

АНАЛИТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНЫХ МАШИН

*Довжик М. Я., к.т.н., доцент, Сиренко Ю.В., аспирантка
кафедры тракторов, с.-х. машин и транспортных технологий
Сумский национальный аграрный университет, г. Сумы, Украина*

Получены три вида уравнений в параметрической форме для траектории неустановившегося движения четырехколесной машины с передними управляемыми колесами в функции угла поворота корпуса машины и в функции времени. Результатами работы можно воспользоваться для планирования разворотов МТА при выполнении сельскохозяйственных работ или для автоматического управления агрегатами и машинами.

Исследование условий криволинейного движения машин имеет важное практическое значение. Криволинейное движение существенно отличается от прямолинейного движения. Как правило, кинематические и динамические условия работы значительно усложняются, что требует изучения многих дополнительных факторов, влияющих на управляемость, устойчивость и надежность движения машины. В работе [1] приводятся результаты математического моделирования движения транспортного средства с целью установления оптимальных конструктивных параметров при выполнении определенных технических операций. В работах [2, 3] изучается кинематика произвольно расположенной опоры (колеса или гусеницы) через определение движения мгновенного центра скорости. Известны также попытки анализа силового взаимодействия колеса или гусеницы с грунтом во время поворота [4, 5]. Несмотря на значительное количество работ, посвященных криволинейному движению машин, следует отметить, что это явление изучено еще в недостаточной степени. Особенно ощущается необходимость в определении траектории движения с помощью аналитических уравнений, что дало бы возможность создавать соответствующие программы управления движением машин по криволинейным траекториям.

В данной статье сделана попытка описать криволинейную траекторию четырехколесной машины с передними управляемыми колесами с помощью параметрических уравнений в функции угла поворота корпуса машины φ и в функции времени t .

В работе [6] получены уравнения в параметрической форме для траектории неустановившегося движения четырехколесной машины с передними управляемыми колесами в функции угла поворота корпуса машины φ , описывающие вход в поворот и выход из поворота левого и правого направлений. В правой декартовой системе координат уравнение для центра масс машины C приведены в виде:

$$x = \ell \left[-\frac{(1+k)^2}{4k} \varphi^2 + \frac{\alpha_0(1-k^2)}{2k^2} \varphi - \frac{\alpha_0^2 - 2k^2}{2k^3} \ln \left| \frac{\alpha_0 + k\varphi}{\alpha_0} \right| \right];$$

$$y = \ell \left[\frac{(1+k)}{k} \varphi - \frac{\alpha_0}{k^2} \ln \left| \frac{\alpha_0 + k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]. \quad (1)$$

Здесь ℓ – расстояние от центра тяжести до задней оси машины; α_0 – начальное значение курсового угла α , что соответствует времени $t = 0$ или точке $(x=0; y=0)$; k – коэффициент интенсивности изменения угла α , который принимается положительным при входе в поворот и отрицательным на участке выхода из поворота. При выводе этих уравнений был принят линейный закон изменения курсового угла: $\alpha = \alpha_0 + k\varphi$.

При постоянной скорости v элементарная дуга: $dS = R d\varphi = v dt$, где R – радиус кривизны траектории. После интегрирования этого уравнения и определения постоянной из условия $(\varphi=0, t=0)$ с учетом α получим:

$$t = \frac{\ell}{vk} \ln \left| \frac{\alpha_0 + k\varphi}{\alpha_0} \right| \text{ или } \varphi = \frac{\alpha_0}{k} \left(e^{\frac{kv t}{\ell}} - 1 \right). \quad (2)$$

Уравнения (1) позволяют определять траектории неустановившегося движения независимо от скорости v , которая посредством учитывается аргументом φ . Но практическое воспроизведение траекторий осложняется в связи с непростым законом изменения φ во времени. По этим причинам целесообразно уравнения (1) записать через аргумент t , воспользовавшись зависимостью (2):

$$\begin{aligned} x &= \ell \left[-\frac{\alpha_0^2(1+k)^2}{4k^3} \left(e^{\frac{kv t}{\ell}} - 1 \right) + \frac{\alpha_0^2(1-k^2)}{2k^3} \left(e^{\frac{kv t}{\ell}} - 1 \right) - \frac{\alpha_0^2 - 2k^2}{2k^2\ell} vt \right]; \\ y &= \ell \left[\frac{\alpha_0(1+k)}{k^2} \left(e^{\frac{kv t}{\ell}} - 1 \right) - \frac{\alpha_0}{k} \cdot \frac{vt}{\ell} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (1) и (3) абсолютно идентичны, только записанные в функции различных аргументов. Уравнение (3) позволяет исследовать повороты и развороты машин и агрегатов в функции времени и получить все параметры движения (координаты x и y , углы α и φ , радиус кривизны R , путь $S=vt$) в соответствии с углом поворота руля или управляемых колес. В работе [7] получены новые уравнения для траектории неустановившегося движения четырехколесной машины:

$$\begin{aligned} x &= vt \left[\left(1 - \frac{1}{2} \alpha_0^2 \right) - \frac{1}{2} \alpha_0 \left(k + \alpha_0 \frac{v}{\ell} \right) t - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} k^2 + \alpha_0 k \frac{v}{\ell} + \frac{1}{3} \alpha_0^2 \frac{v}{\ell^2} \right) t^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{8} k \frac{v}{\ell} \left(k + \alpha_0 \frac{v}{\ell} \right) t^3 - \frac{1}{40} k^2 \frac{v^2}{\ell^2} t^4 \right]; \quad y = vt \left[\alpha_0 + \frac{1}{2} \left(k + \alpha_0 \frac{v}{\ell} \right) t + \frac{1}{6} k \frac{v}{\ell} t^2 \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь функция курсового угла принята в зависимости от времени t : $\alpha = \alpha_0 + kt$, где коэффициент интенсивности изменения курсового угла k имеет размерность c^{-1} , а соотношение между φ и t согласно с приведенным выше выражением для элементарной дуги траектории будут:

$$\varphi = \frac{v}{\ell} \left(\alpha_0 t + \frac{1}{2} kt^2 \right); \quad t = -\frac{\alpha_0}{k} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_0}{k} \right)^2 + \frac{2\ell}{vk} \varphi}. \quad (5)$$

Если же известны α_0 , v , φ_k и время t , то коэффициент k можно найти непосредственно из зависимости $\alpha = \alpha_0 + kt$.

Как видно, уравнения (4) пригодные для определения всех возможных маневров колесной машины и при любых значениях исходных параметров. Единственное ограничение при использовании этих уравнений обусловлено допущением $\sin\alpha = \alpha$, которое допустимо приближенно при $\alpha < 30^\circ$, и которое влияет на траекторию кругового движения при значениях курсового угла за обозначенной границей.

Каждая из рассмотренных форм параметрических уравнений траектории неустановившегося движения колесной машины совершенствует предыдущую форму, которую также не следует отвергать, потому что каждая из приведенных форм имеет свои особенности. Уравнения (1), например, дают возможности строить траектории независимо от скорости движения, то есть построенная по этим уравнениям траектория при некоторых значениях α_0 и k верна для любой скорости v , если привести в соответствие с ней время движения t согласно (5). Уравнение (3) описывают неустановившееся движение в естественном виде – в функции времени. А уравнения (4) простые в использовании и тоже позволяют выразить все параметры движения в функции времени.

Литература.

1. Поддубный В. И. Математическая модель движения колесного трактора / В. И. Поддубный // Ползуновский альманах. – 2005. – №3. – С.73-76.
2. Позин Б. М. Кинематические соотношения при взаимодействии движителя с грунтом при повороте / Б. М. Позин, И. П. Трояновская // Вестник ЮурГУ. Серия «Машиностроение». – Челябинск: изд-во ЮурГУ, 2005. – Вып. 7. – №14 (54). – С. 93-96.
3. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин / Г. А. Смирнов. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
4. Трояновская И. П. Развитие и анализ взглядов на силовое взаимодействие колеса с грунтом при повороте машины / И. П. Трояновская // Сб. научных трудов «Механика и процессы управления», Труды XXXVIII Уральского семинара. Т.1 / УрО РАН. – Екатеринбург, 2008. – С.230-237.
5. Трояновская И. П. Силовое взаимодействие гусеничного движителя с грунтом на повороте / И. П. Трояновская // Тракторы и с/х машины. – 2007. – №12. – С.19-20.
6. Мельник В. І. Аналітичний спосіб дослідження криволінійного руху чотирьохколісної машини. В. І. Мельник, М. Я. Довжик, Б. Я. Татьянченко, О. О. Соларьов, Ю. В. Сіренко // Східно-Європейський журнал передових технологій. Прикладна механіка. *Вип. 3, № 7 (87), (2017). С. 59-65.*
7. Татьянченко Б. Я. Результаты аналитических исследований траектории криволинейного движения четырехколесных машин. // Б. Я. Татьянченко, Ю. В. Сиренко // Техническое обеспечение инновационных технологий в сельском хозяйстве: сборник научных статей Международной научно-практической конференции (Минск, 22–24 ноября 2017 года) / редкол.: В. П. Чеботарев [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2017. – 324 - 327 с.