний секретар), Холодняк Ю.В. (технічний
редактор), Бадаєв Ю.І., Балуба І.Г., Ванін В.В., Єремєєв В.С.,
Ковальов С.М., Ковальов Ю.М., Корчинський В.М.,
Куценко Л.М., Мартин Є.В., Михайленко В.Є., Пилипака С.Ф.,
Підгорний О.Л., Плоский В.О., Подкоритов А.М., Сазонов К.О.,
Сергейчук О.В., Тулученко Г.Я.

С 91 Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ
ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. –
Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016. –
Вип. 7. – 187 с.

Збірник містить статті за результатами досліджень з теорії та практики моделювання, розглядаються актуальні наукові та прикладні проблеми геометричного моделювання, методика постановки та проведення наукових та дослідницьких експериментів, результати наукових досліджень, питання підготовки фахівців та науковців.

Випуск призначений для науковців, викладачів, аспірантів і студентів.

УДК [51+514+721+004.92]–047.58(062.552)
ББК 22.1я5
© МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016.

ISBN 978-617-7346-55-4

УДК 514.18

МОДЕЛЮВАННЯ СІМ'Ї ІЗОТРОПНИХ ПРОСТОРОВИХ РН-КРИВИХ НА ОСНОВІ КВАТЕРНІОНІВ ІЗ КОЛІНЕАРНОЮ ВЕКТОРНОЮ ЧАСТИНОЮ

Аушева Н. М., д.т.н.

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
(Україна)

Робота висвітлює спосіб побудови ізотропних просторових кривих за годографом Піфагора (РН-кривих). Для побудови кривих використовуються кватерніони, що лежать у чотиривимірній площині в просторі R^4 . Знайдено умови ізотропності для просторових кубічних кривих. Наведено приклади з різними значеннями багатовимірної уявної одиниці.

Ключові слова: РН-крива, ізотропна крива, умови ізотропності, кватерніони.

Постановка проблеми. Для завдання кривої з конкретною довжиною дуги доцільно використовувати криві, що задані від натурального параметру. Але не всі криві можна задати таким чином та не завжди це зручно. Існує клас кривих за годографом Піфагора (РН) [1] вираз для довжини таких кривих є поліномом та може бути розрахованим без чисельних методів. Для завдання просторових РН-кривих було запропоновано застосовувати кватерніони [2]. При моделюванні ізотропних кривих [3] найчастіше застосовувалась умова ізотропності ланок характеристичних многокутників, використання РН-кривої дозволить знайти умови ізотропності з виразу довжини кривої.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задача розширення поняття комплексного числа вирішується за допомогою застосування кватерніонів з колінеарною векторною частиною, які належать до площини в чотиривимірному просторі та визначаються тривимірною уявною одиницею [4]. Статті [5-6] показують, що кватерніони з колінеарними векторними частинами можна застосовувати для моделювання ізотропних кривих та оперувати тривимірною уявною одиницею. У роботі [7] пропонується застосувати для моделювання плоскої сітки ізотропну криву за годографом Піфагора (РН). Побудова сітки здійснюється на основі конформної та квізіконформної заміни параметра.

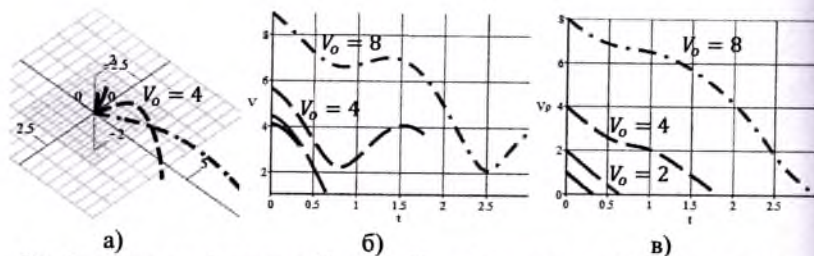


Рис.3. Абсолютні траєкторії та графіки абсолютної $V(t)$ та відносної $V_p(t)$ швидкостей частинки в залежності від її початкової швидкості

Висновки. Через те, що в шорсткій горизонтальній площині, яка здійснює коливання вздовж вертикальної осі, всі частинки будуть зупинятися, то сепарація сипучого матеріалу буде неефективною.

Література

1. Аладьев В.З. Программирование и разработка приложений в Maple / В.З.Аладьев, В.К.Бойко, Е.А.Ровба. – Гродно: ГрГУ, 2007. – 458 с.
2. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 283 с.
3. Пилипака С.Ф. Тригранник і формули Френе: теорія складного руху матеріальної точки та задачі на кінематику і динаміку при її русі по шорстких поверхнях / С.Ф. Пилипака // Академік П.М. Василенко – яскравий погляд у майбутнє. – К.: Хай-Тек Прес, 2010. – С.297-397.

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ШЕРОХОВАТОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ, КОТОРАЯ СОВЕРШАЕТ КОЛЕБАНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Несвидомин В.Н., Пилипака С.Ф.

Разработана имитационная Maple-модель движения частицы по шероховатой горизонтальной плоскости, которая совершает колебания по вертикальной оси, приведены ее характеристики.

Ключевые слова: движение частицы, шероховатая плоскость, колебательные перемещения, траектория, скорость.

THE MOTION OF A PARTICLE ON A ROUGH HORIZONTAL PLANE, WHICH OSCILLATES IN THE VERTICAL DIRECTION

Nesvidomin V., Pylypaka S.

Maple developed a simulation model of movement of a particle on a rough horizontal plane, which oscillates in the vertical direction.

Key words: motion of a particle, rough plane, vibrational displacement, differential equations, trajectory, speed.

УДК 514.18

КОНСТРУЮВАННЯ ПЛОСКИХ КРИВИХ У НАТУРАЛЬНІЙ ПАРАМЕТРИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ПОЛЯРНОЇ СИСТЕМИ КООРДИНАТ

Пилипака С.Ф., д.т.н.,

Національний університет біоресурсів і природокористування України (м. Київ),

Захарова Т.М., к.т.н.

Сумський національний аграрний університет (Україна)

Сформульовано підхід до конструювання плоских кривих, описаних параметричними рівняннями у функції натурального параметра, на основі задання кривої в полярній системі координат. За допомогою розробленого підходу отримано узагальнене натуральне та параметричні рівняння, які описують певний спектр кривих. Візуалізовано деякі з кривих, отримані за допомогою запропонованого підходу. Наведено узагальнене натуральне рівняння отриманих кривих.

Ключові слова: плоска крива, натуральний параметр, параметричні рівняння, натуральне рівняння, довжина дуги.

Постановка проблеми. Криві лінії, описані параметричними рівняннями у функції натурального параметра, знаходять широке застосування у техніці. Зокрема, оперування кривою засобами диференціальної геометрії потребує опису кривої у функції довжини власної дуги. Механічні властивості кривих ліній застосовуються при описі руху частинки по поверхні під дією сили власної ваги при відсутності опору руху [1]; при проектуванні перехідних ліній на заокругленнях залізничних колій [2]; в зубчатих зачепленнях [3] тощо.

Не зважаючи на широке застосування кривих ліній, описаних параметричними рівняннями у функції натурального параметра, в техніці, у науковій літературі такі криві та способи їх конструювання досить обмежені.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Науковцями розробляються різноманітні підходи до конструювання кривих у функції натурального параметра. Так, у праці [4] запропоновано спосіб конструювання кривих, описаних у такому вигляді, на основі плоскої ізометричної сітки, у праці [5] – за допомогою супровідного тригранника вихідної кривої, а у праці [6] – на основі кулі одиничного радіуса. Проте проблеми прикладного застосування кривих ліній на

основі натуральних параметрів зумовлюють необхідність поповнення існуючих способів конструювання таких кривих.

Формулювання цілей статті. Поповнити клас плоских кривих у функції натурального параметра новими кривими із розробкою підходу до їх конструювання.

Основна частина. У полярній системі координат крива задається залежностями радіус-вектора ρ від кута його повороту φ : $\rho = \rho(\varphi)$. У випадку, якщо обидва ці параметри є функціями довжини дуги s кривої, тобто $\rho = \rho(s)$ і $\varphi = \varphi(s)$, параметричні рівняння кривої матимуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi; \\ y &= \rho \sin \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

При умові, що незалежною змінною у рівняннях (1) є довжина дуги s , обов'язково повинна виконуватися рівність:

$$x'^2 + y'^2 = 1. \quad (2)$$

Знайдемо перші похідні рівнянь (1) по параметру s :

$$\begin{aligned} x' &= \rho' \cos \varphi - \rho \varphi' \sin \varphi; \\ y' &= \rho' \sin \varphi + \rho \varphi' \cos \varphi. \end{aligned} \quad (3)$$

Підстановкою (3) в (2) отримаємо:

$$\rho'^2 + \rho^2 \varphi'^2 = 1. \quad (4)$$

Розв'яжемо отримане рівняння (4) відносно $\varphi = \varphi(s)$:

$$\varphi = \int \frac{\sqrt{1 - \rho'^2}}{\rho} ds. \quad (5)$$

Отже, якщо підібрати таку залежність $\rho = \rho(s)$, яка дозволить інтегрування виразу (5), можна отримати криву у функції натурального параметра.

Розглянемо один із можливих прикладів конструювання плоскої кривої у функції натурального параметра за допомогою запропонованого підходу. Приймемо залежність $\rho = \rho(s)$ у наступному вигляді:

$$\rho = a^s, \quad (6)$$

де a – стала величина.

Підстановкою прийнятої залежності (6) у формулу (5) отримуємо:

$$\varphi = \int \frac{\sqrt{1 - (a^s)^2}}{a^s} ds = -\arcsin(a^s \ln a) - \frac{\sqrt{1 - a^{2s} \ln^2 a}}{a^s \ln a}. \quad (7)$$

Підставивши отримане рівняння (7) і прийняту залежність (6) у параметричні рівняння кривої (1) отримаємо плоску криву у функції

довжини власної дуги. Параметричні рівняння отриманої кривої у даній статті не наведено через їх досить громіздкий вигляд.

Дослідним шляхом було встановлено, що за цими рівняннями при різних значеннях сталої a можна отримати деякі спіралі. Для їх аналізу знайдемо кривину отриманої кривої за відомою формулою $k = \sqrt{x'' + y''}$. Диференціюємо вирази (3), щоб отримати другі похідні:

$$\begin{aligned} x'' &= (\rho'' - \rho \varphi'^2) \cos \varphi - (\rho \varphi'' + 2\rho' \varphi') \sin \varphi; \\ y'' &= (\rho'' - \rho \varphi'^2) \sin \varphi + (\rho \varphi'' + 2\rho' \varphi') \cos \varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

Запишемо першу і другу похідну виразу (5):

$$\varphi' = \frac{\sqrt{1 - \rho'^2}}{\rho}; \quad \varphi'' = \frac{\rho'(\rho \rho'' - \rho'^2 + 1)}{\rho^2 \sqrt{1 - \rho'^2}}. \quad (9)$$

Підставивши вирази (9) у (8), і після цього вирази (8) у формулу $k = \sqrt{x'' + y''}$, після спрощень остаточно одержимо:

$$k = \frac{\rho \rho'' + \rho'^2 - 1}{\rho \sqrt{1 - \rho'^2}}. \quad (10)$$

Підставивши залежність (6) $\rho = a^s$ та її похідні $\rho' = a^s \ln a$, $\rho'' = a^s \ln^2 a$ у формулу (10), одержимо вираз кривини (натуральне рівняння) кривої, заданої в полярній системі залежностями (6) і (7):

$$k = \frac{1 - 2a^{2s} \ln^2 a}{a^s \sqrt{1 - a^{2s} \ln^2 a}}. \quad (11)$$

Наведемо деякі з кривих, які описуються натуральним рівнянням (11). Криві, отримані при значеннях сталої $a = 2/3$ і $a = 3/2$ наведено на рисунках 1 і 2. Дані криві симетричні відносно осі Ox .

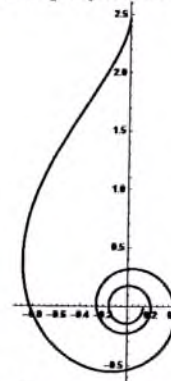


Рис. 1. Крива, яка описується натуральним рівнянням (11), при значенні сталої $a = 2/3$

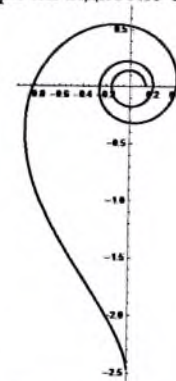


Рис. 2. Крива, яка описується натуральним рівнянням (11), при значенні сталої $a = 3/2$

В околі одиниці криві приймають вигляд, як на рисунках 3 і 4. При інших значеннях сталої a крива приймає вигляд, близький до наведених. Наприклад, при $a = 0,5$ крива має вигляд, як на рисунку 1, а при $a = 2$ – як на рисунку 2.

При $a = 0$ та при $a = 1$ криві не існують.

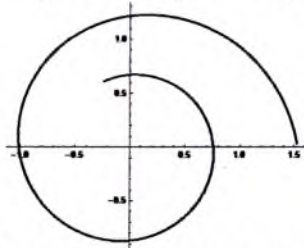


Рис. 3. Крива, яка описується натуральним рівнянням (11), при значенні сталої $a = 0,9$

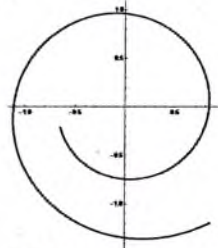


Рис. 4. Крива, яка описується натуральним рівнянням (11), при значенні сталої $a = 1,1$

Отже, натуральне рівняння (11) описує певний спектр кривих у функції довжини власної дуги.

Висновки. Розроблений підхід та отримані за його допомогою криві у натуральній параметризації дозволяють розширити клас кривих, описаних у такому вигляді. До того ж наведені у статті криві не вичерпують формотворчі можливості запропонованого підходу.

Література

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – Киев: Изд-во Укр. акад. сельск. наук, 1960. – 283 с.
2. Босов А.А. Рациональные переходные кривые железнодорожного транспорта / А. А. Босов, В. В. Лагуа // Математическое моделирование в задачах железнодорожного транспорта: Межвуз. сб. научн. тр. ДИИТ. – Днепропетровск, 1988. – С. 4 – 11.
3. Теория механизмов и механика машин / [Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К., Тимофеев Г.А., Никоноров В.А.]; Колесников К. С. – Издание четвертое, исправленное и дополненное. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – Т. 5. – 664 с.
4. Пилипака С.Ф. Конструювання кривих у функції натурального параметра на основі плоских ізометричних сіток / С.Ф. Пилипака, Т.М. Захарова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: «Прикл. геометрія та інж. графіка». – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – Вип. 4, т. 50. – С. 29 – 35.

5. Захарова Т.М. Конструювання плоских кривих, що описуються рівняннями у функції довжини дуги, за допомогою супровідного тригранника вихідної кривої / Т. М. Захарова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 4, т. 53. – С. 57–65.
6. Захарова Т.М. Конструювання просторових кривих у функції натурального параметра на основі кулі одиничного радіуса / Т. М. Захарова // Вісник Сумського національного аграрного університету: науковий журнал. Серія «Механізація та автоматизація виробничих процесів». — Суми: СНАУ, 2016 р. – Вип. 3 (28). – С. 204–209.

КОНСТРУИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ КРИВЫХ В НАТУРАЛЬНОЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ НА ОСНОВИИ ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Пилипака С.Ф., Захарова Т.Н.

Сформулирован подход к конструированию плоских кривых, описанных параметрическими уравнениями в функции натурального параметра, на основе задания кривой в полярной системе координат. С помощью разработанного подхода получено обобщенное натуральное и параметрические уравнения, которые описывают определенный спектр кривых. Визуализированы некоторые из кривых, полученные с помощью предложенного подхода. Приведено обобщенное натуральное уравнение полученных кривых.

Ключевые слова: плоская кривая, натуральный параметр, параметрические уравнения, натуральное уравнение, длина дуги.

CONSTRUCTING OF FLAT CURVES IN NATURAL PARAMETRIZATION ON BASE OF POLAR SYSTEM OF COORDINATES

Pylypaka S., Zakharova T.

An approach to the constructing of flat curves, described by parametric equations in the function of the natural parameter, on the basis of the polar coordinate system is formulated in the article. Natural and parametric equations, which describe certain spectrum of curves, are received by the developed approach. Some of the curves obtained using the proposed approach are visualized. The generalized natural equation of obtained flat curves is received.

Key words: flat curve, natural parameter, parametrical equations, natural equation, length of arc.

- сової поверхні з двома параболоми, що належать паралельним площинам апаратом БН-числення..... 93
18. *Муквич М.М.* Аналітичний опис мінімальних поверхонь за допомогою ізотропних ліній, які лежать на поверхні обертання логарифмічної спіралі..... 97
19. *Найдыш А.В., Бездитный А.А.* Определение тангенциальных отображений плоской кривой 103
20. *Несвідомін В.М., Пилипака С.Ф.* Рух частинки по шорсткій горизонтальній площині, яка здійснює коливання у вертикальному напрямку..... 107
21. *Пилипака С.Ф., Захарова Т.М.* Конструювання плоских кривих у натуральній параметризації на основі полярної системи координат..... 111
22. *Пилипака С.Ф., Несвідомін А.В.* Рух частинки по шорсткій поверхні еліпсоїда обертання..... 116
23. *Подкоритов А.М., Ісмаїлова Н.П.* Графічний спосіб профілізації многозахідної черв'ячної фрези, що виключає інтерференцію..... 121
24. *Рақ Л.О., Шилова О.В.* Моделювання процесу обслуговування параметрів потоків в черзі..... 126
25. *Рижавський К. Є., Мартин С. В., Придатко О. В.* Комп'ютерні графічні технології у підготовці фахівців технічного спрямування..... 130
26. *Сидоренко О.С., Сімонова О.Г., Шеліхова І.Б.* Поводження траєкторії рухомої частки усередині еліптичного більярда... 138
27. *Соболь О.М.* Моделювання замкненого контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями..... 144
28. *Спиринцев Д.В., Найдыш А.В.* Особенности методов интерполяции на примере пакетов символьной математики ... 151
29. *Сухарькова О.І.* Дослідження коливань пружинного маятника за аналізом зображення фазової траєкторії 157
30. *Холковський Ю.Р.* Геометричне моделювання багатопараметричних систем та середовищ з використанням п-вимірної інтерполяції..... 162
31. *Чепіжний А.В.* Визначення положень і швидкостей ланок плоских механізмів з допомогою тригранника Френе 166
32. *Черников А.В., Рагулин В.Н.* Применение современных технологий компьютерного моделирования в исследовании подвески рабочего оборудования автогрейдера..... 172
33. *Шевченко С.М., Адашевська І.Ю.* Геометричне моделювання профілю відбивача пожежного сповіщувача диму..... 178

Наукове фахове видання

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ

Збірник наукових праць

Випуск 7

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації: Серія КВ № 21030-10830Р від 29.09.2014 р.

Збірник наукових праць включено до Переліку наукових фахових видань України з технічних наук (наказ Міністерства освіти і науки України № 241 від 09.03.2016)

Підписано до друку 02.12.2016 р. Формат 60x84 1/16
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman Cyr.
Друк цифровий. Ум. друк. арк. 10,87.
Наклад 100 прим. Зам. № 1945

Видавець

Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Адреса: 72312, м. Мелітополь, вул. Гетьманська, 20
Тел. (0619) 44 04 64

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів
видавничої продукції від 16.05.2012 р. серія ДК № 4324

Надруковано ФО-П Однорог Т.В.
72313, м. Мелітополь, вул. Героїв Сталінграду, 3а
Тел. (067) 61 20 700

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів
видавничої продукції від 29.01.2013 р. серія ДК № 4477