

*У даній статті пропонується новий метод з використанням програми MathCAD-14 для визначення пружних констант анізотропного матеріалу, який складається з великої кількості армованих шарів. Були розглянуті десять випадків багатослойних анізотропних порожнистих циліндрів з різною структурою армування. Для кожного випадку армування визначається напружений стан порожнистого циліндра під дією згинального моменту. Показано, що при збільшенні товщини порожнистого циліндра, дотична напруженість та поздовження знижує напруженість.*

*В данной статье предлагается новый метод с использованием программы MathCAD - 14 для определения упругих констант анизотропного материала, состоящего из большого количества армированных слоев. Были рассмотрены десять вариантов многослойных анизотропных полых цилиндров с различной структурой армирования. Для каждого варианта армирование определяется напряженным состоянием полого цилиндра под действием изгибающего момента. Показано, что при увеличении толщины полый цилиндр, касательное напряжение и продольная снижают напряжение.*

УДК 621. 9. 048

**Б.Я.Татьянченко**, к.т.н., доцент, Сумський НАУ

**В.Б.Тарельник**, д.т.н., професор, Сумський НАУ

#### **ДОДАТКОВА НЕСУЧА ЗДАТНІСТЬ ПРЕСОВОГО З'ЄДНАННЯ З ПЕРІОДИЧНИМ КІЛЬЦЕВИМ КОНТАКТОМ СПРЯЖЕНИХ ПОВЕРХОНЬ**

*Вивчаються можливості додаткової несучої здатності пресових з'єднань з періодичнозмінною поверхнею контакту спряжених поверхонь.*

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Однією з актуальних задач машинобудування являється підвищення міцності, надійності і довговічності нерухомих з'єднань типу «вал – втулка», а також збільшення їх несучої спроможності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У багатьох випадках до таких з'єднань ставиться вимога забезпечити високу герметичність в місцях контакту спряжених деталей. Для цього використовуються різні методи варіації твердістю контактуючих поверхонь, способи впливу на хімічну активізацію матеріалів з метою підвищення щеплення поверхонь або, навпаки, для зменшення хімічної і ерозійної чутливості до оточуючого середовища. З метою підвищення несучої здатності з'єднань такого типу найчастіше застосовуються різні методи забезпечення високої зносостійкості шляхом зміни величин натягу і коефіцієнта тертя. При складанні пресових з'єднань застосовують деформування деталей. Існує багато конструктивних рішень, а також способів обробки спряжених поверхонь з нанесенням електроерозійним легуванням або іншими методами прошарків з кольорових

металів, до яких входить індій, олово, кадмій, свинець, нікель, мідь, срібло та їх сплави [1]. В наведеній роботі пропонується спосіб обробки спряжених поверхонь сталей або чавунних деталей, за яким на цих поверхнях формується шар з кольорового металу або сплаву, а поверх цього шару наносять зносостійкі кільцеві ланки покриття з твердих сплавів. Кільцеві виступи мають ширину 4...6 мм з інтервалами (впадинами) між ними 4...6 мм. Міцність, надійність і довговічність такого нерухомого з'єднання забезпечується за рахунок кільцевих поверхонь контакту, сформованих з твердого зносостійкого сплаву, що має високий коефіцієнт тертя.

Слід зауважити, що наявність впадин між кільцевими виступами обумовлює додаткову несучу здатність такого з'єднання за рахунок радіальних деформацій втулки, посадженої з натягом на кільцеві виступи. При осьовому зміщенні втулки відносно шийки вала необхідно деформувати втулку до зовнішнього діаметра виступів, що визначається попереднім натягом з'єднання. Потенціальна енергія деформації втулки при осьовому переміщенні на величину впадини між кільцевими виступами еквівалентна

роботі, витраченій на переміщення, оскільки робота зовнішніх сил чисельно дорівнює потенціальній енергії деформації.

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Метою даної роботи є теоретична оцінка додаткової несучої здатності пресового з'єднання з періодичним кільцевим контактом спряжених поверхонь.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Це одна з задач моментної теорії оболонок. Розглянемо частину втулки (рис.1) між двома сусідніми виступами. Розміри втулки до деформації: серединний радіус  $R$  і товщина  $h$ . Після напрусування втулки на вал з натягом  $w_0$  зворотні радіальні прогини утворюють кільцеві циліндричні виступи, форма яких визначається функцією  $w = w(x)$  зігнутої серединної лінії в

$$w = e^{-kx}(C_1 \sin kx + C_2 \cos kx) + e^{+kx}(C_3 \sin kx + C_4 \cos kx) + w^*, \quad (1)$$

де  $k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 h^2} \left[ \frac{1}{M} \right]}$ ,

$\mu$  - коефіцієнт Пуассона для матеріалу втулки.

Це загальне рівняння, в якому часткове рішення  $w^* = \frac{pR^2}{Eh}$  залежить від закону зміни тиску  $p$  вдовж твердої оболонки. У нашому випадку на досліджуваній ділянці зовнішній тиск відсутній,

радіальному перерізі. Додаткова енергія, необхідна для осьового зміщення втулки відносно вала, дорівнює різниці між потенціальною енергією деформації втулки до діаметра виступу з початковим натягом  $w_0$  на довжині впадини  $2l$  і потенціальної енергії втулки у стані прогину між двома сусідніми виступами. Це й буде додаткове осьове навантаження на пресове з'єднання такого типу.

Радіальні переміщення тонкостінної циліндричної оболонки при симетричному навантаженні визначається рівнянням, отриманим для смужки, вирізаної двома осьовими перерізами, централь-

ний кут між якими становить  $\frac{1}{R}$  [2]:

тому  $w^* = 0$ . З двох складових рівняння (1), які залишаються, перша уявляє собою швидко затухаючу функцію, що обумовлюється множником  $e^{-kx}$ , а друга безмежно збільшується із зростанням абсциси  $x$  в силу наявності експонентного множника  $e^{kx}$ .

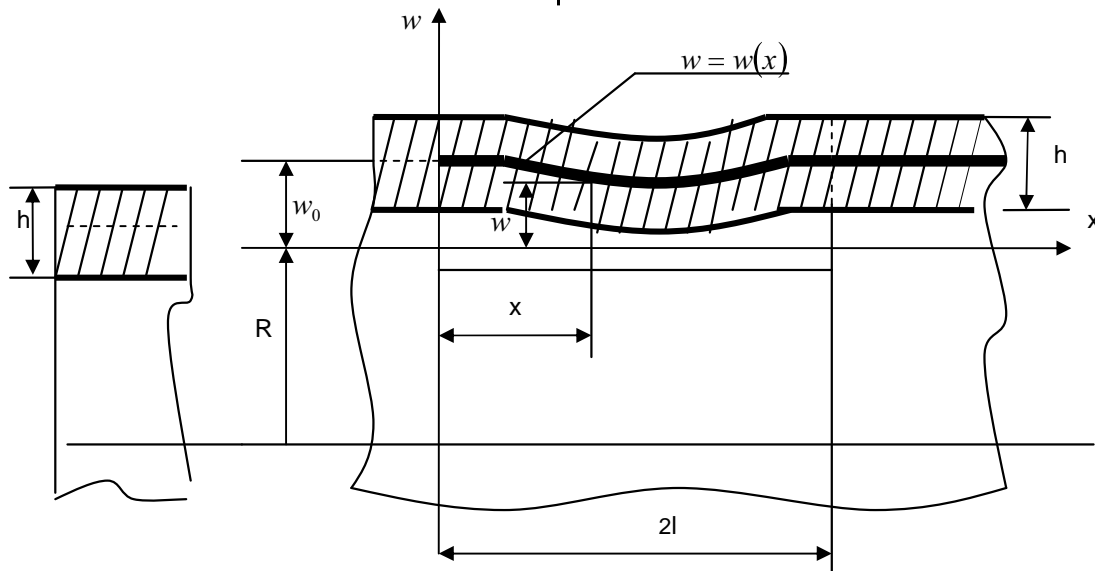


Рисунок 1. Розрахункова схема деформованого елемента втулки

Прогини смужки не мають можливості безмежно зростати, тому логічно було б припустити, що  $C_3 = C_4 = 0$ ; і рівняння пружної деформованої лінії смужки записати у вигляді

$$w = e^{-kx}(C_1 \sin kx + C_2 \cos kx) \quad (2)$$

з постійними  $C_1$  і  $C_2$ , які знаходяться з умов крайової задачі:

1.  $x = 0, w = w_0$ , звідки  $C_2 = w_0$ ;

$$2. x = 0, \theta = \frac{dw}{dx} = 0, \text{ що дає } C_1 = C_2.$$

Тоді рівняння для прогинів

$$w = w_0 e^{-kx} (\sin kx + \cos kx) \quad (3)$$

буде періодично, швидко згасаючою функцією з періодом  $2\pi = kx$ , який в одиницях довжини складає  $\frac{2\pi}{k}$ , залежить виключно від параметрів

$k$  і для найбільш поширених сталевих втулок ( $R = 10 \dots 100$  мм,  $h = 2 \dots 10$  мм,  $\mu = 0,3$ ) змінюється в межах від 0,004 до  $0,280 \frac{1}{\text{мм}}$ . Прогин досягає

нульового значення при  $kx = \frac{3\pi}{4}$ , або для

приведених вище розмірів втулок при  $x = 8,5 \dots 58,0$  мм.

Приведений аналіз дозволяє припустити, що у випадку невеликої ширини канавки (4...6 мм) можна допустити присутність швидко зростаючої складової рівняння (1). Це дозволить точніше визначити характер кривої  $w = w(x)$  за рахунок варіацій постійними  $C_1 \dots C_4$ .

Скориставшись відомими диференційними залежностями, отримуємо з рівняння (1) функцію для кутів нахилу пружної лінії

$$\theta = \frac{dw}{dx} = ke^{-kx} [-C_1(\cos kx + \sin kx) + C_2(\cos kx - \sin kx)] + ke^{kx} [C_3(\cos kx - \sin kx) + C_4(\cos kx + \sin kx)] \quad (4)$$

а також функцій згинальних моментів і поперечних сил:

$$M = D \frac{d^2 w}{dx^2} = 2Dk^2 [e^{-kx} (C_1 \sin kx - C_2 \cos kx) + e^{kx} (C_3 \sin kx + C_4 \cos kx)]; \quad (5)$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = 2Dk^3 \{ e^{-kx} [C_1(\cos kx - \sin kx) + C_2(\cos kx + \sin kx)] + e^{kx} [-C_3(\cos kx + \sin kx) + C_4(\cos kx - \sin kx)] \}, \quad (6)$$

де  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  - циліндрична жорсткість,

$E$  - модуль пружності першого роду для матеріалу втулки.

Для визначення постійних у рівнянні (1) скористаємось граничними умовами для функції  $w = w(x)$  та екстремумом посередині впадини (рис.1).

$$\left. \begin{aligned} x = 0, w = w_0 &\rightarrow C_1 + C_3 = w_0; \\ x = 0, \theta = 0 &\rightarrow -C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0; \\ x = \ell, \theta = 0 &\rightarrow -mC_1 + nC_2 + ne^{2k\ell}C_3 + me^{2k\ell}C_4 = 0; \\ x = \ell_1, Q = 0 &\rightarrow nC_1 + mC_2 - me^{2k\ell}C_3 + ne^{2k\ell}C_4 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де  $m = \cos kl + \sin kl$ ;  $n = \cos kl - \sin kl$ .

Записавши коефіцієнти при невідомих  $C_1 \dots C_4$  і вільні члени рівнянь (7) у вигляді матриці

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & w_0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -m & n & ne^{2kl} & me^{2kl} & 0 \\ n & m & -me^{2kl} & ne^{2kl} & 0 \end{vmatrix}$$

і скориставшись послідовним виключенням невідомих за методом Гауса-Жордана, знаходимо:

$$\left. \begin{aligned} C_4 &= w_0 \frac{-(m+n)[(e^{2kl}-2)n+m] + (m-n)[(e^{2kl}+2)m-n]}{(ne^{2kl}-m)[(e^{2kl}-2)n+m] + (e^{2kl}m-n)[(e^{2kl}+2)m+n]}; \\ C_3 &= \frac{w_0(m-n) - (e^{2kl}m-n)C_4}{(e^{2kl}-2)n+m}; \\ C_2 &= w_0 - 2C_3 - C_4; \\ C_1 &= w_0 - C_3. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Застосовуючи теорему Клапейрона для роботи внутрішніх сил, можна знайти потенціальну енергію деформації, для балки-смужки одиночної ширини і довжиною  $2l$  в її стані, зображеному на рис.1:

$$U = 2 \int_0^l \frac{M^2(x) dx}{2D} = \frac{1}{D} \int_0^l M^2(x) dx, \quad (9)$$

де  $M(x)$  - функція згинального момента (5);

$$\mu = \mu_2.$$

$$U_1 = \pi R D k^3 \left\{ 2 \left[ e^{2kl} (C_4^2 + C_3^2) - e^{-2kl} (C_2^2 + C_1^2) \right] + 8(C_1 C_3 - C_2 C_4) kl + \right. \\ \left. + \left[ e^{-2kl} (-C_1^2 + C_2^2 + 2C_1 C_2) + e^{2kl} (-C_3^2 + C_4^2 + 2C_3 C_4) - 4(C_1 C_3 + C_2 C_4) \right] \sin 2kl + \right. \\ \left. + \left[ e^{-2kl} (C_1^2 - C_2^2 + 2C_1 C_2) + e^{2kl} (-C_3^2 + C_4^2 - 2C_3 C_4) + 4(C_2 C_3 - C_1 C_4) \right] \cos 2kl + \right. \\ \left. + \left[ (C_1^2 - C_3^2) - 2(C_1 C_2 - C_3 C_4) + 3(C_2^2 - C_4^2) + 4(C_1 C_4 - C_2 C_3) \right] \right\}. \quad (10)$$

Потенціальна енергія кільця, посаженого на вал радіусом  $R$  з натягом  $w_0$

$$U_2 = 2\pi p R l w_0, \quad (11)$$

де тиск на поверхні контакту втулки з валом визначається за формулою [3]:

$$p = \frac{w_0}{2R \left( \frac{A_1}{E_1} + \frac{A_2}{E_2} \right)}. \quad (12)$$

$$\text{Тут } A_1 = \frac{R^2 + R_1^2}{R^2 - R_1^2} - \mu_1; \quad A_2 = \frac{R_2^2 + R^2}{R_2^2 - R^2} + \mu_2; \quad E_1 \text{ і}$$

$E_2$ ,  $\mu_1$  і  $\mu_2$  - модулі пружності і коефіцієнти поперечної деформації матеріалів вала і втулки;  $R_1$  - внутрішній радіус вала, якщо він має кільцевий переріз;  $R_2$  - зовнішній радіус втулки;  $R$  - радіус спряження.

Роботу, необхідну для спресування втулки,

Тоді потенціальна енергія кільця довжиною  $2l$  буде

$$U_1 = \frac{2\pi R}{D} \int_0^l M^2(x) dx.$$

Після інтегрування (9) і спрощень отримуємо:

отримаємо як різницю між (11) і (10):

$$A = U_2 - U_1.$$

Середнє значення осьової сили, необхідної для спресування втулки,

$$P = \frac{A}{2l}$$

визначає додаткову несучу здатність пресового з'єднання такого типу. Наявність кільцевих канавок на шийці вала дещо зменшить величину крутного моменту внаслідок зменшення площі контакту, але якщо передбачити гвинтові канавки з кутом підйому, протилежним напрямку крутного моменту, то можна збільшити і обертальну потужність з'єднання.

**Висновок.** Запропоновано аналітичне рішення задачі для визначення додаткової несучої здатності пресового з'єднання з періодичними кільцевими канавками на шийці вала.

#### Література

1. Патент 2410212, Российская Федерация, В23Н 9/00. Способ обработки сопрягаемых поверхностей стальных и/или чугунных деталей / Марцинковский В. С., Тарельник В. Б., Коноплянченко Е. В., Олейник И. А./ Опубл. 27.01.2011, Бюл. № 24.
2. Писаренко Г. С. Опір матеріалів. / Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Е. С. – Київ: "Вища школа", 1993. – 655 с.
3. Иванов М. Н. Детали машин / Иванов М. Н. – М.: "Высшая школа", 1991. – 383 с.

*Изучаются возможности дополнительной несущей способности прессовых соединений с периодически изменяемой поверхностью контакта сопрягаемых поверхностей.*

*Possibilities of additional bearing strength of press connections are studied with the periodically changeable surface of contact of the conjugated surfaces.*