

УДК 631.312

РУХ ЧАСТИНКИ ПО ВНУТРІШНІЙ ПОВЕРХНІ ІЗ ЗАДАНИМ МЕРИДІАНОМ, ЯКА ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО ВЕРТИКАЛЬНОЇ ОСІ

Т. М. Волина, С. Ф. Пилипака, В. М. Бабка

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна.

Стаття зі спеціальності: 131 – прикладна механіка.

Кореспонденція авторів: t.n.zaharova@ukr.net.

Історія статті: отримано – червень 2021, акцептовано – листопад 2021, опубліковано – 17 грудня 2021 року.
Бібл. 8, рис. 9, табл. 0.

Анотація. У статті розглянуто відносний рух частинки по поверхні, яка обертається навколо вертикальної осі. Меридіаном поверхні є вітка параболі, зміщена від осі симетрії на задану величину. Складено диференціальні рівняння відносного переміщення частинки, які розв'язано чисельними методами. Побудовано траєкторії руху частинки та графіки зміни швидкостей. З'ясовано закономірність руху частинки при її підйомі по поверхні.

Ключові слова: поверхня обертання, кутова швидкість обертання, відносний рух, частинка, диференціальні рівняння, траєкторія ковзання.

Постановка проблеми

Рух частинок по поверхнях, які обертаються навколо вертикальної осі, має місце у пристроях відцентрової дії. Зокрема, це стосується пристроїв для розсіювання мінеральних добрив, вилучення соку із подрібнених овочів і фруктів, очищення повітря від частинок пилу в циклонах. Частинка здійснює складний рух, який є сумою двох рухів: переносного руху поверхні і відносного руху частинки по поверхні, тобто її ковзання. Досить повно досліджено рух частинок по горизонтальній площині та по поверхні конуса, які обертаються навколо вертикальної осі. Рух частинок по інших поверхнях, що обертаються, має свої особливості, які залежать від форми меридіана.

Аналіз останніх досліджень

Рух частинок технологічного матеріалу по робочих поверхнях сільськогосподарських машин розглянуто в монографіях [1, 2]. У монографіях [3, 4] розглянуто переміщення частинок по рухомих поверхнях у процесі їх сепарування та вібраційного транспортування. У статтях стосовно даного напрямку досліджень розглядаються питання руху частинок по робочих поверхнях конкретних машин: відцентрових висівних органів [5], висівних апаратів

[6]. У праці [7] розглянуто рух частинки по внутрішній поверхні ротаційного конуса з вертикальною віссю обертання. Найбільш близькою до даного дослідження працею за тематикою є [8], у якій розглядається рух частинки по зовнішній поверхні циліндра, що здійснює поступальні коливання в горизонтальних площинах.

Мета досліджень

Дослідити закономірності руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні, меридіаном якої є вітка параболі, зміщена від осі на задану величину, і яка обертається навколо вертикальної осі із сталою кутовою швидкістю.

Результати досліджень

Частинки матеріалу можуть попадати на поверхню, що обертається, по різному: згори, знизу, безпосередньо на поверхню. Наприклад, у соковижималках відцентрового типу подрібнений матеріал потрапляє на поверхню сита у вигляді конуса знизу із горизонтальної терки, яка теж обертається. Сито може бути як циліндричним, так і конічним. На рис. 1,а показана схема розташування терки у вигляді горизонтального диска радіуса r і сита у вигляді конуса із кутом β нахилу твірних. Завдяки конічному сити мезга може рухатися по його поверхні вгору для подальшого очищення сита, що неможливо у циліндричних ситах. Однак у циліндричних ситах ступінь забору соку вищий. У статті пропонується розглянути поверхню сита зі змінним кутом β , який по мірі підйому частинок мезги зростає (рис. 1,в). Це дає можливість поєднати переваги обох сит.

Крім того, траєкторія руху частинок подрібненого матеріалу із терки на сито має особливу точку на межі цих поверхонь, яка полягає в стрибкоподібній зміні напрямку руху. Фізична природа руху частинки передбачає траєкторію з плавною зміною кривини. Внаслідок цього відбувається залипання матеріалу і формування такої поверхні, яка

забезпечить прийнятну траєкторію (рис. 1,б). Щоб уникнути явища залипання, доцільно сито зробити зі змінним кутом β , який у нижній точці повинен бути рівним нулю (рис. 1,в).

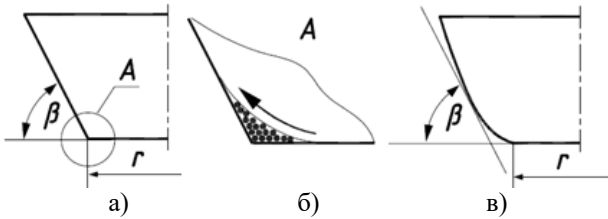


Рис. 1. Схема варіантів поверхні сита: а) сито у вигляді конічної поверхні із кутом β нахилу твірних; б) збільшений фрагмент поверхонь сита і терки з можливою новою формою внаслідок залипання частинок подрібненого матеріалу; в) сито у вигляді поверхні обертання зі змінним кутом β .

Fig. 1. Scheme of the variants of the sieve surface:

a) a sieve in the form of a conical surface with an angle β of inclination of generatrices; b) an increased fragment of the sieve surfaces and grater with a possible new shape due to the sticking of particles of crushed material; c) a sieve in the form of a surface of rotation with a variable angle β .

З огляду на простоту аналітичного запису меридіаном поверхні сита візьмемо вітку параболи, зміщену від осі симетрії на величину r .

Якщо взяти параболу $z=b \cdot \rho^2$, де b – стала величина, то параметричні рівняння поверхні обертання, для якої вітка параболи є меридіаном, зміщеним від осі симетрії на величину r , запишуться:

$$\begin{aligned} X &= \rho \cos \alpha; \\ Y &= \rho \sin \alpha; \\ Z &= z, \end{aligned} \quad (1)$$

де b – стала величина, яка впливає на форму поверхні; ρ , α – незалежні змінні поверхні, які мають фізичний зміст: ρ – відстань від точки параболи до осі її симетрії; α – кут повороту радіус-вектора $\rho+r$ навколо осі OZ від нульового значення до точки на поверхні.

Поточне значення кута β можна знайти через похідну параболи $z'=\text{tg}\beta$, тобто $2 \cdot b \cdot \rho = \text{tg}\beta$. На основі цього можна перейти в рівняннях (1) від змінної ρ до змінної β , внаслідок чого незалежними змінними поверхні будуть два кути:

$$\begin{aligned} X &= (2a \text{tg}\beta + r) \cos \alpha; \\ Y &= (2a \text{tg}\beta + r) \sin \alpha; \\ Z &= a \text{tg}^2 \beta, \end{aligned} \quad (2)$$

де між сталими a і b існує взаємозв'язок $a=1/4b$.

Кут α змінюється в межах $\alpha=0 \dots 2\pi$, кут β – в межах $\varepsilon=0 \dots \beta_0 < 90^\circ$, де від значення кута β_0 залежить висота відсіку поверхні.

Обертання відсіку поверхні будемо розглядати по відношенню до двох систем координат: нерухомої $OXYZ$ і рухомої $Oxuz$, яка буде обертатися разом із відсіком. Якщо відсік поверхні (2) буде обертатися навколо осі OZ із кутовою швидкістю ω , то за час t він повернеться на кут $\theta=\omega \cdot t$. Застосуємо відомі формули повороту однієї системи координат відносно другої:

$$\begin{aligned} X &= (2a \text{tg}\beta + r) \cos \alpha \cos \theta - (2a \text{tg}\beta + r) \sin \alpha \sin \theta; \\ Y &= (2a \text{tg}\beta + r) \cos \alpha \sin \theta + (2a \text{tg}\beta + r) \sin \alpha \cos \theta; \\ Z &= a \text{tg}^2 \beta. \end{aligned} \quad (3)$$

Після спрощень із врахуванням $\theta=\omega \cdot t$ рівняння (3) набувають вигляду:

$$\begin{aligned} X &= (2a \text{tg}\beta + r) \cos(\alpha + \omega t); \\ Y &= (2a \text{tg}\beta + r) \sin(\alpha + \omega t); \\ Z &= a \text{tg}^2 \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

Нехай в початковий момент при $t=0$ дві системи координат збігаються, поверхня сита і диск не обертаються і частинка знаходиться на меридіані в площині OYZ . Таке положення частинки показано на рис. 2, на якому з метою наочності зображено нижню частину сита. До неї прикладені наступні сили: сила ваги mg (m – маса частинки, $g=9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння), реакція поверхні N , та сила тертя $f \cdot N$ (f – коефіцієнт тертя), яка не дозволяє частинці рухатися вниз вздовж меридіана в напрямку початку координат.

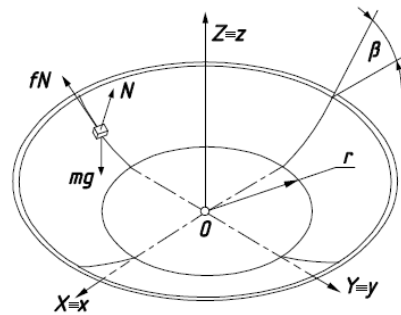


Рис. 2. Розташування частинки на поверхні сита та схема прикладених до неї сил з урахуванням того, що нерухома і рухома системи координат збігаються на початку руху.

Fig. 2. The location of the particle on the surface of the sieve and the scheme of forces applied to it, taking into account the fact that the fixed and moving coordinate systems coincide at the beginning of the movement.

При обертанні диска зі сталою кутовою швидкістю ω за час t він повернеться на кут $\theta=\omega \cdot t$ (рис. 3). Якби частинка не ковзала по диску, то вона повернулася б разом із диском на кут θ і зайняла б положення на тому ж самому меридіані після його повороту. В результаті ковзання частинка займе інше положення (рис. 3). Ковзання частинки відбувається в протилежну сторону обертання диска. Напрямок відносної швидкості V_r спрямований по дотичній до траєкторії ковзання частинки (рис. 3).

Рівняння руху частинки будемо складати у вигляді $m\bar{w}=\bar{F}$, де \bar{w} – вектор прискорення, \bar{F} – результуючий вектор прикладених до частинки сил. Всі вектори будемо визначати в проєкціях на осі нерухомої системи координат. Рух окремої частинки зі сталим коефіцієнтом f сухого тертя не може ототожнюватися з рухом вологої подрібненої маси. Однак розв'язок спрощеної задачі для окремої частинки дасть змогу виявити закономірності її відносного руху і ці закономірності певною мірою стосуватимуться і всієї подрібненої маси.

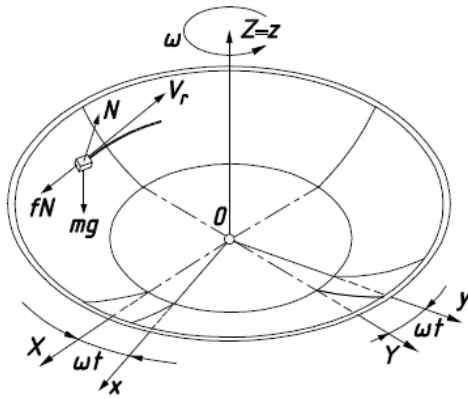


Рис. 3. Розташування частинки на поверхні сита та схема прикладених до неї сил у разі, коли сито разом із рухомою системою обертається, частинка ковзає по його поверхні.

Fig. 3. The location of the particle on the surface of the sieve and the scheme of forces applied to it in the case when the sieve rotates together with the moving system, the particle slides on its surface.

Траєкторія відносного руху частинки по відношенню до рухомої системи координат $Oxuz$ опишеться залежністю між криволінійними координатами (кутами) β і α поверхні (2). Така залежність може бути задана по різному: $\beta=\beta(\alpha)$, $\alpha=\alpha(\beta)$ або ж через спільну змінну t : $\beta=\beta(t)$, $\alpha=\alpha(t)$. Для нашого випадку роль спільної змінної буде відігравати роль часу t .

Таким чином, при прийнятому взаємозв'язку $\beta=\beta(t)$ і $\alpha=\alpha(t)$ рівняння (2) задають відносну траєкторію руху частинки, а рівняння (4) – абсолютну. Вказані залежності є невідомими і їх потрібно знайти. У подальшому нам потрібні будуть вектори як відносної, так і абсолютної швидкостей. Їх ми визначатимемо диференціюванням виразів (2) і (4) по часу t . Рівняння (2) і (4) в одному випадку є рівняннями поверхні, коли ε і α є незалежними змінними, а в іншому – лініями (розшукуваними траєкторіями частинки) на поверхні. Для поверхонь ми прийняли позначення рівнянь прописними літерами, а для ліній – строчними, причому для відносної траєкторії будемо використовувати індекс « r », а для абсолютної – « a ». Отже, диференціюванням рівнянь (2) знаходимо відносну швидкість руху (ковзання) частинки по поверхні сита:

$$\begin{aligned} x'_r &= -\alpha'(2a \operatorname{tg} \beta + r) \sin \alpha + 2a\beta' \sec^2 \beta \cos \alpha; \\ y'_r &= \alpha'(2a \operatorname{tg} \beta + r) \cos \alpha + 2a\beta' \sec^2 \beta \sin \alpha; \\ z'_r &= 2a\beta' \sec^2 \beta \operatorname{tg} \beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Геометрична сума складових (5) дасть величину швидкості ковзання частинки по поверхні сита у відносному русі:

$$\begin{aligned} V_r &= \sqrt{x_r'^2 + y_r'^2 + z_r'^2} = \\ &= \sqrt{\alpha'^2 (2a \operatorname{tg} \beta + r)^2 + 4a^2 \beta'^2 \sec^6 \beta} \end{aligned} \quad (6)$$

Одиничний вектор T дотичної до траєкторії відносного руху в проєкціях на осі системи $OXYZ$ одержимо діленням проєкцій (5) на величину відносної швидкості (6):

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{-\alpha'(2a \operatorname{tg} \beta + r) \sin \alpha + 2a\beta' \sec^2 \beta \cos \alpha}{\sqrt{\alpha'^2 (2a \operatorname{tg} \beta + r)^2 + 4a^2 \beta'^2 \sec^6 \beta}}; \\ T_y &= \frac{\alpha'(2a \operatorname{tg} \beta + r) \cos \alpha + 2a\beta' \sec^2 \beta \sin \alpha}{\sqrt{\alpha'^2 (2a \operatorname{tg} \beta + r)^2 + 4a^2 \beta'^2 \sec^6 \beta}}; \\ T_z &= \frac{2a\beta' \sec^2 \beta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\alpha'^2 (2a \operatorname{tg} \beta + r)^2 + 4a^2 \beta'^2 \sec^6 \beta}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Знайдемо напрям дії реакції N поверхні (2). Вона спрямована по нормалі P до поверхні і визначається із векторного добутку двох векторів, дотичних до координатних ліній поверхні. Проєкціями цих векторів є частинні похідні рівнянь (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial \beta} &= 2a \sec^2 \beta \cos \alpha; & \frac{\partial X}{\partial \alpha} &= -(2a \operatorname{tg} \beta + r) \sin \alpha; \\ \frac{\partial Y}{\partial \beta} &= 2a \sec^2 \beta \sin \alpha; & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} &= (2a \operatorname{tg} \beta + r) \cos \alpha; \\ \frac{\partial Z}{\partial \beta} &= 2a \sec^2 \beta \operatorname{tg} \alpha; & \frac{\partial Z}{\partial \alpha} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Після векторного множення векторів (8) і приведення отриманого вектора до одиничного проєкції вектора нормалі P до поверхні запишуться:

$$\begin{aligned} P_x &= -\sin \beta \cos \alpha; \\ P_y &= -\sin \beta \sin \alpha; \\ P_z &= \cos \beta. \end{aligned} \quad (9)$$

Диференціюванням рівнянь (4) знаходимо абсолютну швидкість руху частинки по відношенню до нерухомої системи координат:

$$\begin{aligned} x'_a &= -(\alpha' + \omega)(2a \operatorname{tg} \beta + r) \sin(\alpha + \omega t) + \\ &+ 2a\beta' \sec^2 \beta \cos(\alpha + \omega t); \\ y'_a &= (\alpha' + \omega)(2a \operatorname{tg} \beta + r) \cos(\alpha + \omega t) + \\ &+ 2a\beta' \sec^2 \beta \sin(\alpha + \omega t); \\ z'_a &= 2a\beta' \sec^2 \beta \operatorname{tg} \beta. \end{aligned} \quad (10)$$

Диференціюванням виразів (10) знаходимо проєкції вектора абсолютного прискорення на осі нерухомої системи координат:

$$\begin{aligned} x''_a &= -[4a\beta' \sec^2 \beta (\alpha' + \omega) + \alpha'' (2a \operatorname{tg} \beta + r)] \cdot \\ &\cdot \sin(\alpha + \omega t) + \\ &+ [2a(\beta'' + 2\beta'^2 \operatorname{tg} \beta) \sec^2 \beta - (\alpha' + \omega)^2 (2a \operatorname{tg} \beta + r)] \cdot \\ &\cdot \cos(\alpha + \omega t); \\ y''_a &= [4a\beta' \sec^2 \beta (\alpha' + \omega) + \alpha'' (2a \operatorname{tg} \beta + r)] \cdot \\ &\cdot \cos(\alpha + \omega t) + \\ &+ [2a(\beta'' + 2\beta'^2 \operatorname{tg} \beta) \sec^2 \beta - (\alpha' + \omega)^2 (2a \operatorname{tg} \beta + r)] \cdot \\ &\cdot \sin(\alpha + \omega t); \\ z''_a &= 2a \sec^2 \beta [\beta'^2 \sec^2 \beta + \operatorname{tg} \beta (\beta'' + 2\beta'^2 \operatorname{tg} \beta)] \end{aligned} \quad (11)$$

Одиничні вектори T (7) напрямку відносної швидкості V_r і (8) нормалі P до поверхні знайдені для нерухомої поверхні. Оскільки поверхня повертається на кут $\theta = \omega t$, то вказані вектори теж потрібно повернути на цей кут, щоб вони відповідали розташуванню частинки. Поворот здійснюємо аналогічно повороту поверхні згідно формул (3). Після повороту проєкції вказаних векторів запишуться:

– одиничного вектора дотичної до відносної траєкторії:

$$T_x = \frac{-\alpha'(2atg\beta+r)\sin(\alpha+\omega t)}{\sqrt{\alpha'^2(2atg\beta+r)^2+4a^2\beta'^2\sec^6\beta}} + \frac{2a\beta'\sec^2\beta\cos(\alpha+\omega t)}{\sqrt{\alpha'^2(2atg\beta+r)^2+4a^2\beta'^2\sec^6\beta}};$$

$$T_y = \frac{\alpha'(2atg\beta+r)\cos(\alpha+\omega t)}{\sqrt{\alpha'^2(2atg\beta+r)^2+4a^2\beta'^2\sec^6\beta}} + \frac{2a\beta'\sec^2\beta\sin(\alpha+\omega t)}{\sqrt{\alpha'^2(2atg\beta+r)^2+4a^2\beta'^2\sec^6\beta}};$$

$$T_z = \frac{2a\beta'\sec^2\beta\operatorname{tg}\beta}{\sqrt{\alpha'^2(2atg\beta+r)^2+4a^2\beta'^2\sec^6\beta}}.$$
(12)

– одиничного вектора нормалі до поверхні:

$$P_x = -\sin\beta\cos(\alpha+\omega t);$$

$$P_y = -\sin\beta\sin(\alpha+\omega t);$$

$$P_z = \cos\beta.$$
(13)

Векторне рівняння $m\bar{w}=\bar{F}$ в проекціях на осі нерухомої системи координат $OXYZ$ запишеться наступним чином:

$$mx_a'' = NP_x - fNT_x;$$

$$my_a'' = NP_y - fNT_y;$$

$$mz_a'' = NP_z - fNT_z - mg.$$
(14)

Проекції одиничних напрямних векторів дотичної T до відносної траєкторії та нормалі P до поверхні наведено у (12) і (13) відповідно, вирази других похідних абсолютної траєкторії – у (11). Підстановка вказаних виразів у (14) дасть систему трьох рівнянь із трьома невідомими залежностями: $\alpha=\alpha(t)$, $\beta=\beta(t)$ і $N=N(t)$. Розв'яжемо її відносно α'' , β'' , N і отримаємо:

$$\beta'' = -\frac{\cos^3\beta}{2a} \left[g\sin\beta - (\omega+\alpha')^2 (r\cos\beta + 2a\sin\beta) \right] - 3\beta'^2 - f \frac{\beta'A}{Vr};$$

$$\alpha'' = -\frac{4a\beta'(\omega+\alpha')\sec\beta}{r\cos\beta + 2a\sin\beta} - f \frac{\alpha'A}{Vr};$$
(15)

$$N = mA,$$

$$\text{де } A = \sec\beta \left[\frac{(\omega+\alpha')^2 (r\cos\beta + 2a\sin\beta)\sin\beta +}{+ g\cos^2\beta + 2a\beta'^2\sec^2\beta} \right].$$

Система (15) фактично є системою двох перших рівнянь відносно невідомих залежностей $\alpha=\alpha(t)$ і $\beta=\beta(t)$, а залежність $N=N(t)$ знаходиться після розв'язання цієї системи. Отриману систему потрібно розв'язувати чисельними методами. Знайдені залежності $\alpha=\alpha(t)$ і $\beta=\beta(t)$ потрібно підставити у рівняння (2) для того, щоб одержати відносну траєкторію частинки по руху сита, тобто траєкторію ковзання, і у рівняння (4), щоб одержати абсолютну траєкторію руху.

На рис. 4 чисельними методами побудовано відносну траєкторію руху частинки по ситі при наступних параметрах: $a=0,01$, $r=0,05$ м, $\omega=50$ с⁻¹,

$f=0,3$. Для наочності траєкторія показана зовні сита суцільною лінією і за його межами – штриховою.

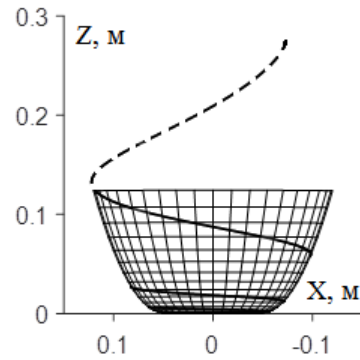


Рис. 4. Відносна траєкторія руху частинки по ситі на фронтальній проекції при $a=0,01$, $r=0,05$ м, $\omega=50$ с⁻¹, $f=0,3$.

Fig. 4. The relative trajectory of the particle movement along the sieve on the frontal projection at $a=0.01$, $r=0.05$ m, $\omega=50$ s⁻¹, $f=0.3$.

На рис. 5 такими ж лініями побудовано графік реакції поверхні $N=N(t)$ для частинки масою $m=0,001$ кг. Ця характеристика є важливою, оскільки величина реакції характеризує силу тиску частинок подрібненої маси на поверхню сита.

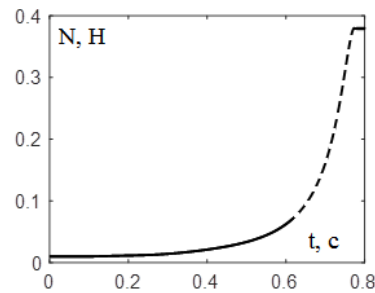


Рис. 5. Графік реакції поверхні $N=N(t)$ для частинки масою $m=0,001$ кг при $a=0,01$, $r=0,05$ м, $\omega=50$ с⁻¹, $f=0,3$.

Fig. 5. Graph of the surface reaction $N=N(t)$ for a particle with mass $m=0.001$ kg at $a=0.01$, $r=0.05$ m, $\omega=50$ s⁻¹, $f=0.3$.

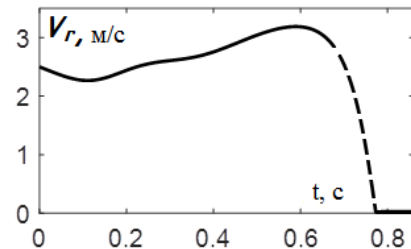


Рис. 6. Графік зміни відносної швидкості руху частинки по ситі при $a=0,01$, $r=0,05$ м, $\omega=50$ с⁻¹, $f=0,3$.

Fig. 6. Graph of the change in the relative velocity of the particle movement on the sieve at $a=0.01$, $r=0.05$ m, $\omega=50$ s⁻¹, $f=0.3$.

Із графіка видно, що реакція досягає максимальної величини біля 0,4 Н і стає сталою. Це означає, що ковзання частинки припинилося і вона обертається разом із ситом. Про це свідчать графіки

відносної і абсолютної швидкостей ковзання (рис. 6, рис. 7).

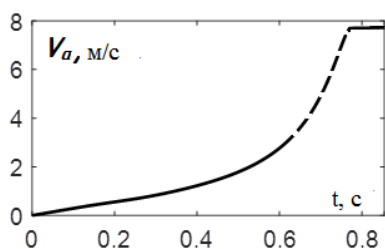


Рис. 7. Графік зміни абсолютної швидкості руху частинки по ситі при $a=0,01$, $r=0,05$ м, $\omega=50$ с⁻¹, $f=0,3$.

Fig. 7. Graph of the change in the absolute velocity of the particle movement on the sieve at $a=0.01$, $r=0.05$ m, $\omega=50$ s⁻¹, $f=0.3$.

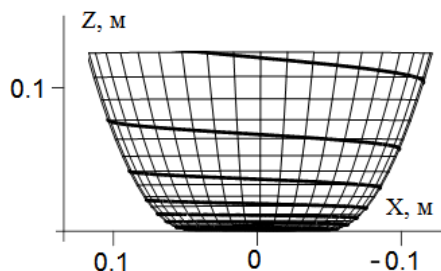


Рис. 8. Відносна траєкторія руху частинки по ситі на фронтальній проекції при $a=0,01$, $r=0,05$ м, $f=0,3$, $\omega=100$ с⁻¹.

Fig. 8. The relative trajectory of the particle movement along the sieve on the frontal projection at $a=0.01$, $r=0.05$ m, $f=0.3$, $\omega=100$ s⁻¹.

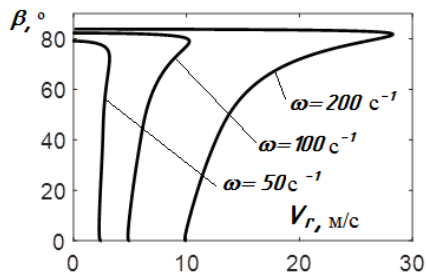


Рис. 9. Графіки залежностей $\beta=\beta(V_r)$ для різних значень кутової швидкості ω обертання сита при $a=0,01$, $r=0,05$ м, $f=0,3$.

Fig. 9. Graphs of dependencies $\beta=\beta(V_r)$ for different values of angular velocity ω of rotation of the sieve at $a=0.01$, $r=0.05$ m, $f=0.3$.

На рис. 5, рис. 6, рис. 7 суцільна крива стосується руху частинки в межах сита, а штрихова – по ситі у випадку, якби воно було продовжено вгору. Видно, що найбільш інтенсивно сік буде сходити із сита перед «залипанням» частинок, тобто при різкому гальмуванні швидкості ковзання (рис. 6). Очевидно, що це відбувається завдяки зростанню кута β (рис. 1,в). У кінчних ситах, в яких кут β сталий, гальмування швидкості ковзання не відбувається [7], через що у них значно нижчий ступінь забору соку у порівнянні із циліндричними ситами, у яких кут $\beta=90^\circ$.

При збільшенні кутової швидкості ω обертання сита збільшується швидкість V_r ковзання частинки і

при цьому змінюється її траєкторія: витки траєкторії розташовуються більш щільно у вертикальному напрямі (рис. 8). На рис. 9 показано, як змінюється швидкість ковзання частинки по мірі її підйому, тобто у функції кута β при різних значеннях кутової швидкості обертання сита. Характерною ознакою графіків (рис. 9) є те, що початкова швидкість ковзання починається не з нуля, а з конкретного значення. Це пояснюється тим, що в момент зустрічі частинки з ситом кутова швидкість її ковзання визначається різницею кутової швидкості частинки (яка в момент зустрічі не обертається) і сита: $0-\omega=-\omega$. Ця величина ($-\omega$) є вихідною умовою інтегрування диференціальних рівнянь (15): $\alpha'_o=-\omega$. Другою характерною ознакою цих графіків є те, що вони прямують до нуля (перед «залипанням» частинки) при дуже вузькому діапазоні зміни кута β незалежно від кутової швидкості ω обертання сита. Згідно рис. 9 цей діапазон знаходиться в межах $80^\circ \dots 85^\circ$. У цьому діапазоні ковзання частинки різко зменшується і вона «залипає». Тут також відбувається найбільш інтенсивний відбір соку від подрібненої маси. Виходячи з цього, в конструкції соковижималки можна передбачити очисний пристрій саме в цьому місці сита або ж зменшити його висоту для недопущення забивання сита. Парабола, яка в нашому випадку відіграє роль меридіана, не є прийнятною кривою, оскільки при кутах $\beta > 80^\circ$ висота сита буде занадто великою незалежно від величини значення сталої a . У такому випадку за меридіан потрібно брати іншу криву з більш інтенсивним зростанням кута β , наприклад, дугу еліпса.

Висновки

1. Рух частинки по внутрішній шореткій поверхні сита зі змінним кутом підйому меридіана має свої особливості. Вони стосуються характеру ковзання частинки по поверхні. При попаданні частинки на поверхню в нижній частині сегмента відбувається її розгін з одночасним пійдомом вгору. Такий рух характеризується зміною двох швидкостей: відносної, тобто швидкості ковзання, і абсолютної. Відносна швидкість спочатку зростає, а потім зменшується до нуля в момент «залипання» частинки.

2. Абсолютна швидкість частинки весь час зростає і стає постійною після її «залипання». Для поверхні сита, у якого меридіаном є парабола, «залипання» частинки відбувається у досить вузькому діапазоні зміни кута β підйому меридіана (близько 90°). При збільшенні кутової швидкості обертання сита цей діапазон зростає дуже повільно. Перспективи подальших досліджень полягають у експериментальній перевірці отриманих теоретичних результатів.

Список літератури

1. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. Киев. Изд-во Укр. акад. сельск. наук. 1960. 283 с.

2. Pylypaka S. F., Nesvidomin V. M., Klendii M. B., Rogovskii I. L., Kresan T. A., Trokhaniak V. I. Conveyance of a particle by a vertical screw, which is limited by a coaxial fixed cylinder. Bulletin of the Karaganda University – Mathematics. 2019. Vol. 95. Issue 3. P. 108-118. doi 10.31489/2019M2/108-119.

3. Kresan T., Pylypaka S., Ruzhylo Z., Rogovskii I., Trokhaniak O. External rolling of a polygon on a closed curvilinear profile. Acta Polytechnica. 2020. Vol. 60, no 4, P. 313-317. <https://doi.org/10.14311/AP.2020.60.0313>.

4. Nazarenko I., Dedov O., Bernyk I., Rogovskii I., Bondarenko A., Zapryvoda A., Titova L. Study of stability of modes and parameters of motion of vibrating machines for technological purpose. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2020. Vol. 6 (7-108). P. 71-79. doi: 10.15587/1729-4061.2020.217747.

5. Адамчук В. В. Дослідження загального випадку розгону мінеральних добрив відцентровим розсіювальним органом. Вісник аграрної науки. 2003. № 12. С. 51-57.

6. Гевко Б. М., Лотоцький Р. І., Пришляк В. М. Математичне моделювання руху зерна по рухомим поверхням висівних апаратів. Сільськогосподарські машини. 2013. Вип. 26. С. 27-35.

7. Волина Т. М., Пилипака С. Ф., Бабка В. М., Несвідомін А. В. Конструювання меридіана для заданого руху частинки по поверхні, яка обертається навколо вертикальної осі. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 2021. Vol. 12. No 3. P. 33-38.

8. Pylypaka S., Klendiy M., Zaharova T. Movement of the particle on the external surface of the cylinder, which makes the translational oscillations in horizontal planes. Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2019. Part F2. P. 336-345.

6. Gevko B. M., Lototsky R. I., Pryshlyak V. M. (2013). Mathematical modeling of grain movement on moving surfaces of sowing machines. Agricultural machinery. 26. 27-35.

7. Volina T. M., Pylypaka S. F., Babka V. M., Nesvidomin A. V. (2021). Construction of meridian for given movement of particle on surface which rotates around the vertical axis. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 12(3). 33-38.

8. Pylypaka S., Klendiy M., Zaharova T. (2019). Movement of the particle on the external surface of the cylinder, which makes the translational oscillations in horizontal planes. Lecture Notes in Mechanical Engineering. F2. 336-345.

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ С ЗАДАНЫМ МЕРИДИАНОМ, КОТОРАЯ ВРАЩАЕТСЯ ВОКРУГ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ

Т. Н. Волина, С. Ф. Пилипака, В. Н. Бабка

Аннотация. В статье рассмотрено относительное движение частицы по поверхности, которая вращается вокруг вертикальной оси. Меридианом поверхности является ветка параболы, смещенная от оси симметрии на заданную величину. Составлены и решены численными методами дифференциальные уравнения относительного перемещения частицы. Построены траектории движения частицы и графики изменения скоростей. Выявлено закономерность движения частицы при ее подъеме по поверхности.

Ключевые слова: поверхность вращения, угловая скорость вращения, относительное движение, частица, дифференциальные уравнения, траектория скольжения.

References

1. Vasilenko P. M. (1960). The theory of particle motion on rough surfaces of agricultural machines. Kyiv. Publishing house of Ukr. acad. rural sciences. 283.

2. Pylypaka S. F., Nesvidomin V. M., Klendii M. B., Rogovskii I. L., Kresan T. A., Trokhaniak V. I. (2019). Conveyance of a particle by a vertical screw, which is limited by a coaxial fixed cylinder. Bulletin of the Karaganda University – Mathematics. 95(3). 108-118. doi 10.31489/2019M2/108-119.

3. Kresan T., Pylypaka S., Ruzhylo Z., Rogovskii I., Trokhaniak O. (2020). External rolling of a polygon on a closed curvilinear profile. Acta Polytechnica. 60(4). 313-317. <https://doi.org/10.14311/AP.2020.60.0313>.

4. Nazarenko I., Dedov O., Bernyk I., Rogovskii I., Bondarenko A., Zapryvoda A., Titova L. (2020). Study of stability of modes and parameters of motion of vibrating machines for technological purpose. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 6 (7-108). 71-79. doi: 10.15587/1729-4061.2020.217747.

5. Adamchuk V. V. (2003). Investigation of the general case of dispersal of mineral fertilizers by centrifugal scattering body. Bulletin of Agrarian Science. 12. 51-57.

MOVEMENT OF PARTICLE ON INNER SURFACE WITH PRESET MERIDIAN, WHICH ROTATES AROUND VERTICAL AXIS

T. M. Volina, S. F. Pylypaka, V. M. Babka

Abstract. The article considers the relative movement of a particle on a surface which rotates around a vertical axis. The meridian of the surface is the branch of the parabola, offset from the axis of symmetry by a given value. Differential equations of relative displacement of a particle are compiled and solved by numerical methods. The trajectories of the particle and the graphs of velocity change are constructed. The regularity of the particle's movement when it rises on the surface is clarified.

Key words: surface of rotation, angular velocity of rotation, relative movement, particle, differential equations, sliding trajectory.

Т. М. Волина ORCID 0000-0001-8610-2208.

С. Ф. Пилипака ORCID 0000-0002-1496-4615.

В. М. Бабка ORCID 0000-0003-4971-4285.