

УДК 623. 467. 72

О.М. Шийко

Філія Центрального НДІ озброєння та військової техніки ЗС України, Суми

МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОГО РУХУ РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА ТА МОБІЛЬНОЇ ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ РСЗВ

Наводяться математичні моделі руху реактивного снаряда в межах мобільної пускової установки РСЗВ з трубчатими направляючими і носієм, змонтованим на базі автомобільного шасі, та збурюваного ним руху пускової установки, а також результати чисельного моделювання руху снаряда і пускової установки при різних інтервалах часу між пусками снарядів, значеннях сили затяжки стопорно-замкового пристрою снаряда та жорсткості ґрунтової основи.

Ключові слова: реактивний снаряд, мобільна пускова установка, коливання пускової установки, збурення траєкторії снаряда, динамічні навантаження на пускову установку, математична модель, чисельне моделювання.

Вступ

Постановка проблеми. Актуальність проблеми забезпечення заданих характеристик технічного розсіювання реактивних снарядів (РС) при стрільбі з мобільних пускових установок (ПУ) реактивних систем залпового вогню (РСЗВ) вимагає розробки інженерних методик оцінки динамічних якостей ПУ, під якими розуміють сукупність властивостей ПУ як механічної системи, що визначають її здатність забезпечувати необхідні характеристики розсіювання снарядів при заданих умовах стрільби. Для цього потрібні теоретичні і розрахункові дослідження динаміки старту. Вони потрібні як для визначення початкових збурень, що отримує літальний апарат (ЛА) в момент втрати контакту з ПУ, так і для проектування самої ПУ, так як є основним джерелом інформації про навантаження на елементи ПУ під час старту ЛА.

При старті ЛА з мобільної ПУ на доданок до статичних навантажень виникають значні додаткові динамічні навантаження на ПУ. Ці навантаження призводять до появи додаткових динамічних напружень в елементах конструкцій ПУ і повинні бути враховані при розрахунках систем ЛА-ПУ на міцність, жорсткість і надійність. Динамічні навантаження призводять до переміщень частин ПУ і, як наслідок, до появи збурень початкових умов старту ЛА. В свою чергу збурення початкових умов старту визначають розкид початкових параметрів активної ділянки руху ЛА, що можуть призвести до суттєвого розкиду положень центру мас ЛА в кінці траєкторії,

особливо некерованих, до яких відносяться снаряди РСЗВ. В зв'язку з цим, при розробці нових або модернізації існуючих зразків РСЗВ виникає необхідність створення математичних моделей руху РС як на траєкторії польоту, так і в межах ПУ, а також руху самої ПУ. Останнє особливо стосується мобільних ПУ, що змонтовані на транспортній платформі на зразок автомобільного шасі і являють собою пружньо-інерційні коливні системи, яким притаманні всі особливості коливних систем, зокрема резонансні прояви. Близкість власного періоду коливань такої ПУ до проміжку часу між пусками снарядів РСЗВ призводить до збільшення збурень траєкторій снарядів і динамічних навантажень на ПУ. І навпаки, відступ частоти пусків від власної частоти коливань ПУ повинен зменшувати збурення початкових умов руху снарядів і, як наслідок, зменшувати збурення траєкторій, а також зменшувати динамічну складову навантажень на ПУ. Слід також відмітити, що по мірі сходу снарядів РСЗВ з ПУ під час залпу, суттєво зменшується маса направляючої ПУ, попередньо завантаженої снарядами, що призводить до зміни власних частот ПУ в порівнянні зі значеннями при початковому завантаженні снарядами. Це приводить до поступового зміщення резонансних частот ПУ під час залпу, очікувано в бік їх збільшення. При цьому зменшується і статична складову навантаження на елементи ПУ, що призводить до зміни положення статичної рівноваги складових частин ПУ. Суттєвий вплив на характеристики розсіювання снарядів чинять і жорсткостні характеристики ґрунтової основи з якої здійснюється стрільба.

В зв'язку з окресленими питаннями, в даній роботі була поставлена задача розбити математичну модель сумісного руху РС та складових частин мобільної пускової установки РСЗВ і на основі отриманої моделі провести чисельні дослідження коливань окремих складових частин ПУ, динамічних реакцій у внутрішніх зв'язках ПУ та кутів вильоту снарядів шляхом чисельного інтегрування на ПЕОМ при різних інтервалах часу між пусками снарядів, значеннях сили затяжки стопорно-замкового пристрою снаряда та жорсткості ґрунтової основи.

Аналіз літературних джерел. Аналіз літератури показав, що в даний час для дослідження процесів, які супроводжують старт ЛА з мобільної ПУ, створюються методи орієнтовані на вирішення питань, пов'язаних з вивченням параметрів руху ЛА та складових частин ПУ під час старту: досліджуються явища безударності сходу ЛА з направляючих, початкові збурення траєкторії, навантаження на ЛА і складові частини ПУ при русі ЛА по направляючим [2].

З позицій динамічного аналізу в механічній системі ЛА-ПУ, змонтованій на автомобільному шасі зазвичай виділяють три тіла, наділених значною масою: шасі, напрямну і ЛА. До складу шасі входить рама автомобіля з розміщеними на ній механізмами підйому і повороту напрямної та кабіна водія [2]. Пружні і демпфуючі властивості підвіски, коліс та ґрунтової основи враховуються відповідними приведеними коефіцієнтами жорсткості та в'язкого тертя. До складу розрахункових моделей коливань колісних машин можуть бути включені автомобільні мости [5,6]. В той же час в розрахункову модель мобільної пускової установки, представлену в [2], автомобільні мости не включені, система ЛА-ПУ представляється як система трьох абсолютно твердих тіл ЛА-направляюча-носії. Подібне спрощення вбачається таким, що впливає на точність розрахунків коливань конструкції ПУ.

Конструкція в цілому і окремі її складові частини (наприклад, ЛА чи направляюча) в залежності від конструктивної схеми можуть розглядатися або ж як система з розподіленими параметрами (з нескінченно великою кількістю ступінів вільності), або ж як система абсолютно жорстких тіл (з кінцевим числом ступінів вільності). В першому випадку математична модель динаміки системи містить диференціальні рівняння в часткових похідних, в другому випадку дослідження динаміки системи ЛА-ПУ на старті потребує рішення системи звичайних диференціальних рівнянь. Розрахункова модель, в якій ЛА, направляюча та носій розглядаються як абсолютно жорсткі тіла, являється найбільш простою. У разі, коли власні частоти коливань для розрахункової моделі з абсолютно жорсткими тілами значно менше перших частот реальної системи, то остання розрахункова модель є виправданою [2]. Коливання

складових частин системи ЛА-ПУ можуть розглядатися в продольній площині [2,5,6], або ж досліджуватися як просторові у випадку, коли площина наведення ЛА не співпадає з площинами головних моментів інерції носія [2].

Метою статті є розробка математичної моделі спільного руху частин мобільної ПУ з трубчатими направляючими, змонтованої на базі автомобільного шасі, і снарядів РСЗВ, а також проведення за її допомогою чисельного моделювання на ПЕОМ руху частин ПУ і РС при різних інтервалах часу між пусками снарядів, значеннях сили затяжки стопорно-замкового пристрою снаряда та жорсткості ґрунтової основи. Це дозволяє шляхом чисельного аналізу оцінювати динамічні характеристики ПУ та динамічні навантаження на частини ПУ, а також початкові збурення траєкторії РС при сході снарядів РСЗВ з мобільної ПУ.

Викладення основного матеріалу

1. Площинна модель руху РС та ПУ

Розглянемо випадок старту РС з мобільної ПУ при стрільбі над кабіною. В цьому випадку площина стрільби співпадає з площиною головних моментів інерції носія і рух системи ЛА-ПУ може розглядатися як плоский [2].

З метою розробки математичної моделі спільного руху податливої ПУ і снаряда на ділянці сходу при стрільбі над кабіною, що може бути використана для наступного аналізу параметрів сходу РС з ПУ та оцінки динамічних якостей ПУ, будемо розглядати систему РС-ПУ такою, що складається зі слідуючих окремих частин: снаряда, напрямної, шасі та колісних мостів (рис. 1). Кожну з цих частин будемо вважати абсолютно твердим тілом, а її рух – плоским і таким, що відбувається паралельно площині стрільби.

Рух РС по напрямній починається після того, як сила тяги двигуна досягне значення сили затяжки стопорного-замкового пристрою. В свою чергу цей рух поділяється на дві ділянки: ділянку відносного поступального руху та ділянку відносного складного руху снаряда по напрямній. Математичні моделі руху системи РС-ПУ під час відносного спокою та під час поступального руху снаряда по напрямній при стрільбі над кабіною носія, що містять рівняння відносного руху снаряда по напрямній, рівняння обертального руху напрямної, рівняння руху центру мас та обертального руху шасі в вертикальній площині, розглядалися автором в роботі [6]. Розрахункові схеми системи РС-ПУ, що застосовувалися при складанні рівнянь руху системи РС-ПУ при відносному спокої снаряда на напрямній, представлені на рис. 1, 2. Розрахункова схема для складання рівнянь руху снаряда та напрямної ПУ при відносному поступальному русі снаряда по напрямній зображена на рис. 3.

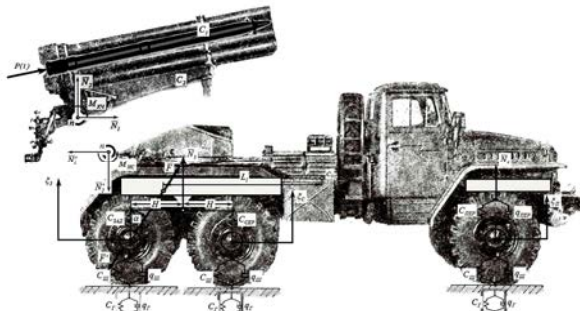


Рис. 1. Розрахункова схема системи РС – ПУ при відносному спокої снаряда на напрямній

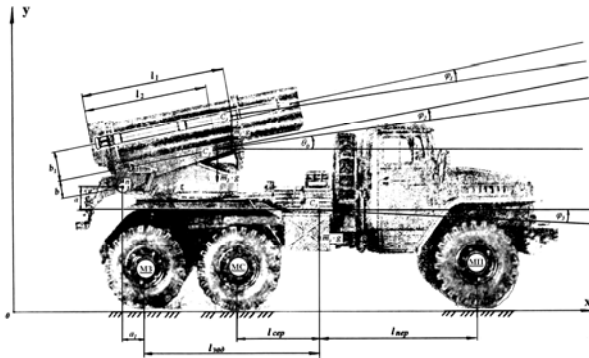


Рис. 2. Геометричні параметри системи РС – ПУ при відносному спокої снаряда на напрямній

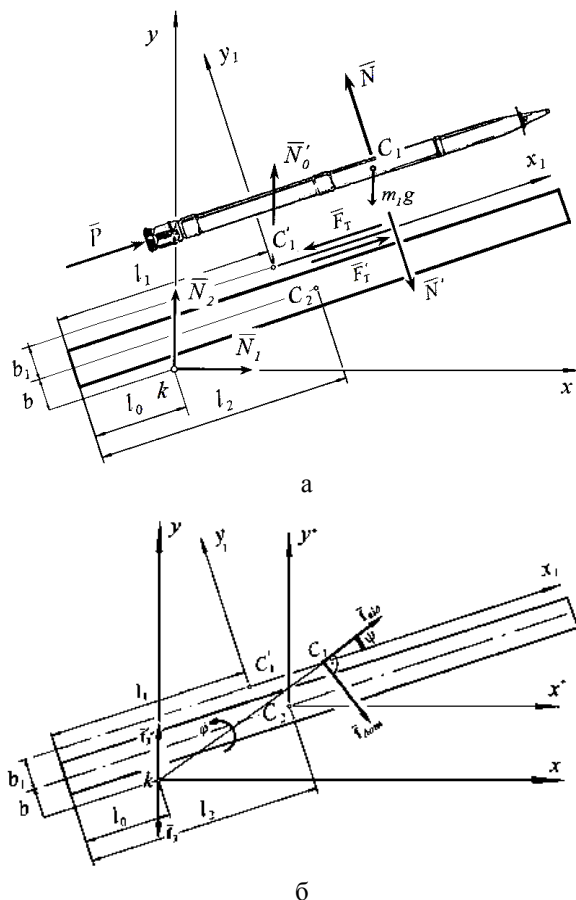


Рис. 3. Розрахункові схеми для складання рівнянь руху снаряда та напрямної ПУ при відносному поступальному русі снаряда по напрямній: а – діючі сили; б – складові переносної сили інерції снаряда

Після проходження центром ваги снаряда дульного зрізу трубчатой напрямної створюються умови для надання снаряду додаткової складової руху – обертання відносно напрямної. Якщо снаряд гладкий, то це обертання буде відбуватися таким чином, що при своєму русі снаряд спиратиметься на напрямну в одній точці – точці дульного зрізу. Це остання ділянка руху снаряда по напрямній, на якій остаточно формуються початкові умови руху активної ділянки траєкторії.

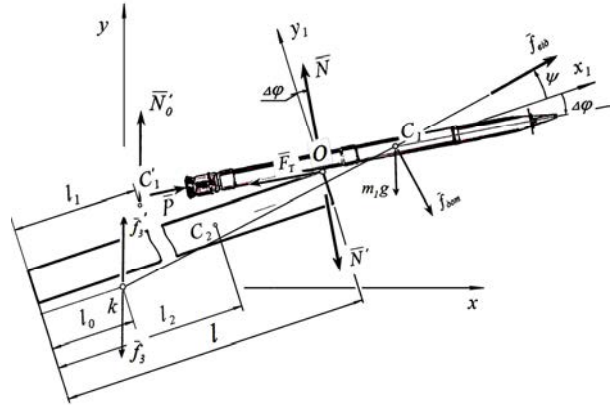


Рис. 4. Відносний рух снаряда по напрямній при спиранні на дульний зріз

Для складання рівнянь руху снаряда та напрямної ПУ на ділянці відносного складного руху снаряда по напрямній введемо наступні системи координат: нерухому систему координат $\{X, Y\}$, систему координат $\{k, X, Y\}$, що рухаючись поступально, зберігає напрямок нерухомої системи координат, та жорстко пов'язану з напрямною систему $\{O, X_1, Y_1\}$ з початком координат в опорній точці O дульного зрізу.

Розглянемо рух напрямної. До числа зосереджених сил, що діють на напрямну, відносяться складові реакції шасі $\bar{N}_1, \bar{N}_2$ в вузлі поворотно-підйомного механізму (рис 1), сила тиску снаряда на напрямну $\bar{N}'$ (рис.4) та сила тертя $\bar{F}_T$ снаряда об напрямну (на рис. 4 показана сила тертя, що діє на снаряд). Відлік параметрів руху складових частин системи будемо вести з положення їх статичної рівноваги. В зв'язку з цим дію сил тяжіння не враховуємо. Пружно-демпфуючий зв'язок між напрямною та шасі в поворотному вузлі підйомного механізму враховуємо, ввівши лінійний пружно-демпфуючий момент $M_{\chi\chi}$ при кутовій жорсткості з'єднання C_k та коефіцієнті опору q_k :

$$M_{\chi\chi} = -C_k \cdot (\phi_2 - \phi_3) - q_k \cdot (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3),$$

де ϕ_2 – абсолютний кут повороту напрямної, що має відлік від кута прицілювання θ_0 проти годинникової стрілки; ϕ_3 – кут повороту рами носія, який має відлік від статичного положення рами при повному завантаженні ПУ снарядами проти годинникової стрілки.

Для того, щоб рівняння руху напрямної відповідали її руху відносно положення статичної рівноваги, зафіксованого кутом прицілювання θ_0 , до числа діючих на напрямну сил включимо силу $\bar{N}'_0 = -m_1 \bar{g}$. Сила $\bar{N}'_0$ чисельно дорівнює початковій силі тяжіння снаряда і прикладається до напрямної в напрямку протилежному дії сили тяжіння снаряда, її лінія дії проходить через точку C'_1 – початкове положення центру ваги снаряда. Сила $\bar{N}'_0$ створює момент відносно поворотного вузла підйомного механізму, величина і напрямок якого дорівнює моменту пружності в поворотному вузлі підйомного механізму від дії сили тяжіння снаряда в його початковому положенні на напрямній. Це дозволяє при розрахунках відображати зміну статичної складової кута повороту напрямної відносно зафіксованого кута прицілювання θ_0 початкового положення статичної рівноваги напрямної зі снарядами, що відбувається по мірі сходу снарядів з напрямної.

Рівняння відносного руху центру мас снаряда в напрямку вісі y_1 має вигляд:

$$m_1 \cdot \ddot{y}_1^{(1)} = N \cdot \cos(\Delta\varphi) + P \cdot \sin(\Delta\varphi) - m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) + f_{\text{від}} \cdot \sin \psi - f_{\text{дот}} \cdot \cos \psi + (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - F_T \cdot \sin(\Delta\varphi), \quad (1)$$

де кут $\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)$ (на рис. 3 він зображений від'ємним); φ_1 – абсолютний кут повороту снаряда; φ_2 – кут повороту напрямної; φ_1 та φ_2 відраховуються від кута прицілювання θ_0 проти годинникової стрілки; l – довжина напрямної; m_1 – маса снаряда з працюючим двигуном.

$$\sin \psi = \frac{b + b_1}{\sqrt{(b + b_1)^2 + (l - l_0 + x_1^{(1)})^2}}.$$

Рівняння відносного руху центру мас снаряда в напрямку вісі x_1 :

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1^{(1)} = -N \cdot \sin(\Delta\varphi) + P \cdot \cos(\Delta\varphi) - m_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) + f_{\text{від}} \cdot \cos \psi + f_{\text{дот}} \cdot \sin \psi + (f'_3 - f_3) \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) - F_T \cdot \cos(\Delta\varphi). \quad (2)$$

При цьому в рівняннях (1) та (2) інерційні складові мають значення:

$$\left. \begin{aligned} f_3 &= m_1 \cdot \ddot{y}^{(3)}; & f'_3 &= m_1 \cdot \ddot{\varphi}_3 \cdot (l_{\text{зад}} + a_1); \\ f_{\text{від}} &= m_1 \cdot (KC_1) \cdot \ddot{\varphi}_2^2; & f_{\text{дот}} &= m_1 \cdot (KC_1) \cdot \ddot{\varphi}_2; \end{aligned} \right\}$$

Відстань від центру мас снаряда до центру обертання напрямної:

$$(KC_1) = \sqrt{(b + b_1)^2 + (l - l_0 + x_1^{(1)})^2}.$$

Походження величин $b, b_1, a, a_1, l_0, l_1, l_{\text{зад}}$ та деяких інших, що характеризують геометрію ПУ з'ясовується з рис. 1 – 4. Розв'язуючи рівняння (1) відносно N , отримаємо значення динамічної реакції:

$$N = \{-P \cdot \sin(\Delta\varphi) + m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - f_{\text{від}} \cdot \sin \psi + f_{\text{дот}} \cdot \cos \psi - (f'_3 - f_3) \times \cos(\theta_0 + \varphi_2) + m_1 \cdot \ddot{y}_1^{(1)}\} / \{\cos(\Delta\varphi) - \mu \cdot \sin(\Delta\varphi)\}. \quad (3)$$

Вважаючи кут $\Delta\varphi$ малим, можна записати рівняння зв'язку між координатами центру мас снаряда у вигляді

$$y_1^{(1)} = r_{\text{mid}} + x_1^{(1)} \cdot \Delta\varphi. \quad (4)$$

Диференціюючи двічі вираз (4) за часом, отримуємо значення $\ddot{y}_1$, що входить до (3):

$$\ddot{y}_1^{(1)} = \ddot{x}_1^{(1)} \cdot \Delta\varphi + 2 \cdot \dot{x}_1^{(1)} \cdot \dot{\Delta\varphi} + x_1^{(1)} \cdot \ddot{\Delta\varphi}$$

До рівнянь поступальної складової руху снаряда відносно напрямної додамо рівняння його обертального руху. Це рівняння запишемо для абсолютного руху снаряда, що дасть змогу подальшого обчислення кута вильоту снаряда, під яким будемо розуміти кут, що створює вісь РС в момент сходу з ПУ з напрямком кута прицілювання θ_0 . За цієї умови скористаємося теоремою про рух відносно центру мас:

$$I_{c_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = \sum_i M_{i c_1}, \quad (5)$$

Записуючи вирази моментів діючих сил в правій частині (5), маємо рівняння обертального руху снаряда відносно його центру мас у вигляді:

$$I_{c_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = -N \cdot [x_1^{(1)} \cdot \cos(\Delta\varphi) + y_1^{(1)} \cdot \sin(\Delta\varphi) + \mu \cdot r_{\text{mid}}].$$

Рівняння обертального руху напрямної на попередній ділянці руху снаряда наводиться в [7]. З урахуванням незначних відмінностей це рівняння для ділянки відносного складного руху снаряда по напрямній приймає вигляд:

$$\begin{aligned} I_{C_2} \cdot \ddot{\varphi}_2 &= -N \cdot (l - l_2) \cdot \cos(\Delta\varphi) + N \cdot (b_1 - r_m) \times \\ &\times \sin(\Delta\varphi) - q_K \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) - N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) \times \\ &\times (l_2 - l_1) - N_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) \cdot b_1 - C_K \times (\varphi_2 - \varphi_3) - \\ &- N \cdot \mu \cdot (b_1 - r_m) \cdot \cos(\Delta\varphi) + x_*^{(k)} \cdot N_2 - y_*^{(k)} \cdot N_1, \\ x_*^{(k)} &= -l_2 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + b \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) + \\ &+ l_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi); \\ y_*^{(k)} &= -l_2 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - b \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + \\ &+ l_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi). \end{aligned} \quad (6)$$

Складові реакції шасі $\bar{N}_1, \bar{N}_2$ в вузлі поворотно-підйомного механізму при цьому запишуться таким чином:

$$\begin{aligned} N_1 &= m_1^* \cdot \{-N \cdot [\sin(\theta_0 + \varphi_1) + \mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_1)] - \\ &- m_2 \cdot D \cdot \ddot{\varphi}_2 + m_2 \cdot C \cdot \ddot{\varphi}_2^2 - (m_2/m_3) \cdot 6C_{\text{ГШ}} \cdot x^{(3)}\}; \\ N_2 &= -m_1^* \cdot \{N_0 + N[\cos(\theta_0 + \varphi_1) + \mu \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_1)] + \\ &+ m_2 \cdot [A_3 + (l_{\text{зад}} + a_1) \cdot \ddot{\varphi}_3] + m_2 \cdot C \cdot \ddot{\varphi}_2 + m_2 \cdot D \cdot \ddot{\varphi}_2^2\}, \end{aligned}$$

де $C = b \cdot \sin(\theta_0 + \varphi) - (l_2 - l_0) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi)$;

$$D = b \cdot \cos(\theta_0 + \varphi) + (l_2 - l_0) \cdot \sin(\theta_0 + \varphi).$$

Створимо систему диференціальних рівнянь руху складових частин системи РС-ПУ, ввівши до її складу рівняння руху снаряда (1) та (5), рівняння обертального руху напрямної (6), рівняння руху центру мас шасі, рівняння обертального руху шасі та рівняння руху мостів колісного носія з роботи [6]. Приведена до канонічного вигляду система рівнянь має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \quad m_1 \cdot \dot{q} = -N \cdot \sin(\Delta\varphi) + P \cdot \cos(\Delta\varphi) - \\ - m_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) + f_{\text{від}} \cdot \cos\psi + \\ + f_{\text{дот}} \cdot \sin\psi + (f'_3 - f_3) \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) - N \cdot \mu \cdot \cos(\Delta\varphi); \\ 2. \quad \dot{x}_1^{(1)} = q; \\ 3. \quad \bar{I}_1 \cdot \dot{p} = -R \cdot \bar{L}; \\ 4. \quad \dot{\varphi}_1 = p; \\ 5. \quad \bar{I}_2 \cdot \dot{\mathbf{E}} = -\bar{N} \cdot \bar{\mathbf{I}} + x_*^{(k)} \cdot \bar{N}_2 - y_*^{(k)} \cdot \bar{N}_1 - \\ - C_K \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) - q_K \times (\varphi_2 - \dot{\varphi}_3) - \\ - N_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) \cdot (l_2 - l_1) - N_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) \cdot b_1; \\ 6. \quad \dot{\varphi}_2 = \varepsilon; \\ 7. \quad m_3 \cdot \dot{Z} = -N_2 - C_1 \cdot y_3 - C_2 \cdot \varphi_3 + \\ + C_3 \cdot \xi_{\text{зад}} + C_4 \cdot \xi_{\text{пер}} - Q_1 \cdot \dot{y}_3 - Q_2 \cdot \dot{\varphi}_3 + Q_3 \cdot \dot{\xi}_{\text{пер}}; \\ 8. \quad \dot{y}^{(3)} = Z; \\ 9. \quad \bar{I}_3 \cdot \dot{\mu} = N_1 \cdot a + N_4 \cdot l_{\text{пер}} - N_3 \cdot (l_{\text{зад}} - H) + \\ + (\bar{N}_2)^* \cdot (l_{\text{зад}} + a_1) + C_K \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) + q_K \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_3); \\ 10. \quad \dot{\varphi}_3 = \mu; \\ 11. \quad m_n \cdot \dot{\eta}_n = 2C_{\text{пер}} \cdot (y^{(3)} + \varphi_3 \cdot l_{\text{пер}} - \xi_{\text{пер}}) + 2q_{\text{пер}} \times \\ \times (\dot{y}^{(3)} + \dot{\varphi}_3 \cdot l_{\text{пер}} - \dot{\xi}_{\text{пер}}) - 2C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{пер}} - 2q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{пер}}; \\ 12. \quad \dot{\xi}_{\text{пер}} = \eta_n; \\ 13. \quad m_c \cdot \dot{\eta}_c = 2C_{\text{сер}} \cdot (y^{(3)} - \varphi_3 \cdot (l_{\text{зад}} - H) - \xi_{\text{сер}}) - \\ - 2C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{сер}} - 2q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{сер}}; \\ 14. \quad \dot{\xi}_{\text{сер}} = \eta_c; \\ 15. \quad m_{\text{зад}} \cdot \dot{\eta}_3 = 2C_{\text{зад}} \cdot [y^{(3)} - \varphi_3 \cdot (l_{\text{зад}} - H) - \xi_{\text{зад}}] - \\ - 2C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{зад}} - 2q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{зад}}; \\ 16. \quad \dot{\xi}_{\text{зад}} = \eta_3. \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\bar{I}_1 = I_{C_1} + \frac{m_1 \cdot \bar{L} \cdot x_1^{(1)}}{\cos(\Delta\varphi) - \mu \cdot \sin(\Delta\varphi)};$$

$$\bar{I}_* = I_1 + x_1^{(1)} \cdot l_2 - \mu \cdot A_1;$$

$$\bar{L} = x_1^{(1)} \cdot \cos(\Delta\varphi) + y_1^{(1)} \cdot \sin(\Delta\varphi) + \mu \cdot r_{\text{mid}};$$

$$R = [-P \cdot \sin(\Delta\varphi) + m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - f_{\text{від}} \cdot \sin\psi + \\ + f_{\text{дот}} \cdot \cos\psi - (f'_3 - f_3) \times \cos(\theta_0 + \varphi_2) + m_1 \cdot \left(\ddot{x}_1^{(1)} \times \right. \\ \left. \times \Delta\varphi + 2 \cdot \dot{x}_1^{(1)} \cdot \Delta\dot{\varphi} - x_1^{(1)} \cdot \ddot{\varphi}_2 \right)] / [\cos(\Delta\varphi) - \mu \cdot \sin(\Delta\varphi)];$$

$$\bar{N} = [-P \cdot \sin(\Delta\varphi) + m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - f_{\text{від}} \cdot \sin\psi - \\ - (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) + m_1 \cdot (\ddot{x}_1^{(1)} \cdot \Delta\varphi + 2 \cdot \dot{x}_1^{(1)} \cdot \Delta\dot{\varphi} +$$

$$+ x_1^{(1)} \cdot \ddot{\varphi}_1)] / [\cos(\Delta\varphi) - \mu \cdot \sin(\Delta\varphi)];$$

$$\bar{N}_1 = m_1^* \{-\bar{N}[\mu \cos(\theta_0 + \varphi_1) + \sin(\theta_0 + \varphi_1)] + \\ + m_2 C \dot{\varphi}_2^2 - (m_2/m_3) 6C_{\Gamma} x^{(3)}\};$$

$$\bar{N}_2 = -m_1^* \{N_0 + \bar{N}[\cos(\theta_0 + \varphi_1) + \mu \sin(\theta_0 + \varphi_1)] + \\ + m_2[A_3 + (l_{\text{зад}} + a_1)\ddot{\varphi}_3] + m_2 D \dot{\varphi}_2^2\};$$

$$\bar{I}_2 = I_{C_2} + \{m_1 \bar{I}[(KC_1)\cos\psi - x_1^{(1)}]\} / \{\cos(\Delta\varphi) - \\ - \mu \sin(\Delta\varphi)\} + m_1^* m_2 (C x_*^{(k)} - D y_*^{(k)}) + \\ + m_1^* m_1 (KC_1)\cos\psi \times [\sin(\theta_0 + \varphi_1)(\mu x_*^{(k)} - y_*^{(k)}) + \\ + \cos(\theta_0 + \varphi_1)(x_*^{(k)} - \mu y_*^{(k)})];$$

$$\bar{I}_3 = I_3 + m_1^* (l_{\text{зад}} + a_1)^2 \{m_2 - m_1 \cos(\theta_0 + \varphi_2) \times \\ \times [\mu \sin(\theta_0 + \varphi_1) + \cos(\theta_0 + \varphi_1)]\};$$

$$(\bar{N})^* = \{-P \sin(\Delta\varphi) + m_1 g \cos(\theta_0 + \varphi_2) - \\ - f_{\text{від}} \sin\psi + f_{\text{дот}} \cos\psi + f_3 \cos(\theta_0 + \varphi_2) + m_1 \ddot{y}_1^{(1)}\} / \\ / \{\cos(\Delta\varphi) - \mu \sin(\Delta\varphi)\};$$

$$(\bar{N}_2)^* = -m_1^* \{N_0 + (\bar{N})^* [\mu \sin(\theta_0 + \varphi_1) + \\ + \cos(\theta_0 + \varphi_1)] + m_2 (A_3 + C \dot{\varphi}_2^2 + D \dot{\varphi}_2^2)\}.$$

$$A_3 = (1/m_3) \cdot (C_1 \cdot y^{(3)} + C_2 \cdot \varphi_3 - C_3 \cdot \xi_{\text{зад}} - \\ - C_4 \cdot \xi_{\text{пер}} + Q_1 \cdot \dot{y}^{(3)} + Q_2 \cdot \dot{\varphi}_3 - Q_3 \cdot \dot{\xi}_{\text{пер}}),$$

$$C_1 = 2C_{\text{пер}} + 4C_{\text{зад}}; \quad Q_2 = 2q_{\text{пер}} \cdot l_{\text{пер}};$$

$$C_2 = 2C_{\text{пер}} \cdot l_{\text{пер}} - 4C_{\text{зад}} \cdot (l_{\text{зад}} - H); \quad Q_3 = 2q_{\text{пер}};$$

$$C_3 = 4C_{\text{зад}}; \quad C_4 = 2C_{\text{пер}}; \quad Q_1 = 2q_{\text{пер}};$$

$\xi_{\text{пер}}, \xi_{\text{зад}}, \xi_{\text{сер}}$ – вертикальні переміщення переднього, заднього та середнього мостів з положень їх статичної рівноваги; m_1 – маса снаряда з працюючим двигуном; m_2 – маса напрямної, включаючи залишки снарядів з непрацюючим двигуном; m_n, m_c, m_3 – маси переднього, середнього та заднього мостів; $I_{C_1}, I_{C_2}, I_{C_3}$ – моменти інерції снаряда, напрямної та шасі відносно їх центрів мас. Еквівалентні жорсткості та демпфування передньої підвіски і пневматики коліс автомобіля у вертикальному напрямку представлені коефіцієнтами жорсткості і опору $C_{\text{пер}}$ та $q_{\text{пер}}$, $C_{\text{ш}}$ та $q_{\text{ш}}$ відповідно. Горизонтальна жорсткість пневматики визначається коефіцієнтами жорсткості $C_{\Gamma\text{ш}}$. Вертикальна еквівалентна жорсткість і демпфування підвісок середніх та задніх коліс і їх пневматики визначаються коефіцієнтами жорсткості та опору $C_{\text{сер}}, C_{\text{зад}}, C_{\text{ш}}$ та $q_{\text{ш}}$, коефіцієнт жорсткості ґрунту – $C_{\Gamma\text{р}}$.

На основі диференціальних рівнянь руху системи РС-ПУ на ділянках відносного спокою та поступального руху снаряда на напрямній, наведених в роботі [6], і системи диференціальних рівнянь (7) руху РС і ПУ на

останній ділянці ходу снаряда з ПУ утворена єдина математична модель сумісного руху РС та мобільної ПУ при стрільбі над кабіною носія. Розроблені алгоритм та обчислювальна програма і проведені чисельні дослідження динаміки старту при цих умовах.

2. Моделювання руху РС та ПУ при стрільбі з поворотом напрямної

Якщо конструктивні особливості мобільної пускової установки дозволяють здійснювати стрільбу з поворотом напрямної, то при моделюванні динаміки системи РС–ПУ слід розглядати її просторову модель. Така розрахункова модель зображена на рис. 4. Вона відповідає стрільбі РС за умови повороту пакету напрямних ПУ на 90° відносно подовжньої осі шасі носія. Для розробки математичної моделі в цьому випадку можливо частково використати попередні рівняння, що були отримані за умов плоского руху складових системи РС–ПУ при моделюванні стрільби над кабіною носія. Для цього, як і у випадку стрільби над кабіною, розіб'ємо рух снаряда на три ділянки: ділянку відносного спокою снаряда на напрямній ПУ, ділянку поступального руху снаряда по напрямній та ділянку відносного складного руху снаряда по напрямній.

2.1. Ділянка відносного спокою снаряда на напрямній ПУ

Розглянемо спочатку рівняння обертального руху системи РС–ПУ, вважаючи їх одним твердим тілом. Введемо жорстко пов'язану з напрямною рухомию прямокутну систему осей $\{x_2, y_2, z_2\}$ з початком центру мас напрямної з усіма розміщеними на ній снарядами (рис. 5). Будемо у першому наближенні вважати вісі $\{x_2, y_2, z_2\}$ головними центральними осями інерції напрямної зі снарядами. Положення системи осей $\{x_2, y_2, z_2\}$ при русі напрямної будемо визначати кутами ϕ_2 і ϕ_2' , які вони утворюють зі своїм початковим положенням $\{x_{20}, y_{20}, z_{20}\}$, що визначається кутом прицілювання θ_0 , який утворює вісь x_{20} з горизонтальною. Положення центру мас напрямної будемо визначати його координатами в нерухомих осях $\{x, y, z\}$.

На даній ділянці руху снаряд та напрямну будемо розглядати як одне тверде тіло, але в подальшому будемо розглядати дві складові системи: напрямну та снаряд. Під снарядом будемо розуміти снаряд з працюючим реактивним двигуном (РС). Направну будемо розглядати разом з усіма розміщеними на ній нерухомими снарядами крім РС з працюючим двигуном.

Обмежимося розглядом обертальних рухів напрямної в площині стрільби та в боковому напрямку, як таких, що насамперед впливають на розсіювання снарядів по дальності та по напрямку стрільби. Рівняння цих рухів можливо отримати на підставі

рівнянь динаміки обертального руху твердого тіла відносно центру мас (рівняння Ейлера)

$$\begin{cases} I_{z_2} \dot{\omega}_{z_2} + (I_{y_2} - I_{x_2}) \cdot \omega_{x_2} \cdot \omega_{y_2} = m_{z_2}; \\ I_{y_2} \dot{\omega}_{y_2} + (I_{x_2} - I_{z_2}) \cdot \omega_{x_2} \cdot \omega_{z_2} = m_{y_2}; \end{cases} \quad (8)$$

I_{x_2}, I_{y_2} та I_{z_2} – головні центральні моменти інерції напрямної; $\omega_{x_2}, \omega_{y_2}$ та ω_{z_2} – проекції кутової швидкості напрямної на головні центральні осі інерції напрямної.

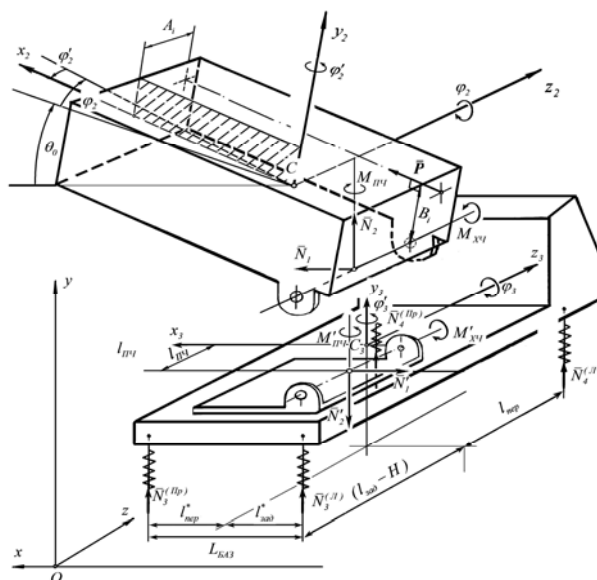


Рис. 5. Розрахункова схема ПУ при відносному спокої РС на напрямній

Нехтуючи другими складовими в лівих частинах рівнянь (8) у порівнянні з їх першими складовими ($\omega_{x_2} \approx 0, I_{y_2} - I_{x_2} < I_{z_2}, I_{x_2} - I_{z_2} < I_{y_2}$), в решті обмежимося такими рівняннями руху напрямної:

$$\begin{cases} I_{z_2} \dot{\omega}_{z_2} = m_{z_2}; \\ I_{y_2} \dot{\omega}_{y_2} = m_{y_2}. \end{cases} \quad (9)$$

Введемо системи прямокутних осей для визначення положення шасі (рис. 5). Система осей $\{x_3, y_3, z_3\}$ жорстко пов'язана з шасі і має свій початок в центрі мас шасі. Будемо в першому наближенні вважати вісі $\{x_3, y_3, z_3\}$ головними центральними осями інерції шасі. Вісь z_3 при цьому співпадає з подовжньою віссю симетрії шасі. Введемо також систему осей $\{x_{30}, y_{30}, z_{30}\}$, що має початок в центрі мас шасі і рухається поступально разом з центром мас шасі паралельно головним центральним осям інерції нерухомого шасі. Положення системи осей $\{x_3, y_3, z_3\}$ при русі шасі будемо визначитися кутами ϕ_3 і ϕ_3' , які вони утворюють зі своїм початковим положенням $\{x_{30}, y_{30}, z_{30}\}$. Вісь z_{30} – подовжня горизонтальна вісь симетрії шасі, вісь x_{30} – горизонтальна, а вісь y_{30} – вертикальна. У якості координат, що характеризують положення центру мас шасі, візьмемо координати центру мас шасі в нерухомих осях $\{x, y, z\}$.

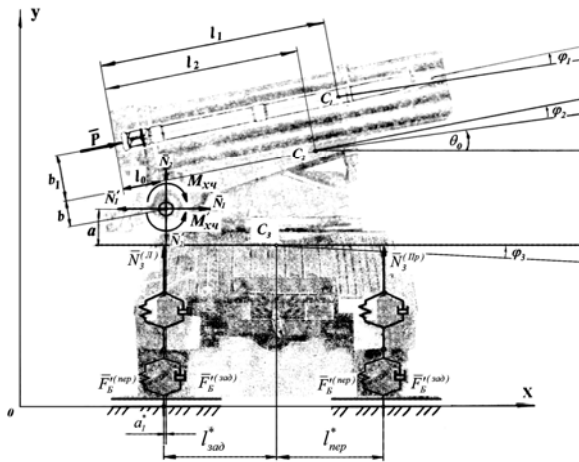


Рис. 6. Розрахункова схема РС-ПУ при відносному спокої снаряда на напрямній (погляд на кабінку носія)

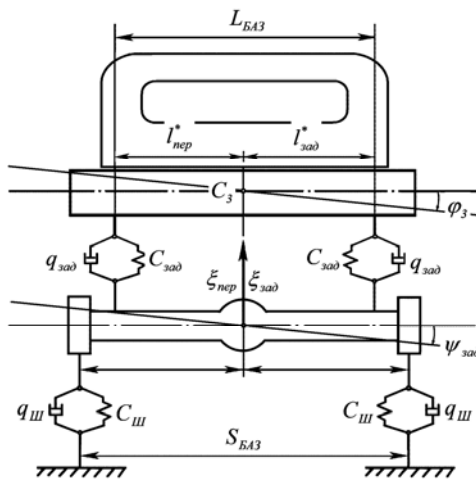


Рис. 7. Розрахункова схема вертикальних та кутових коливань мостів носія

Сили, що виникають на задній підвісці шасі носія (рис. 5 – 7):

$$N_3^{(Л)} = 2 \cdot C_{зад} \cdot [-y^{(3)} + \phi_3 \cdot l_{зад}^* - \phi_3'' \cdot (l_{зад} - H) - \psi_{зад} \cdot l_{зад}^* + \xi_{зад}] + q_{зад} \cdot [-\dot{y}^{(3)} + \dot{\phi}_3 \cdot l_{зад}^* - \dot{\phi}_3'' \cdot (l_{зад} - H) - \dot{\psi}_{зад} \cdot l_{зад}^* + \dot{\xi}_{зад}];$$

$$N_3^{(Пр)} = 2 \cdot C_{зад} \cdot [-y^{(3)} - \phi_3 \cdot l_{пер}^* - \phi_3'' \cdot (l_{зад} - H) + \psi_{зад} \cdot l_{пер}^* + \xi_{зад}] + q_{зад} \cdot [-\dot{y}^{(3)} - \dot{\phi}_3 \cdot l_{пер}^* - \dot{\phi}_3'' \cdot (l_{зад} - H) + \dot{\psi}_{зад} \cdot l_{пер}^* + \dot{\xi}_{зад}].$$

де $l_{пер}^* = l_{зад}^* = \frac{1}{2} \cdot L_{БАЗ}$; $y^{(3)}, \psi_{пер}, \psi_{зад}$ – вертикальне переміщення центру мас шасі та кути повороту переднього і заднього мостів з положень їх статичної рівноваги. Аналогічно запишемо сили, що виникають на передній підвісці шасі носія:

$$N_4^{(Л)} = C_{пер} \cdot [-y^{(3)} + \phi_3 \cdot l_{зад}^* + \phi_3'' \cdot l_{пер}^* - \psi_{пер} \cdot l_{зад}^* + \xi_{пер}] + q_{пер} \cdot [-\dot{y}^{(3)} + \dot{\phi}_3 \cdot l_{зад}^* + \dot{\phi}_3'' \cdot l_{пер}^* - \dot{\psi}_{пер} \cdot l_{зад}^* + \dot{\xi}_{пер}];$$

$$N_4^{(Пр)} = C_{пер} \times$$

$$\times [-y^{(3)} - \phi_3 \cdot l_{пер}^* + \phi_3'' \cdot l_{пер}^* + \psi_{пер} \cdot l_{пер}^* + \xi_{пер}] + q_{пер} \cdot [-\dot{y}^{(3)} - \dot{\phi}_3 \cdot l_{пер}^* + \dot{\phi}_3'' \cdot l_{пер}^* + \dot{\psi}_{пер} \cdot l_{пер}^* + \dot{\xi}_{пер}].$$

Знайдемо складову N_1 реакції внутрішнього зв'язку. Для цього запишемо рівняння сумісного руху центру мас напрямної та снаряда у відхиленнях з положення статичної рівноваги в напрямку вісі x :

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x}^{(C)} = P \cdot \cos(\theta_0 + \phi) \cdot \cos \phi_2' + N_1, \quad (10)$$

де $(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x}^{(C)} = m_1 \cdot \ddot{x}^{(1)} + m_2 \cdot \ddot{x}^{(2)}$, $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(C)}$ – координати центрів мас снаряда, напрямної та їх загального центру мас відповідно.

Користуючись рис. 6, складемо рівняння зв'язків. Двічі диференціюючи його, отримуємо:

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(1)} = \ddot{x}^{(3)} - \ddot{\phi}_2 \cdot B + \dot{\phi}_2^2 \cdot A; \\ \ddot{x}^{(2)} = \ddot{x}^{(3)} - \ddot{\phi}_2 \cdot D + \dot{\phi}_2^2 \cdot C, \end{cases} \quad (11)$$

$$A = (b_1 + b) \cdot \sin(\theta_0 + \phi) - (l_1 - l_0) \cdot \cos(\theta_0 + \phi);$$

$$B = (b_1 + b) \cdot \cos(\theta_0 + \phi) + (l_1 - l_0) \cdot \sin(\theta_0 + \phi);$$

$$C = b \cdot \sin(\theta_0 + \phi) - (l_2 - l_0) \cdot \cos(\theta_0 + \phi);$$

$$D = b \cdot \cos(\theta_0 + \phi) + (l_2 - l_0) \cdot \sin(\theta_0 + \phi).$$

Рівняння руху центре мас шасі в напрямку вісі x запишемо з урахуванням сил бокової жорсткості та демпфування коліс носія:

$$m_3 \cdot \ddot{x}^{(3)} = -N_1 + 6F_B + 2F_B^{(пер)} + 2F_B^{(зад)},$$

Рівняння руху центре мас шасі в напрямку вісі x запишемо з урахуванням сил бокової жорсткості та демпфування коліс носія:

$$m_3 \cdot \ddot{x}^{(3)} = -N_1 + 6F_B + 2F_B^{(пер)} + 2F_B^{(зад)},$$

Бокова сила, що виникає на еластичному колесі за рахунок поступального зміщення шасі

$$F_B = -C_{БШ} \cdot x^{(3)} - q_{БШ} \cdot \dot{x}_3^{(3)},$$

де $C_{БШ}, q_{БШ}$ – коефіцієнти бокової жорсткості та опору колеса, $x^{(3)}$ – зміщення центра мас шасі з положення рівноваги в напрямку вісі x .

Бокова сила, що виникає на передньому колесі за рахунок повороту шасі:

$$F_B^{(пер)} = -C_{БШ} \cdot \phi_3' \cdot l_{пер} - q_{БШ} \cdot \phi_3' \cdot l_{пер}.$$

Бокова на сила, що виникає на колесах заднього мосту за рахунок повороту шасі:

$$F_B^{(зад)} = C_{БШ} \cdot \phi_3' \cdot (l_{зад} - 2H) + C_{БШ} \cdot \phi_3' \cdot l_{зад} + q_{БШ} \cdot \phi_3' \cdot [(l_{зад} - 2H) + l_{зад}],$$

Враховуючи зазначені сили, з рівняння (11) знаходимо

$$\begin{aligned} \ddot{x}^{(3)} = (1/m_3) \cdot \{ & -N_1 - 6C_{БШ} \cdot x^{(3)} + 2C_{БШ} \cdot \phi_3' \times \\ & \times [(l_{зад} - 2H) + l_{зад} - l_{пер}] - 6q_{БШ} \cdot \dot{x}^{(3)} + \\ & + 2q_{БШ} \cdot \phi_3' \cdot [(l_{зад} - 2H) + l_{зад} - l_{пер}] \}. \end{aligned} \quad (12)$$

Підставляючи в (10) вирази (11) та враховуючи (12), після деяких перетворень маємо:

$$N_1 = m^* \{k_m \cdot \dot{\phi}_2^2 - \bar{k}_m \cdot \ddot{\phi}_2 - P \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) - \frac{\bar{m}}{m_3} [6C_{\text{БШ}} \cdot x^{(3)} - 2C_{\text{БШ}} \cdot \phi_3' \times (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}}) + 6q_{\text{БШ}} \cdot \dot{x}^{(3)} - 2q_{\text{БШ}} \cdot \dot{\phi}_3' (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}})]\},$$

$$\text{де } m^* = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad \bar{m} = m_1 + m_2;$$

$$k_m = m_1 \cdot A + m_2 \cdot C; \quad \bar{k}_m = m_1 \cdot B + m_2 \cdot D;$$

Послідовно записуючи рівняння сумісного руху центру мас напрямної та снаряда у відхиленнях з положення статичної рівноваги в напрямку вісі у:

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{y}_c = P(t) \cdot \sin(\theta_0 + \phi) + N_2,$$

$$\text{де } (m_1 + m_2) \cdot \ddot{y}_c = m_1 \cdot \ddot{y}^{(1)} + m_2 \cdot \ddot{y}^{(2)},$$

рівняння зв'язку, що пов'язують координати центрів мас снаряда і напрямної з координатою $y^{(3)}$ центру мас шасі в диференціальній формі

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y}^{(1)} &= \ddot{y}^{(3)} - \ddot{\phi}_3 \cdot (l_{\text{зад}} + a_1) - \ddot{\phi} \cdot A - \dot{\phi}^2 \cdot B \\ \ddot{y}^{(2)} &= \ddot{y}^{(3)} - \ddot{\phi}_3 \cdot (l_{\text{зад}} + a_1) - \ddot{\phi} \cdot C - \dot{\phi}^2 \cdot D \end{aligned} \right\}$$

та рівняння руху центру мас шасі

$$m_3 \ddot{y}^{(3)} = -N_2 - \tilde{C}_1 y^{(3)} + \tilde{C}_3 \xi_{\text{зад}} + \tilde{C}_4 \xi_{\text{пер}} + \tilde{C}_5 \phi_3'' - \tilde{Q}_1 \dot{y}^{(3)} + \tilde{Q}_3 \dot{\xi}_{\text{зад}} + \tilde{Q}_4 \dot{\xi}_{\text{зад}} + \tilde{Q}_5 \phi_3''', \quad (13)$$

$$\tilde{C}_1 = 2C_{\text{пер}} + 4C_{\text{зад}}; \quad \tilde{C}_3 = 4C_{\text{зад}}; \quad \tilde{C}_4 = 2C_{\text{пер}};$$

$$\tilde{Q}_4 = 4q_{\text{зад}}; \quad \tilde{C}_5 = 2C_{\text{пер}} \cdot l_{\text{пер}} - 4C_{\text{зад}} \cdot (l_{\text{зад}} - H);$$

$$\tilde{Q}_1 = 2q_{\text{пер}} + 2q_{\text{зад}}; \quad \tilde{Q}_3 = 2q_{\text{пер}};$$

$$\tilde{Q}_5 = 2q_{\text{пер}} \cdot l_{\text{пер}} - 2q_{\text{зад}} \cdot (l_{\text{зад}} - H).$$

знаходимо складову N_2 реакції внутрішнього зв'язку.

$$N_2 = -m^* \cdot \{ \bar{m} \cdot [A_3 + (l_{\text{зад}} + a_1) \cdot \ddot{\phi}_3] + k_m \cdot \ddot{\phi} + \bar{k}_m \cdot \dot{\phi}^2 + P \cdot \sin(\theta_0 + \phi) \}.$$

$$A_3 = \frac{1}{m_3} \cdot (C_1 \cdot y^{(3)} + C_2 \cdot \phi_3 - C_3 \cdot \xi_{\text{зад}} - C_4 \cdot \xi_{\text{пер}} + Q_1 \cdot \dot{y}^{(3)} + Q_2 \cdot \dot{\phi}_3 - Q_3 \cdot \dot{\xi}); \quad Q_3 = 2q_{\text{пер}};$$

$$C_1 = 2C_{\text{пер}} + 4C_{\text{зад}};$$

$$C_2 = 2C_{\text{пер}} \cdot l_{\text{пер}} - 4C_{\text{зад}} \cdot (l_{\text{зад}} - H); \quad C_3 = 4C_{\text{зад}};$$

$$C_4 = 2C_{\text{пер}}; \quad Q_1 = 2q_{\text{пер}}; \quad Q_2 = 2q_{\text{пер}} \cdot l_{\text{пер}};$$

Зберігши всі попередні позначення лінійних та кутових параметрів, рівняння обертального руху системи «снаряд – напрямна» навколо вісі Z_2 отримуємо у вигляді, наданому в роботі [7]:

$$\begin{aligned} I_{Z_2} \ddot{\phi}_2 &= P[x_p \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) - y_p \cdot \sin(\theta_0 + \phi_2)] - y_k \cdot N_1 + x_k \cdot N_2 - \\ &- C_k \cdot (\phi_2 - \phi_3) - q_{\text{хч}} \cdot (\phi_2 - \phi_3) \end{aligned} \quad (14)$$

Координати точки прикладення сили тяги, що знаходиться на зрізі сопла двигуна мають такі значення:

$$x_p = -l_1 \cdot \cos(\theta_0 + \phi) - x_1^{(c)};$$

$$y_p = -l_1 \cdot \sin(\theta_0 + \phi) - y_1^{(c)}.$$

Координати точки прикладення складових реакції умовного шарнірного з'єднання вузла поворотно-підйомного механізму напрямної:

$$\begin{aligned} x_k &= x_p + b_1 \cdot \sin(\theta_0 + \phi) + \\ &+ l_0 \cdot \cos(\theta_0 + \phi) + b \cdot \sin(\theta_0 + \phi); \\ y_k &= y_p - b_1 \cdot \cos(\theta_0 + \phi) + \\ &+ l_0 \cdot \sin(\theta_0 + \phi) - b \cdot \cos(\theta_0 + \phi), \end{aligned}$$

при цьому геометричний параметр b_1 визначається як $b_1 = B_1 - b$, (рис. 8)

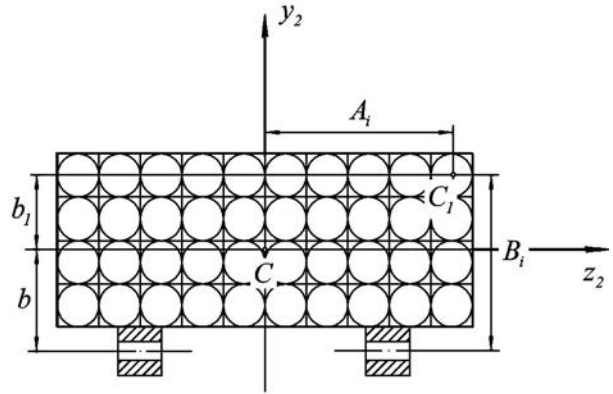


Рис. 8. До визначення координат положення осі труби трубчатої напрямної в пакеті

Тепер перейдемо до другого рівняння обертального руху напрямної. Вважаючи, що лінії дії рівнодіючих сил реакції внутрішньої в'язі $\vec{N}_1$ та $\vec{N}_2$ залишаються близькими до вісі y_2 , нехтуємо моментами цих сил. Тоді рівняння набуває вигляду:

$$I_{y_2} \cdot \ddot{\phi}_2' = P \cdot A_1 -$$

$$-C_{\text{ПЧ}} \cdot [\phi_2' \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi_3'] \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) -$$

$$-q_{\text{ПЧ}} \cdot [\phi_2' \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi_3'] \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2),$$

де P – сила тяги двигуна; A_1 – геометричний параметр осі труби в пакеті напрямної; $C_{\text{ПЧ}}$ – коефіцієнт кутової жорсткості поворотної частини напрямної; I_{y_2} – момент інерції напрямної відносно осі y_2 ; $q_{\text{ПЧ}}$ – коефіцієнт кутового опору поворотної частини напрямної.

Рівняння обертального руху шасі запишемо у вигляді:

$$I_{Z_3} \cdot \ddot{\phi}_3 = m_{Z_3}; \quad I_{y_3} \cdot \ddot{\phi}_3' = m_{y_3}; \quad I_{x_3} \cdot \ddot{\phi}_3'' = m_{x_3}.$$

Користуючись розрахунковою схемою на рис. 5, маємо:

$$\begin{aligned} I_{Z_3} \cdot \ddot{\phi}_3 &= N_3^{(\text{Пр})} \cdot l_{\text{пер}}^* - N_3^{(\text{Л})} \cdot l_{\text{зад}}^* + N_4^{(\text{Пр})} \cdot l_{\text{пер}}^* - \\ &- N_4^{(\text{Л})} \cdot l_{\text{зад}}^* + N_1 \cdot a + N_2 \cdot (l_{\text{зад}}^* + a_1) - C_{\text{хч}} \times \\ &\times (\phi_3 - \phi_2) - q_{\text{хч}} \cdot (\phi_3 - \phi_2). \end{aligned}$$

Підставляючи вирази для сил $N_3^{(Л)}$, $N_3^{(Пр)}$, $N_4^{(Пр)}$, $N_4^{(Л)}$, що виникають на задній та передній підвісці носія і вважаючи, що $I_{пер}^* = I_{зад}^* = 0.5L_{БАЗ}$, після подальших незначних перетворень маємо:

$$I_{Z_3} \cdot \ddot{\phi}_3 = 0.5L_{БАЗ}^2 \cdot [-(2 \cdot C_{зад} + C_{пер}) \cdot \phi_3 + 2 \cdot C_{зад} \cdot \psi_{зад} + C_{пер} \cdot \psi_{пер} - (q_{пер} + q_{зад}) \cdot \dot{\phi}_3 + q_{зад} \cdot \dot{\psi}_{зад} + q_{пер} \cdot \dot{\psi}_{пер}] + N_1 \cdot a + N_2 \times (I_{зад}^* + a_1^*) - C_{ХЧ} \cdot (\phi_3 - \phi_2) - q_{ХЧ} \cdot (\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2). \quad (16)$$

Рівняння обертального руху шасі відносно вертикальної осі u_3 має вигляд:

$$I_{u_3} \cdot \ddot{\phi}_3' = 2F_B^{(пер)} \cdot l_{пер} - 2F_B^{(зад)} \cdot (l_{зад} - H) + N_1 \cdot l_{ПЧ} + M_{ПЧ}.$$

Підставляючи сюди значення бокових сил пневматики носія, пружного моменту та демпфуючого моменту поворотно-підйомного механізму, маємо:

$$I_{u_3} \ddot{\phi}_3' = -2C_{БШ} [l_{пер}^2 + 2(l_{зад} - H)^2] \phi_3' - 2q_{БШ} \times [l_{пер}^2 + 2(l_{зад} - H)^2] \dot{\phi}_3' + N_1 l_{ПЧ} - C_{ПЧ} \times [\phi_3' - \phi_2' \cos(\theta_0 + \phi_2)] - q_{ПЧ} [\dot{\phi}_3' - \dot{\phi}_2' \cos(\theta_0 + \phi_2)]. \quad (17)$$

Рівняння обертального руху шасі навколо осі x_3 набуває вигляду:

$$(I_{x_3})'' \cdot \ddot{\phi}_3'' = \{4C_{зад} \cdot [-y^{(3)} - \phi_3''(l_{зад} - H) + \xi_{зад}] + 2q_{зад} \cdot [-\dot{y}^{(3)} - \dot{\phi}_3''(l_{зад} - H) + \dot{\xi}_{зад}]\} \cdot (l_{зад} - H) - \{2C_{пер} \cdot [-y^{(3)} + \phi_3'' \cdot l_{пер} + \xi_{пер}] + 2q_{пер} \times [-\dot{y}^{(3)} + \dot{\phi}_3'' \cdot l_{пер} + \dot{\xi}_{пер}]\} \cdot l_{пер} - (N_2)'' \cdot l_{ПЧ}. \quad (18)$$

де $(I_{x_3})'' = I_{x_3} - m^* \cdot \bar{m} \cdot l_{ПЧ}^2$,

$$\begin{aligned} \tilde{A}_3 &= (1/m_3) \cdot (\tilde{C}_1 \cdot y^{(3)} - \tilde{C}_3 \cdot \xi_{зад} - \tilde{C}_4 \cdot \xi_{пер} - \tilde{C}_5 \cdot \phi_3'' + Q_1 \cdot \dot{y}^{(3)} - Q_3 \cdot \dot{\xi}_{пер} - \tilde{Q}_4 \cdot \dot{\xi}_{зад} - \tilde{Q}_5 \cdot \dot{\phi}_3''); \\ (N_2)'' &= -m^* \cdot \left\{ \bar{m} \cdot [\tilde{A}_3 + \ddot{\phi}_3 \cdot (l_{зад}^* + a_1^*) + \ddot{\phi}_3'' \cdot l_{ПЧ}] + \bar{k}_m \cdot \dot{\phi}_2^2 + P \cdot \sin(\theta_0 + \phi_2) \right\}. \end{aligned}$$

Складемо систему диференціальних рівнянь руху частин ПУ, ввівши до її складу рівняння обертального руху напрямної (14) та (15), рівняння руху центру мас шасі (12) та (13), рівняння обертального руху шасі (16), (17) – (18) та рівняння вертикальних і кутових переміщень мостів носія. Останні достатньо легко записуються за допомогою розрахункової схеми коливань мостів носія, представленої на рис. 7. Провівши деякі необхідні незначні перетворення, надамо системі вигляду системи рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} 1. [I_{Z_2} + m^* \cdot (x_k \cdot k_m \cdot y_k \cdot \bar{k}_m)] \cdot \dot{\varepsilon} = P \cdot [x_p \times \cos(\theta_0 + \phi_2) - y_p \cdot \sin(\theta_0 + \phi_2)] - C_{ХЧ} \times (\phi_2 - \phi_3) - y_k \cdot \tilde{N}_1 + x_k \cdot \tilde{N}_2 - q_{ХЧ} \cdot (\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2. \dot{\phi}_2 = \varepsilon; \\ 3. I_{y_2} \cdot \dot{\pi} = P \cdot A_1 - C_{ПЧ} \cdot [\phi_2' \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi_3'] \times \cos(\theta_0 + \phi_2) - q_{ПЧ} \cdot [\dot{\phi}_2' \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2) - \dot{\phi}_3'] \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2); \\ 4. \dot{\phi}_2' = \pi; \\ 5. m_3 \cdot \dot{\zeta} = -N_1 - 6C_{БШ} \cdot x^{(3)} + 2C_{БШ} \phi_3' \cdot [(l_{зад} - 2H) + l_{зад} - l_{пер}] - 6q_{БШ} \cdot \dot{x}^{(3)} + 2q_{БШ} \cdot \dot{\phi}_3' \cdot [(l_{зад} - 2H) + l_{зад} - l_{пер}]; \\ 6. \dot{x}^{(3)} = \zeta; \\ 7. m_3 \cdot \dot{\eta} = -N_2 - \tilde{C}_1 \cdot y^{(3)} + \tilde{C}_3 \cdot \xi_{зад} + \tilde{C}_4 \cdot \xi_{пер} + \tilde{C}_5 \cdot \phi_3'' - \tilde{Q}_1 \cdot \dot{y}^{(3)} + \tilde{Q}_3 \cdot \dot{\xi}_{пер} + \tilde{Q}_4 \cdot \dot{\xi}_{зад} + \tilde{Q}_5 \cdot \dot{\phi}_3'; \\ 8. \dot{y}_3 = \eta; \\ 9. [I_{Z_3} + m^* \cdot \bar{m} \cdot (l_{зад}^* + a_1^*)^2] \cdot \dot{\mu} = 0.5 \cdot L_{БАЗ}^2 \cdot [-(2 \cdot C_{зад} + C_{пер}) \cdot \phi_3 + 2 \cdot C_{зад} \times \psi_{зад} + C_{пер} \cdot \psi_{пер} - (q_{пер} + q_{зад}) \times \dot{\phi}_3 + q_{зад} \cdot \dot{\psi}_{зад} + q_{пер} \cdot \dot{\psi}_{пер}] + N_1 \cdot a + N_2 \cdot (l_{зад}^* + a_1^*) - C_{ХЧ} \cdot (\phi_3 - \phi_2) - q_{ХЧ} \cdot (\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2); \\ 10. \dot{\phi}_3 = \mu; \\ 11. I_{y_3} \dot{\xi} = -2C_{БШ} [l_{пер}^2 + 2(l_{зад} - H)^2] \phi_3' - 2q_{БШ} [l_{пер}^2 + 2(l_{зад} - H)^2] \times \dot{\phi}_3' + N_1 l_{ПЧ} - C_{ПЧ} [\phi_3' - \phi_2' \times \cos(\theta_0 + \phi_2)] - q_{ПЧ} [\dot{\phi}_3' - \dot{\phi}_2' \cos(\theta_0 + \phi_2)]; \\ 12. \dot{\phi}_3' = \xi; \\ 13. (I_{x_3})'' \cdot \dot{\lambda} = \{4C_{зад} \cdot [-y^{(3)} - \phi_3''(l_{зад} - H) + \xi_{зад}] + 2q_{зад} \cdot [-\dot{y}^{(3)} - \dot{\phi}_3''(l_{зад} - H) + \dot{\xi}_{зад}]\} \cdot (l_{зад} - H) - \{2C_{пер} \cdot [-y^{(3)} + \phi_3'' \cdot l_{пер} + \xi_{пер}] + 2q_{пер} \cdot [-\dot{y}^{(3)} + \dot{\phi}_3'' \cdot l_{пер} + \dot{\xi}_{пер}]\} \cdot l_{пер} - (N_2)'' \cdot l_{пер}; \\ 14. \dot{\phi}_3'' = \lambda; \\ 15. m_n \dot{\eta}_n = 2(C_{пер} (y^{(3)} + \phi_3'' l_{пер} - \xi_{пер}) + q_{пер} \times (\dot{y}^{(3)} + \dot{\phi}_3'' l_{пер} - \dot{\xi}_{пер}) - C_{ш} \xi_{пер} - q_{ш} \dot{\xi}_{пер}); \\ 16. \dot{\xi}_{пер} = \eta_n; \\ 17. m_c \cdot \dot{\eta}_c = 2C_{сер} \cdot [y^{(3)} - \phi_3'' \cdot (l_{зад} - 2H) - \xi_{сер}] - 2C_{ш} \cdot \xi_{сер} - 2q_{ш} \cdot \dot{\xi}_{сер}; \\ 18. \dot{\xi}_{сер} = \eta_c; \\ 19. m_{зад} \cdot \dot{\eta}_3 = 2C_{зад} \cdot [y^{(3)} - \phi_3'' \cdot (l_{зад} - H) - \xi_{зад}] - 2C_{ш} \cdot \xi_{зад} - 2q_{ш} \cdot \dot{\xi}_{зад}; \\ 20. \dot{\xi}_{зад} = \eta_3; \\ 21. I_{зад} \dot{\alpha} = 0.5(C_{зад} L_{БАЗ}^2 (\phi_3 - \psi_{зад}) + q_{зад} L_{БАЗ}^2 \times (\dot{\phi}_3 - \dot{\psi}_{зад}) - C_{ш} S_{БАЗ}^2 \psi_{зад} - q_{ш} S_{БАЗ}^2 \dot{\psi}_{зад}); \\ 22. \dot{\psi}_{зад} = \alpha; \\ 23. I_{пер} \dot{\beta} = 0.5(C_{пер} L_{БАЗ}^2 (\phi_3 - \psi_{пер}) + q_{пер} L_{БАЗ}^2 \times (\dot{\phi}_3 - \dot{\psi}_{пер}) - C_{ш} S_{БАЗ}^2 \psi_{пер} - q_{ш} S_{БАЗ}^2 \dot{\psi}_{пер}); \\ 24. \dot{\psi}_{пер} = \beta, \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{N}_1 = m^* \cdot \{k_m \cdot \dot{\varphi}_2 - P \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - \\ - \frac{\bar{m}}{m_3} [6C_{\text{БШ}} \cdot x^{(3)} - 2C_{\text{БШ}} \cdot \varphi_3' \cdot (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}}) + \\ + 6q_{\text{БШ}} \cdot \dot{x}^{(3)} - 2q_{\text{БШ}} \cdot \dot{\varphi}_3' \cdot (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}})]\}; \\ N_2^* = -m^* \cdot [\bar{m} \cdot [\tilde{A}_3 + \ddot{\varphi}_3' \cdot l_{\text{пч}}] + k_m \cdot \ddot{\varphi}_2 + \\ + \bar{k}_m \cdot \dot{\varphi}_2^2 + P \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2)], \end{aligned}$$

$I_{\text{зад}}, I_{\text{пер}}$ – моменти інерції заднього та переднього мостів відносно їх екваторіальних осей.

2.2. Ділянка відносного поступального руху РС по напрямній ПУ

Частину рівнянь ділянки можливо отримати, використавши рівняння відносного поступального руху РС по напрямній ПУ стрільбі над кабіною носія з роботи [6]. Вони відповідають руху снаряда відносно напрямної та обертальному руху напрямної відносно вісі z_2 . Інші рівняння можна отримати з системи рівнянь (19), врахувавши в просторовій моделі наявність бокової сили взаємодії між снарядом та напрямною. Будемо вважати, що бокова сила взаємодії $\bar{R}_i$ (рис. 9) чисельно дорівнює додатку переносної та коріолісової сил інерції маси снаряда, тобто:

$$R_i = 2\dot{\phi}_2' \cdot \dot{x}_1^{(1)} \cdot m_1 + \ddot{\phi}_2' \cdot (l_1 + x_1^{(1)} - l_0) \cdot m_1. \quad (20)$$

Лінію дії цієї сили будемо вважати такою, що проходить через центр мас снаряда.

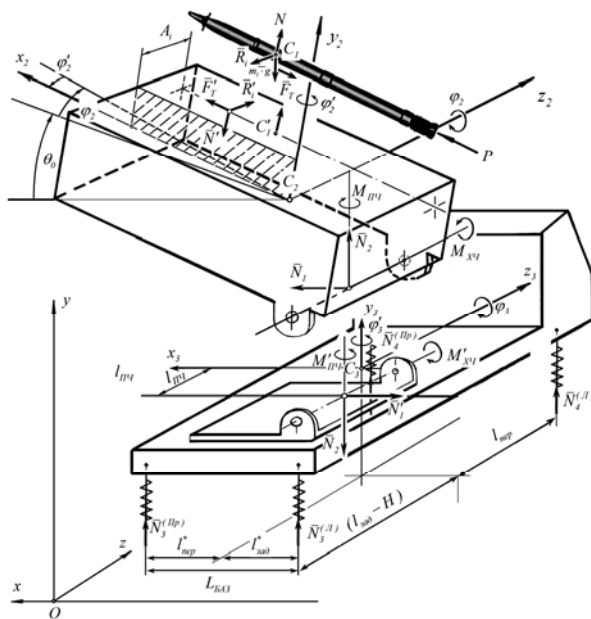


Рис. 9. Розрахункова схема при відносному поступальному русі РС на напрямній ПУ

Якщо трубчатa напрямна з метою надання снаряду повертання споряджена гвинтовим пазом, під час руху РС по напрямній між ведучим штифтом та боковою гранню пазу відбувається взаємодія. (рис. 10). Сила тиску штифта на напрямну спрямована перпендикулярно до бічної грані пазу і змінює свій напрям в просторі в залежності від кута прово-

роту снаряда. Кут провороту снаряда в трубчатій напрямній $\varphi = \varphi_0 + S \cdot \operatorname{tg} \alpha_{\Pi} / r$, де φ_0 – початковий кут провороту; α_{Π} – кут нахилу гвинтового пазу; r – відстань від осі снаряда до центру ведучого штифта; S – переміщення снаряда по напрямній.

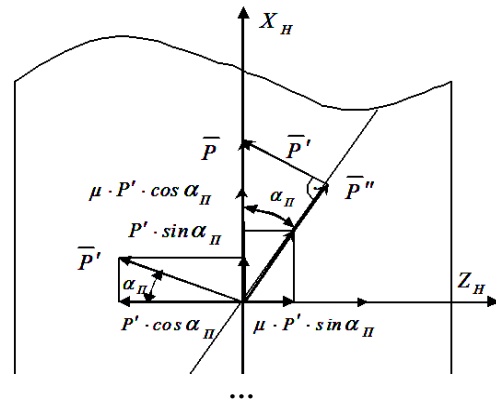


Рис. 10. До визначення дії ведучого штифта на стінку гвинтового пазу трубчатої напрямної

Проекції сили дії штифта снаряда на напрямну на осі системи координат $\{x_H, y_H, z_H\}$, що пов'язана з трубою напрямної, по якій рухається снаряд (μ – коефіцієнт тертя між штифтом та пазом):

$$\text{Вісь } x_H: \quad P \cdot (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \cdot \sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi});$$

$$\text{Вісь } y_H : P \cdot (\sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi} - \mu \cdot \sin^2 \alpha_{\Pi}) \cdot \sin \varphi ;$$

$$\text{Вісь } z_H : P \cdot (-\sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi} + \mu \cdot \sin^2 \alpha_{\Pi}) \cdot \cos \varphi.$$

Моменти сили дії штифта на напрямну відносно пов'язаних з напрямною осей y_2 та z_2 знайдемо по її проєкціям на вісі $\{x_H, y_H, z_H\}$ та по координатам точок прикладення:

$$\begin{cases} m_{y_2} = A_1 \cdot P \cdot (\sin^2 \alpha_{II} + \mu \cdot \sin \alpha_{II} \cdot \cos \alpha_{II}) - \\ - (x_1^{(I)} - l_2) \cdot P \cdot (\mu \cdot \sin^2 \alpha_{II} - \sin \alpha_{II} \cdot \cos \alpha_{II}) \cos \varphi; \\ m_{z_2} = (x_1^{(I)} - l_2) \cdot P \cdot (\sin \alpha_{II} \cdot \cos \alpha_{II} - \mu \cdot \sin^2 \alpha_{II}) \times \\ \times \sin \varphi - b_1^{(I)} \cdot P \cdot (\sin^2 \alpha_{II} + \mu \cdot \sin \alpha_{II} \cdot \cos \alpha_{II}). \end{cases} \quad (21)$$

Залежності (21) відповідають ділянці поступального руху снаряда відносно напрямної.

При відносному складному русі снаряда на слідуючій ділянці множник $(x_1^{(1)} - l_2)$ слід замінити на $(x_1^{(1)} + L - l_1 - l_2)$. Система рівнянь, що відповідає поступальній ділянці руху снаряда у випадку на прямої з гвинтовим пазом має вигляд:

$$1. \quad m_1 \cdot \dot{q} = -m_1 \cdot g \cdot [\sin(\theta_0 + \varphi_2) + \mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2)] + f_{\text{вд}} \cdot [\cos \psi + \mu \cdot \sin \psi] + f_{\text{дот}} \cdot [\sin \psi - \mu \cdot \cos \psi] + (f'_3 - f_3) \times \sin(\theta_0 + \varphi_2) + \mu \cdot (f'_3 - f_3) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - P \cdot (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \cdot \sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi});$$

$$2. \dot{x}_1^{(1)} = q;$$

$$\begin{aligned}
& 3. \dot{I}_2^* \cdot \dot{\mathbf{E}} = -(\mathbf{N})^* \bar{\mathbf{I}} + \mathbf{x}_*^{(k)} (\mathbf{N}_2)^* \cdot \mathbf{y}_*^{(k)} (\mathbf{N}_1)^* - \\
& \quad - C_{\text{ХЧ}} (\varphi_2 - \varphi_3) - N_0 \cos(\theta_0 + \varphi_2) \times (l_2 - l_1) - \\
& \quad - N_0 \sin(\theta_0 + \varphi_2) b_1 - q_{\text{ХЧ}} (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) + P(x_1^{(1)} - l_2) \times \\
& \quad \times (\sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi} - \mu \sin^2 \alpha_{\Pi}) \sin \varphi - \\
& \quad - b_1^{(i)} P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}); \\
& 4. \dot{\varphi}_2 = \varepsilon; \\
& 5. \ddot{I}_{y_2} \dot{\pi} = -\ddot{R}_i \ddot{I}_* + N_0 \sin(\theta_0 + \varphi_2) A_i - C_{\Pi\text{Ч}} \times \\
& \quad \times [\varphi_2' \cos(\theta_0 + \varphi_2) - \varphi_3'] \cos(\theta_0 + \varphi_2) - \\
& \quad - q_{\Pi\text{Ч}} [\dot{\varphi}_2' \cos(\theta_0 + \varphi_2) - \dot{\varphi}_3'] \cos(\theta_0 + \varphi_2) + \\
& \quad + N \mu A_i + A_i P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) - \\
& \quad - (x_1^{(1)} - l_2) P(\mu \sin^2 \alpha_{\Pi} - \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \cos \varphi; \\
& 6. \dot{\varphi}_2' = \pi; \\
& 7. m_3 \cdot \dot{\zeta} = -N_1 - 6C_{\text{БШ}} x^{(3)} + 2C_{\text{БШ}} \varphi_3' (l_{\text{зад}} - 2H) + \\
& \quad + l_{\text{зад}} - l_{\text{пер}} - 6q_{\text{БШ}} \dot{x}^{(3)} + 2q_{\text{БШ}} \dot{\varphi}_3' (l_{\text{зад}} - 2H) + \\
& \quad + l_{\text{зад}} - l_{\text{пер}}]; \\
& 8. \dot{x}^{(3)} = \zeta; \\
& 9. m_3 \cdot \dot{\eta} = -N_2 - \tilde{C}_1 y^{(3)} + \tilde{C}_3 \xi_{\text{зад}} + \tilde{C}_4 \xi_{\text{пер}} + \\
& \quad + \tilde{C}_5 \varphi_3'' - \tilde{Q}_1 \dot{y}^{(3)} + \tilde{Q}_3 \dot{\xi}_{\text{пер}} + \tilde{Q}_4 \dot{\xi}_{\text{зад}} + \tilde{Q}_5 \dot{\varphi}_3'; \\
& 10. \dot{y}_3 = \eta; \\
& 11. [I_{Z_3} + m^* \ddot{m} (l_{\text{зад}}^* + a_1^*)^2] \ddot{\mu} = 0.5 L_{\text{БАЗ}}^2 [-2C_{\text{зад}} + \\
& \quad + C_{\text{пер}}] \varphi_3 + 2C_{\text{зад}} \psi_{\text{зад}} + C_{\text{пер}} \psi_{\text{пер}} - (q_{\text{пер}} + \\
& \quad + q_{\text{зад}}) \times \dot{\varphi}_3 + q_{\text{зад}} \dot{\psi}_{\text{зад}} + q_{\text{пер}} \dot{\psi}_{\text{пер}} + N_1 a + \\
& \quad + N_2^* (l_{\text{зад}}^* + a_1^*) - C_{\text{ХЧ}} (\varphi_3 - \varphi_2) - q_{\text{ХЧ}} (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2); \\
& 12. \dot{\varphi}_3 = \mu; \\
& 13. I_{y_3} \cdot \dot{\xi} = -2C_{\text{БШ}} \cdot [l_{\text{пер}}^2 + 2 \cdot (l_{\text{зад}} - H)^2] \cdot \dot{\varphi}_3 - \\
& \quad - 2q_{\text{БШ}} \cdot [l_{\text{пер}}^2 + 2 \cdot (l_{\text{зад}} - H)^2] \cdot \dot{\varphi}_3 + N_1 \cdot l_{\Pi\text{Ч}} - \\
& \quad - C_{\Pi\text{Ч}} \cdot [\varphi_3' - \varphi_2' \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2)] - \\
& \quad - q_{\Pi\text{Ч}} \cdot [\dot{\varphi}_3' - \dot{\varphi}_2' \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2)]; \\
& 14. \dot{\varphi}_3' = \xi; \\
& 15. (I_{x_3})'' \cdot \dot{\lambda} = 2\{2C_{\text{зад}} [-y^{(3)} - \varphi_3' (l_{\text{зад}} - H) + \\
& \quad + \xi_{\text{зад}}] + q_{\text{зад}} [-\dot{y}^{(3)} - \dot{\varphi}_3' (l_{\text{зад}} - H) + \dot{\xi}_{\text{зад}}]\} \times \\
& \quad \times (l_{\text{зад}} - H) - 2\{C_{\text{пер}} [-y^{(3)} + \varphi_3' l_{\text{пер}} + \xi_{\text{пер}}] + \\
& \quad + q_{\text{пер}} [-\dot{y}^{(3)} + \dot{\varphi}_3' l_{\text{пер}} + \dot{\xi}_{\text{пер}}]\} l_{\text{пер}} - (N_2)'' l_{\text{пер}}; \\
& 16. \dot{\varphi}_3'' = \lambda; \\
& 17. m_n \cdot \dot{\eta}_n = 2\{C_{\text{пер}} (y^{(3)} + \varphi_3'' l_{\text{пер}} - \xi_{\text{пер}}) + q_{\text{пер}} \times \\
& \quad \times (\dot{y}^{(3)} + \dot{\varphi}_3'' l_{\text{пер}} - \dot{\xi}_{\text{пер}}) - C_{\text{ш}} \xi_{\text{пер}} - q_{\text{ш}} \dot{\xi}_{\text{пер}}\}; \\
& 18. \dot{\xi}_{\text{пер}} = \eta_n; \\
& 19. m_c \cdot \dot{\eta}_c = 2\{C_{\text{сер}} \cdot [y^{(3)} - \varphi_3'' \cdot (l_{\text{зад}} - 2H) - \\
& \quad - \xi_{\text{сер}}] - C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{сер}} - q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{сер}}\}; \\
& 20. \dot{\xi}_{\text{сер}} = \eta_c; \\
& 21. m_{\text{зад}} \cdot \dot{\eta}_3 = 2\{C_{\text{зад}} \cdot [y^{(3)} - \varphi_3'' \cdot (l_{\text{зад}} - H) - \\
& \quad - \xi_{\text{зад}}] - C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{зад}} - q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{зад}}\}; \\
& 22. \dot{\xi}_{\text{зад}} = \eta_3; \\
& 23. I_{\text{зад}} \cdot \dot{\kappa} = 0.5\{C_{\text{зад}} L_{\text{БАЗ}}^2 (\varphi_3 - \psi_{\text{зад}}) + q_{\text{зад}} L_{\text{БАЗ}}^2 \times \\
& \quad \times (\dot{\varphi}_3 - \dot{\psi}_{\text{зад}}) - C_{\text{ш}} S_{\text{БАЗ}}^2 \psi_{\text{зад}} - q_{\text{ш}} S_{\text{БАЗ}}^2 \dot{\psi}_{\text{зад}}\}; \\
& 24. \dot{\psi}_{\text{зад}} = \kappa; \\
& 25. I_{\text{пер}} \cdot \dot{\beta} = 0.5\{C_{\text{пер}} L_{\text{БАЗ}}^2 (\varphi_3 - \psi_{\text{пер}}) + q_{\text{пер}} L_{\text{БАЗ}}^2 \times \\
& \quad \times (\dot{\varphi}_3 - \dot{\psi}_{\text{пер}}) - C_{\text{ш}} S_{\text{БАЗ}}^2 \psi_{\text{пер}} - q_{\text{ш}} S_{\text{БАЗ}}^2 \dot{\psi}_{\text{пер}}\}; \\
& 26. \dot{\psi}_{\text{пер}} = \beta, \tag{22} \\
& \quad \ddot{R}_i = 2\dot{\varphi}_2' \cdot \dot{x}_1^{(1)} m_1; \quad \ddot{I}_{Y_2} = I_{Y_2} + m_1 \cdot \bar{\mathbf{I}} \cdot \ddot{I}_*; \\
& \quad \ddot{I}_* = l_1 + x_1^{(1)} - l_2 - \mu \cdot A_i; \quad \bar{\mathbf{I}} = l_1 + x_1^{(1)} - l_0; \\
& \quad N = m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - f_{\text{від}} \cdot \sin \psi + \\
& \quad + f_{\text{дот}} \cdot \cos \psi - (f_3' - f_3) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2); \\
& \quad x_*^{(k)} = -l_2 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) + \\
& \quad + b \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) + l_0 \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2); \\
& \quad y_*^{(k)} = -l_2 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2) - \\
& \quad - b \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) + l_0 \cdot \sin(\theta_0 + \varphi_2); \\
& \quad f_3 = m_1 \cdot \ddot{y}^{(3)}; \quad f_3' = m_1 \cdot [\ddot{\varphi}_3 (l_{\text{зад}} + a_1) - \ddot{\varphi}_3'' \cdot l_{\Pi\text{Ч}}]; \\
& \quad f_{\text{від}} = m_1 \cdot (KC_1) \cdot \dot{\varphi}^2; \quad f_{\text{дот}} = m_1 \cdot (KC_1) \cdot \dot{\varphi}; \\
& \quad (\mathbf{N})^* = m_1 \cdot g \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) - \\
& \quad - f_{\text{від}} \cdot \sin \psi - (f_3' - f_3) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2); \\
& \quad N_1 = m_1^* \{-N[\mu \cos(\theta_0 + \varphi_2) + \sin(\theta_0 + \varphi_2)] - m_2 \times \\
& \quad \times D \ddot{\varphi}_2 - P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \times \cos \theta_0 + m_2 \times \\
& \quad \times C \dot{\varphi}^2 - \frac{m_2}{m_3} [6C_{\text{БШ}} x^{(3)} - 2C_{\text{БШ}} \varphi_3' (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}}) + \\
& \quad + 6q_{\text{БШ}} \dot{x}^{(3)} - 2q_{\text{БШ}} \dot{\varphi}_3' (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}})]\}; \\
& \quad (\mathbf{N}_1)^* = m_1^* \{-(\mathbf{N})^* [\mu \cos(\theta_0 + \varphi_2) + \sin(\theta_0 + \varphi_2)] - \\
& \quad - P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \times \cos \theta_0 + m_2 C \dot{\varphi}^2 - \\
& \quad - \frac{m_2}{m_3} [6C_{\text{БШ}} x^{(3)} - 2C_{\text{БШ}} \varphi_3' (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}}) + \\
& \quad + 6q_{\text{БШ}} \dot{x}^{(3)} - 2q_{\text{БШ}} \dot{\varphi}_3' (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}})]\}; \\
& \quad N_2 = -m_1^* \{N_0 + N[\mu \sin(\theta_0 + \varphi_2) + \cos(\theta_0 + \varphi_2)] + \\
& \quad + m_2 D \dot{\varphi}^2 + m_2 [\ddot{A}_3 + (l_{\text{зад}} + a_1) \ddot{\varphi}_3 + \ddot{\varphi}'' l_{\Pi\text{Ч}}] + m_2 \times \\
& \quad \times C \ddot{\varphi} - P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \sin \theta_0\}; \\
& \quad (\mathbf{N}_2)^* = -m_3^* \{N_0 + (\mathbf{N})^* [\mu \sin(\theta_0 + \varphi_2) + \\
& \quad + \cos(\theta_0 + \varphi_2)] + m_2 D \dot{\varphi}^2 + m_2 [\ddot{A}_3 + (l_{\text{зад}} + a_1) \times \\
& \quad \times \ddot{\varphi}_3 + \ddot{\varphi}'' l_{\Pi\text{Ч}}] - P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \sin \theta_0\}; \\
& \quad I_2^* = I_{C_2} + m_1 (KC_1) \cos \psi \times \bar{\mathbf{I}} + m_1^* m_2 (C x_*^{(k)} - \\
& \quad - D y_*^{(k)}) + m_1^* m_1 (KC_1) \cos \psi \times [\sin(\theta_0 + \varphi_2) \times \\
& \quad \times (\mu x_*^{(k)} - y_*^{(k)}) + \cos(\theta_0 + \varphi_2) (x_*^{(k)} - \mu y_*^{(k)})];
\end{aligned}$$

2.3. Ділянка відносного складного руху РС по напрямній ПУ

Для складання диференціальних рівнянь руху окремих частин системи «снаряд – ПУ» на ділянці

відносного складного руху РС по напрямній ПУ використаємо попередньо розглянуті розрахункові моделі. З площинної моделі руху (рис. 4) візьмемо перші два рівняння. Вони наведені в системі рівнянь (7) і визначають рух центру мас снаряда відносно напрямної на ділянці відносного складного руху снаряда при стрільбі над кабіною носія. Наступними рівняннями руху будуть рівняння руху снаряда відносно центру мас. При цьому рівняння руху снаряда у вертикальній площині можна утворити з рівняння (3) системи рівнянь (7) з урахуванням залежностей (21) для моменту сили дії штіфта на напрямну:

$$\bar{I}_1 \cdot \ddot{\phi}_1 = -R \cdot \bar{L} \cdot (\sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi} - \mu \cdot \sin^2 \alpha_{\Pi}) \cdot \sin \varphi \cdot l_1;$$

Рівняння руху снаряда у боковому напрямку з урахуванням реакції гвинтового пазу та сили тертя, що виникає в опорній точці дульного зрізу напрямної при примусовому повертанні РС гвинтовим пазом буде мати вигляд:

$$I'_{C_1} \cdot \ddot{\phi}'_1 = -R_i \cdot l_1 + F'_T \cdot x_1^{(1)} + P \cdot (\sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi} - \mu \cdot \sin^2 \alpha_{\Pi}) \cdot \cos \varphi \cdot l_1;$$

Кожне з них дасть два диференціальних рівняння першого порядку. Таким чином, утворюється шість рівнянь першого порядку. Наступними рівняннями будуть рівняння обертального руху напрямної відносно осей y_2 та z_2 . Перше з цих рівнянь утворимо на підставі рівняння (5) системи рівнянь (7), додавши до його правої частини момент m_{z_2} реакції гвинтового пазу за залежністю (21). Рівняння має вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{z_2} \ddot{\phi}_2 = & -\bar{N} \bar{I} + x_*^{(k)} \bar{N}_2 - y_*^{(k)} \bar{N}_1 - C_{\text{ХЧ}} (\phi_2 - \phi_3) - \\ & - N_0 \cos(\theta_0 + \phi_2) (l_2 - l_1) - N_0 \sin(\theta_0 + \phi_2) b_1 - \\ & - q_{\text{ХЧ}} (\phi_2 - \phi_3) + (x_1^{(1)} + L - l_1 - l_2) P (\sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi} - \\ & - \mu \sin^2 \alpha_{\Pi}) \sin \varphi - b_1^{(i)} P (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}). \end{aligned}$$

Рівняння обертального руху напрямної відносно осі y_2 (в боковому напрямку) отримаємо на підставі рівняння (5) системи рівнянь (22), провівши необхідні незначні зміни:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{y_2} \ddot{\phi}'_2 = & -\tilde{R}_i \tilde{I}_* + N_0 \sin(\theta_0 + \phi_2) A_i - C_{\Pi\text{Ч}} \times \\ & \times [\phi'_2 \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi'_3] \times \cos(\theta_0 + \phi_2) - q_{\Pi\text{Ч}} \times \\ & \times [\phi'_2 \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi'_3] \times \cos(\theta_0 + \phi_2) + \\ & + N \mu A_i + A_i P (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) - \\ & - (x_1^{(1)} + L - l_1 - l_2) \times P (\mu \sin^2 \alpha_{\Pi} - \\ & - \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \cdot \cos \varphi; \end{aligned}$$

Записуючи кожне з останніх двох рівнянь за допомогою двох рівнянь першого порядку, отримуємо, таким чином, десять рівнянь першого порядку. Додаючи до отриманих рівнянь з системи (22), починаючи з сьомого і до останнього, які відповідають руху підресореного шасі та мостів, отримуємо наступну систему рівнянь руху системи РС-ПУ на ділянці відносного складного руху РС по напрямній:

1. $m_1 \cdot \dot{q} = -N \sin(\Delta \varphi) + P \cos(\Delta \varphi) - m_1 g \sin(\theta_0 + \phi_2) + f_{\text{від}} \cos \psi + f_{\text{дот}} \sin \psi + (f'_3 - f_3) \sin(\theta_0 + \phi_2) - N \mu \cos(\Delta \varphi) - P \cdot (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \cdot \sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi});$
2. $\dot{x}_1^{(1)} = q;$
3. $\bar{I}_1 \cdot \dot{p} = -R \cdot \bar{L} - P \cdot (\sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi} - \mu \cdot \sin^2 \alpha_{\Pi}) \times \sin \varphi \cdot l_1;$
4. $\dot{\phi}_1 = p;$
5. $\bar{I}_{z_2} \cdot \dot{\epsilon} = -\bar{N} \bar{I} + x_*^{(k)} \bar{N}_2 - y_*^{(k)} \bar{N}_1 - C_k (\phi_2 - \phi_3) - N_0 \times \cos(\theta_0 + \phi_2) (l_2 - l_1) - N_0 \sin(\theta_0 + \phi_2) b_1 - q_{\text{ХЧ}} \times (\phi_2 - \phi_3) + (x_1^{(1)} + L - l_1 - l_2) \times P (\sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi} - \mu \sin^2 \alpha_{\Pi}) \sin \varphi - b_1^{(i)} P (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi});$
6. $\dot{\phi}_2 = \epsilon;$
7. $\bar{I}_{y_2} \dot{\pi} = -\tilde{R}_i \tilde{I}_* + N_0 \sin(\theta_0 + \phi_2) A_i - C_{\Pi\text{Ч}} [\phi'_2 \times \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi'_3] \cos(\theta_0 + \phi_2) - q_{\Pi\text{Ч}} [\phi'_2 \cos(\theta_0 + \phi_2) - \phi'_3] \times \cos(\theta_0 + \phi_2) + N \mu A_i + A_i P (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) - (x_1^{(1)} + L - l_1 - l_2) \times P (\mu \sin^2 \alpha_{\Pi} - \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \cos \varphi;$
8. $\dot{\phi}_2 = \pi;$
9. $m_3 \cdot \dot{\zeta} = -N_1 - 6C_{\text{БШ}} \cdot x^{(3)} + 2C_{\text{БШ}} \phi'_3 \times [(l_{\text{зад}} - 2H) + l_{\text{зад}} - l_{\text{пер}}] - 6q_{\text{БШ}} \cdot \dot{x}^{(3)} + 2q_{\text{БШ}} \cdot \phi'_3 \cdot [(l_{\text{зад}} - 2H) + l_{\text{зад}} - l_{\text{пер}}];$
10. $\dot{x}^{(3)} = \zeta;$
11. $m_3 \cdot \dot{\eta} = -N_2 - \tilde{C}_1 \cdot y^{(3)} + \tilde{C}_3 \cdot \xi_{\text{зад}} + \tilde{C}_4 \cdot \xi_{\text{пер}} + \tilde{C}_5 \cdot \phi'_3 - \tilde{Q}_1 \cdot \dot{y}^{(3)} + \tilde{Q}_3 \cdot \dot{\xi}_{\text{пер}} + \tilde{Q}_4 \cdot \dot{\xi}_{\text{зад}} + \tilde{Q}_5 \cdot \phi'_3;$
12. $\dot{y}_3 = \eta;$
13. $[I_{z_3} + m^* \bar{m} (l_{\text{зад}}^* + a_1^*)^2] \dot{\mu} = 0.5 L_{\text{БАЗ}}^2 [-2C_{\text{зад}} + C_{\text{пер}}] \phi_3 + 2C_{\text{зад}} \psi_{\text{зад}} + C_{\text{пер}} \psi_{\text{пер}} - (q_{\text{пер}} + q_{\text{зад}}) \times \dot{\phi}_3 + q_{\text{зад}} \dot{\psi}_{\text{зад}} + q_{\text{пер}} \dot{\psi}_{\text{пер}} + N_1 a + N_2 (l_{\text{зад}}^* + a_1^*) - C_{\text{ХЧ}} (\phi_3 - \phi_2) - q_{\text{ХЧ}} (\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2);$
14. $\dot{\phi}_3 = \mu;$
15. $I_{y_3} \cdot \dot{\xi} = -2C_{\text{БШ}} \cdot [l_{\text{пер}}^2 + 2 \cdot (l_{\text{зад}} - H)^2] \cdot \phi'_3 - 2q_{\text{БШ}} \cdot [l_{\text{пер}}^2 + 2 \cdot (l_{\text{зад}} - H)^2] \cdot \phi'_3 + N_1 \cdot l_{\Pi\text{Ч}} - C_{\Pi\text{Ч}} \cdot [\phi'_3 - \phi'_2 \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2)] - q_{\Pi\text{Ч}} \cdot [\phi'_3 - \phi'_2 \cdot \cos(\theta_0 + \phi_2)];$
16. $\dot{\phi}'_3 = \xi;$
17. $(I_{x_3})'' \dot{\lambda} = \{4C_{\text{зад}} [-y^{(3)} - \phi_3'' (l_{\text{зад}} - H) + \xi_{\text{зад}}] + 2q_{\text{зад}} [-\dot{y}^{(3)} - \phi_3'' (l_{\text{зад}} - H) + \dot{\xi}_{\text{зад}}]\} (l_{\text{зад}} - H) - \{2C_{\text{пер}} [-y^{(3)} + \phi_3'' l_{\text{пер}} + \xi_{\text{пер}}] + 2q_{\text{пер}} \times [-\dot{y}^{(3)} + \phi_3'' l_{\text{пер}} + \dot{\xi}_{\text{пер}}]\} l_{\text{пер}} - (N_2)'' l_{\text{пер}};$
18. $\dot{\phi}_3'' = \lambda;$

$$\begin{aligned}
19. \quad m_n \cdot \dot{\eta}_n &= 2C_{\text{пер}}(y^{(3)} + \varphi_3'' l_{\text{пер}} - \xi_{\text{пер}}) + 2q_{\text{пер}} \times \\
&\times (\dot{y}^{(3)} + \dot{\varphi}_3'' l_{\text{пер}} - \dot{\xi}_{\text{пер}}) - 2C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{пер}} - 2q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{пер}}; \\
20. \quad \dot{\xi}_{\text{пер}} &= \eta_n; \\
21. \quad m_c \cdot \dot{\eta}_c &= 2C_{\text{сер}} \cdot [y^{(3)} - \varphi_3'' \cdot (l_{\text{зад}} - 2H) - \xi_{\text{сер}}] - \\
&- 2C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{сер}} - 2q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{сер}}; \\
22. \quad \dot{\xi}_{\text{сер}} &= \eta_c; \\
23. \quad m_{\text{зад}} \cdot \dot{\eta}_3 &= 2C_{\text{зад}} \cdot [y^{(3)} - \varphi_3'' \cdot (l_{\text{зад}} - H) - \\
&- \xi_{\text{зад}}] - 2C_{\text{ш}} \cdot \xi_{\text{зад}} - 2q_{\text{ш}} \cdot \dot{\xi}_{\text{зад}}; \\
24. \quad \dot{\xi}_{\text{зад}} &= \eta_3; \\
25. \quad I_{\text{зад}} \dot{\kappa} &= C_{\text{зад}} 0.5L_{\text{БАЗ}}^2 (\varphi_3 - \psi_{\text{зад}}) + q_{\text{зад}} 0.5L_{\text{БАЗ}}^2 \times \\
&\times (\dot{\varphi}_3 - \dot{\psi}_{\text{зад}}) - C_{\text{ш}} 0.5S_{\text{БАЗ}}^2 \psi_{\text{зад}} - q_{\text{ш}} 0.5S_{\text{БАЗ}}^2 \dot{\psi}_{\text{зад}}; \\
26. \quad \dot{\psi}_{\text{зад}} &= \kappa; \\
27. \quad I_{\text{пер}} \dot{\beta} &= C_{\text{пер}} 0.5L_{\text{БАЗ}}^2 (\varphi_3 - \psi_{\text{пер}}) + q_{\text{пер}} 0.5L_{\text{БАЗ}}^2 \times \\
&\times (\dot{\varphi}_3 - \dot{\psi}_{\text{пер}}) - C_{\text{ш}} 0.5S_{\text{БАЗ}}^2 \psi_{\text{пер}} - q_{\text{ш}} 0.5S_{\text{БАЗ}}^2 \dot{\psi}_{\text{пер}}; \\
28. \quad \dot{\psi}_{\text{пер}} &= \beta; \\
29. \quad \tilde{I}_{C_1} \cdot \dot{\tau} &= -R_1 l_1 + N \mu \cdot x_1^{(1)} + P \times \\
&\times (\sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi} - \mu \cdot \sin^2 \alpha_{\Pi}) \cdot \cos \varphi \cdot l_1; \\
30. \quad \dot{\varphi}_1' &= \tau.
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
\bar{N}_1 &= m_1^* \cdot \{-\bar{N} \cdot [\mu \cdot \cos(\theta_0 + \varphi_2) + \sin(\theta_0 + \varphi_2)] - \\
&- P \cdot (\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \cdot \sin \alpha_{\Pi} \cdot \cos \alpha_{\Pi}) \times \cos \theta_0 + m_2 \times \\
&\times C \cdot \dot{\varphi}_2^2 - \frac{m_2}{m_3} \cdot [6C_{\Gamma} \cdot x^{(3)} - 2C_{\text{БШ}} \cdot \dot{\varphi}_3' \cdot (2l_{\text{зад}} - 2H - \\
&- l_{\text{пер}}) + 6q_{\text{БШ}} \cdot \dot{x}^{(3)} - 2q_{\text{БШ}} \cdot \dot{\varphi}_3' \cdot (2l_{\text{зад}} - 2H - l_{\text{пер}})]\}; \\
\bar{N}_2 &= -m_1^* \{N_0 + \bar{N}[\cos(\theta_0 + \varphi_2) + \mu \sin(\theta_0 + \varphi_2)] - \\
&- P(\sin^2 \alpha_{\Pi} + \mu \sin \alpha_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi}) \cdot \sin \theta_0 + \\
&+ m_2[\tilde{A}_3 + (l_{\text{зад}} + a_1)\ddot{\varphi}_3 + \ddot{\varphi}_3'' l_{\text{пч}}] + m_2 D \dot{\varphi}_2^2\}; \\
\bar{I}_{Z_2} &= I_{C_2} + \{m_1 \tilde{I}[(KC_1) \cos \psi - x_1^{(1)}]\} / \{\cos(\Delta \varphi) - \\
&- \mu \sin(\Delta \varphi)\} + m_1^* m_2 (Cx_*^{(k)} - D \cdot y_*^{(k)}) + \\
&+ m_1^* m_1 (KC_1) \cos \psi [\sin(\theta_0 + \varphi_1)(\mu x_*^{(k)} - y_*^{(k)}) + \\
&+ \cos(\theta_0 + \varphi_2)(x_*^{(k)} - \mu y_*^{(k)})].
\end{aligned}$$

2.4. Геометрія мас напрямної ПУ, що використовується в розрахункових моделях

Реалізація отриманих в роботі математичних моделей шляхом чисельного інтегрування систем диференціальних рівнянь потребує визначення інерційних характеристик складових частин системи РС-ПУ на кожному кроці інтегрування. До цих характеристик відносяться маси та моменти інерції снаряда, напрямної, шасі та мостів носія. Маса та моменти інерції шасі і мостів носія залишаються постійними і їх можна визначити наперед. Масу снаряда та його моменти інерції в межах руху по ПУ теж можливо вва-

жати постійними і також визначити заздалегідь. Інерційні ж характеристики напрямної будуть суттєво змінними. Початкові інерційні характеристики напрямної, які визначається початковою кількістю та початковим розміщенням снарядів в пакеті напрямних, змінюється по мірі сходу окремих снарядів. Для обчислень зазначених інерційних характеристик введемо систему прямокутних осей $\{a, b, l\}$, що незмінно пов'язана з напрямною (рис. 11).

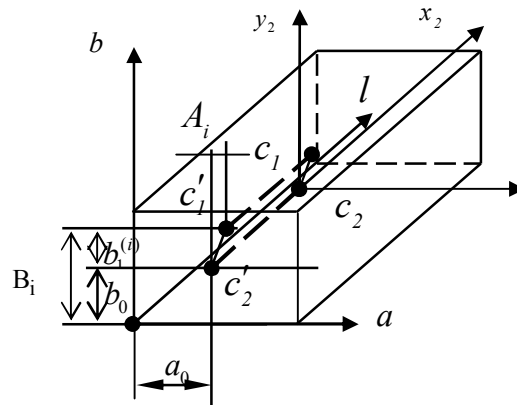


Рис. 11. До визначення інерційних характеристик напрямної

Застосуємо також наступні позначення: C_1 – центр мас снаряда з працюючим двигуном; C_2 – центр мас пакета напрямних зі снарядами, крім снаряда з працюючим двигуном; m_1 – маса снаряда з працюючим двигуном; m_{20} – маса напрямної без снарядів; a_i, b_i, l_i – координати центру мас C_{1i} і-го снаряда; a_2, b_2, l_2 – координати центру мас C_2 пакета напрямних зі снарядами; a_0, b_0, l_0 – координати центру мас пакета напрямних без снарядів.

1. Координати центру мас напрямної після розміщення на ній снарядів (в довільному порядку та кількості):

$$\begin{aligned}
a_{20} &= \frac{a_0 m_{20} + \sum m_{1i} \cdot a_i}{m_{20} + \sum m_{1i}}; \\
b_{20} &= \frac{b_0 m_{20} + \sum m_{1i} \cdot b_i}{m_{20} + \sum m_{1i}}; \quad l_{20} = \frac{l_0 m_{20} + \sum m_{1i} \cdot l_i}{m_{20} + \sum m_{1i}},
\end{aligned}$$

де m_{1i} – маса і-го снаряда, якщо він відсутній, то

$$m_{1i} = 0; \quad a_i = \frac{d}{2} + d(j-1); \quad b_i = \frac{d}{2} + d(k-1);$$

$j = 1, \dots, N$; $k = 1, \dots, K$ – індекси, що визначають положення і-го снаряда в пакеті напрямних: j – індекс порядкового номеру розташування снаряда по горизонталі в ряді (зліва); k – індекс порядкового номеру ряду розташування снаряда по вертикалі (знизу); l_i – задана величина, що заздалегідь визначається для всіх снарядів; d – калібр напрямної труби трубочатої напрямної.

2. Маса напрямної після розміщення на ній снарядів: $M_{20} = m_{20} + n \cdot m_1$, де n – кількість снарядів.

3. Моменти інерції напрямної після розміщення на ній снарядів:

$$I_{Z_{20}} = I_Z + \sum m_{1i} \cdot [(b_i - b_{20})^2 + (l_i - l_{20})^2];$$

$$I_{Y_{20}} = I_Y + \sum m_{1i} \cdot [(a_i - a_{20})^2 + (a_i - a_{20})^2],$$

де I_Z , I_Y – моменти інерції пакету напрямних без РС відносно осей, що проходять через його центр мас, координати якого $\{a_0, b_0, l_0\}$ визначені попередньо.

4. Координати центру мас напрямної після включення двигуна i -го снаряда без врахування маси цього снаряда:

$$a_2 = \frac{a_{20} \cdot M_{20} - a_i \cdot m_{1i}}{M_{20} - m_{1i}}; \quad b_2 = \frac{b_{20} \cdot M_{20} - b_i \cdot m_{1i}}{M_{20} - m_{1i}};$$

$$l_{20} = \frac{l_{20} \cdot M_{20} - l_i \cdot m_{1i}}{M_{20} - m_{1i}},$$

5. Лінійні розміри, що використовуються на першій ділянці руху (відносний спокій снаряда на напрямній):

$$b = b_2; \quad b_1^{(i)} = b_i - b_2; \quad l_1 = l_{1i}; \quad l_2 = l_2;$$

$$A_i = a_i - a_2; \quad B_i = b + b_1^{(i)} = b_i$$

6. Маса напрямної після спрацювання двигуна i -го снаряда без маси снаряда: $M_2 = M_{20} - m_{1i}$.

7. Момент інерції напрямної після спрацювання двигуна i -го снаряда без маси цього снаряда відносно осей, що проходять через центр мас напрямної:

$$I_{Z_2} = I_{Z_{20}} - m_{1i} \cdot [(b_i - b_2)^2 + (l_i - l_2)^2] - I_1;$$

$$I_{Y_2} = I_{Y_{20}} - m_{1i} \cdot [(a_i - a_2)^2 + (l_i - l_2)^2] - I_1;$$

I_1 – екваторіальний момент інерції снаряда.

2.5. Результати чисельного моделювання

На основі диференційних рівнянь руху окремих частин системи РС-ПУ на ділянці відносного спокою снаряда на напрямній (19), на ділянці його поступального руху по напрямній (22) та на ділянці відносного складного руху снаряда по напрямній (23), були розроблені єдиний алгоритм та обчислювальна програма чисельного моделювання сумісного руху реактивного снаряда та мобільної пускової установки РСЗВ. Алгоритм передбачає чисельне інтегрування систем диференційних рівнянь кожної ділянки руху РС по ПУ методом Рунге-Кутта с послідувочою передачею результатів розрахунку у якості початкових умов для слідувочої ділянки, а також розрахунок коливань ПУ після сходу снаряда в межах проміжку часу між моментом втрати контакту РС з ПУ та моментом запуску двигуна чергового снаряда з послідувочою передачею результатів роз-

рахунку величин параметрів, що визначають рух ПУ як початкових умов чергового циклу розрахунків. В зв'язку з тим, що метою роботи передбачається дослідження руху системи РС-ПУ у відхиленнях з положення статичної рівноваги, яке визначається початковим навантаженням направляючої снарядами та кутом прицілювання, розрахунок починається з нульових початкових умов і всі отримані результати стосуються динамічних складових параметрів коливань ПУ і руху снарядів в межах ПУ. В залежності від мети розрахунків їх результатами можуть бути величини поступальних та кутових переміщень і швидкостей складових частин ПУ, кути та кутові швидкості вильоту РС в момент втрати контакту з ПУ, значення реакцій внутрішніх зв'язків системи (навантаження на напрямну, зусилля в підйомному та поворотному механізмах напрямної, навантаження на підвіску носія та ін.). Розрахунки можуть відбуватися при різних інтервалах часу між пусками снарядів, значеннях сили затяжки стопорно-замкового пристрою снаряда, жорсткості ґрунтової основи. Схема навантаження напрямної снарядами та порядок їх сходу задаються. Результати розрахунків величин внутрішніх зусиль і деяких параметрів руху РС та частин ПУ мобільної пускової установки РСЗО типу БМ-21 представлені графічно.

Необхідні для розрахунків значення розмірів ПУ, маси частин ПУ і їх моменти інерції, а також коефіцієнти жорсткості і демпфування підвіски і пневматики носія приблизно відповідають установці БМ-21. Параметри РС взяті з Таблиць стрільби снарядами ОФ-21. Зокрема на рис. 12 надаються залежності від часу динамічної складової вертикальної реакції N_2 (вертикальної складової динамічного навантаження підйомно-поворотного механізму) при послідовному сході з направляючої 40 снарядів при різних проміжках часу між пусками снарядів. Поступове зменшення статичної складової навантаження пояснюється поступовим розвантаженням напрямної по мірі сходу з неї снарядів.

Так як безпосередній вплив на величини динамічних навантажень і розсіювання РС під час стрільби чинять коливання напрямної, при розрахунках ставилося за мету дослідити вплив на ці коливання різних чинників і насамперед часу затримки між пострілами. На рис. 13 надаються результати розрахунків коливань напрямної при двох різних інтервалах часу між пострілами, звідки видно значне зростання амплітуди коливань при збільшенні цього часу з $\tau = 0.3$ с. до $\tau = 0.5$ с. Це можна пояснити зростанням коефіцієнту динамічності коливної системи, так як період власних коливань напрямної, який можна оцінити за допомогою рис. 14, 15, аналізуючи ділянку затухання, близький до 1 секунди.

Важливою метою роботи було дослідження кутів вильоту снарядів РСЗО під час стрільби.

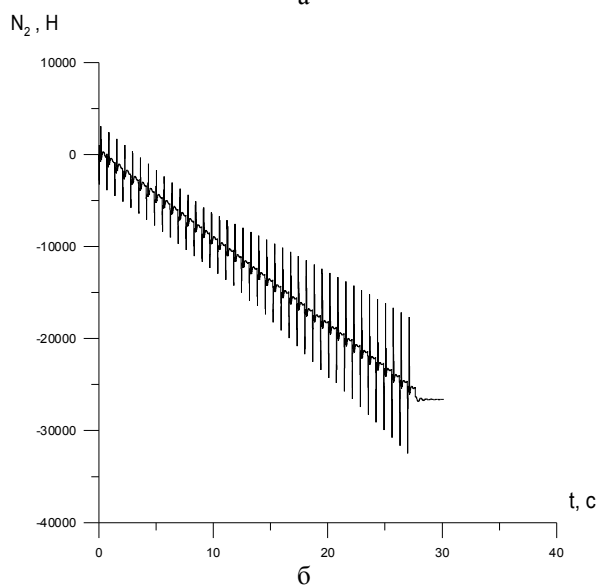
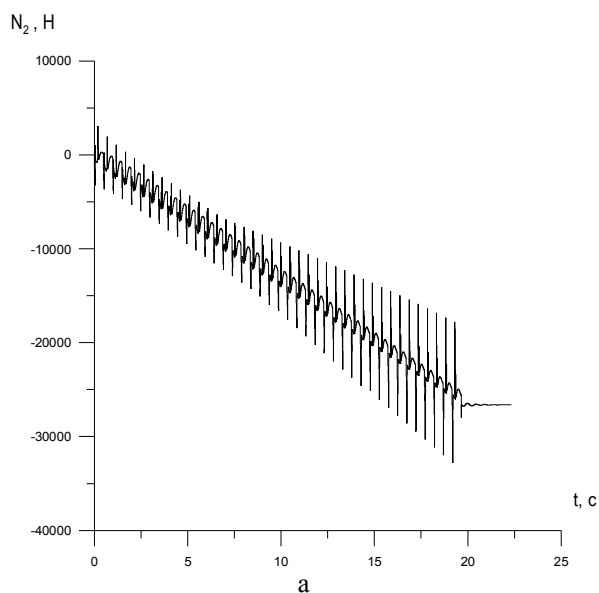


Рис. 12. Залежність від часу розрахункового значення динамічної складової реакції N_2 при сході з направляючої 40 снарядів: а – час затримки між пострілами $\tau = 0.3$ с ; б – час затримки між пострілами $\tau = 0.5$ с

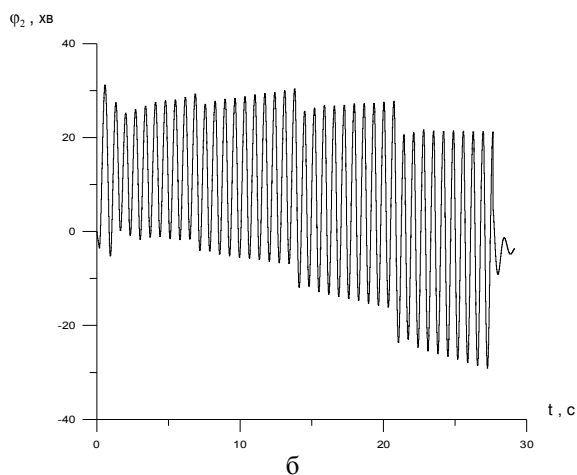
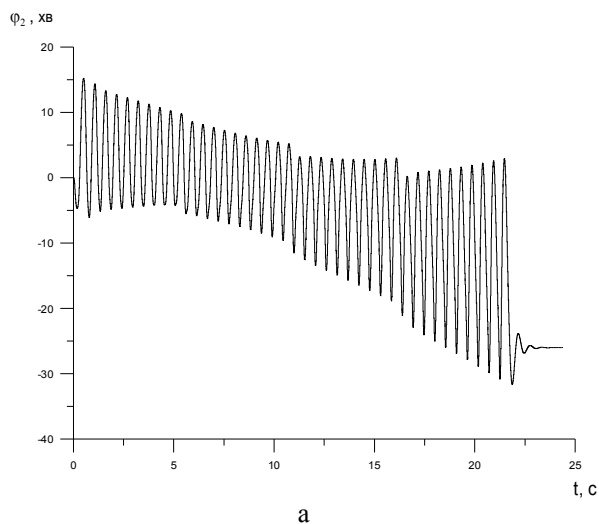


Рис. 13. Залежність від часу розрахункового значення кута нахилу направляючої при сході 40 снарядів: а – час затримки між пострілами $\tau = 0.3$ с ; б – час затримки між пострілами $\tau = 0.5$ с

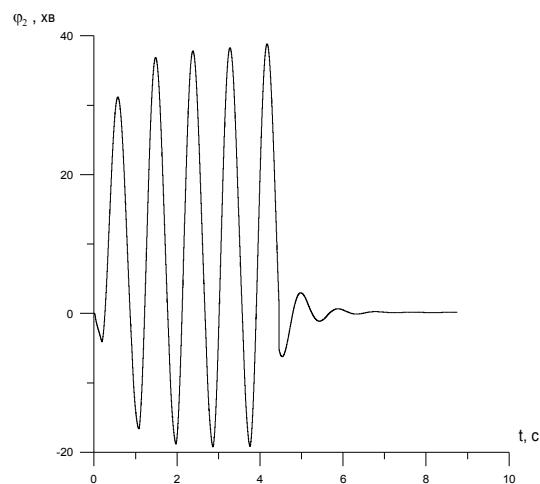


Рис. 14. Залежність від часу кута нахилу напрямної при здійсненні 5 пострілів і повному завантаженні напрямної снарядами, час затримки між пострілами $\tau = 0.5$ с

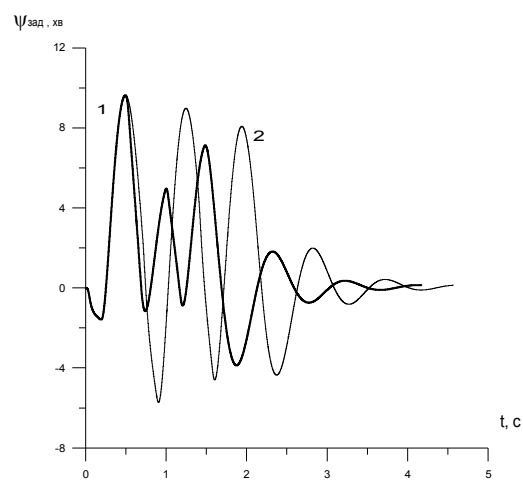


Рис. 15. Кутові коливання заднього мосту носія: 1 – час між пусками снарядів $\tau = 0.3$ с ; 2 – час між пусками снарядів $\tau = 0.5$ с

На рис. 16 надаються розрахункові залежності кута вильоту в вертикальній площині від кількості здійснених пострілів при різних значеннях сили затяжки стопорного пристрою. Прослідковується зростання кута вильоту по мірі сходу снарядів з ПУ, а також суттєвий вплив сили затяжки стопора на його значення. В роботі також досліджувався вплив жорсткості ґрунтової основи, з якої здійснюється стрільба, на значення кутів вильоту. Це можна зробити заміною жорсткості пневматики коліс приведеною жорсткістю системи шина-ґрунт у відповідності з властивостями ґрунтової основи. Результати розрахунків ілюструє рис. 17, де де наводяться порівняльні дані для кутів вильоту при стрільбі з сухого та вологого ґрунту.

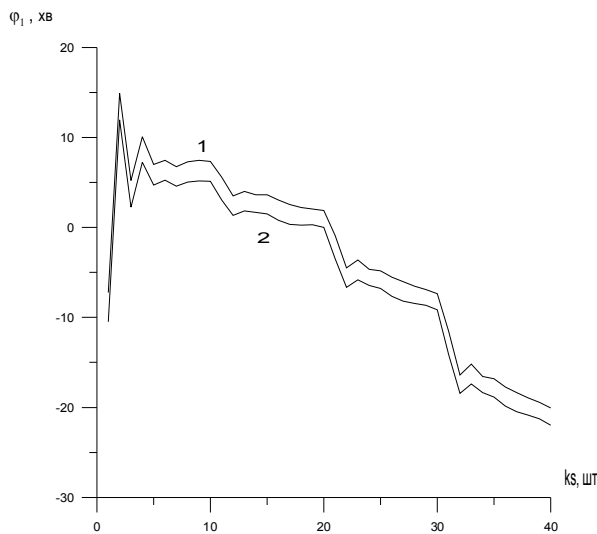


Рис. 16. Залежність кута вильоту снаряда від кількості здійснених пострілів при сході 40 снарядів з напрямної, затримці між пострілами $\tau = 0.3$ с і силі затяжки стопорного пристрою $Q=500$ кГ (1) і 1000 кГ (2)

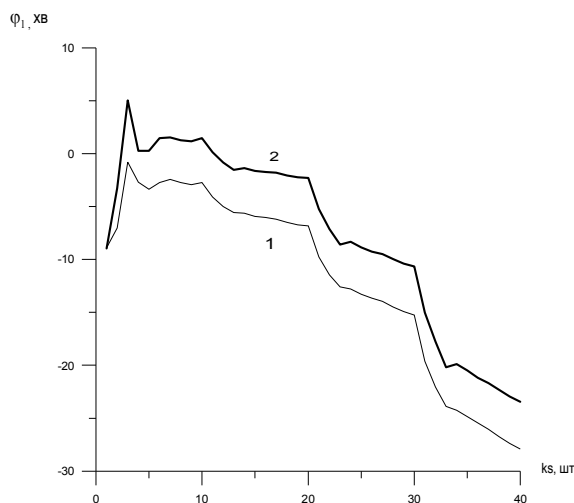


Рис. 17. Залежність кута вильоту снаряда від кількості здійснених пострілів загальною кількістю 40 і часі між пострілами $\tau = 0.5$ с з сухого (1) та вологого (2) ґрунту

Висновки

У відповідності з метою роботи розроблена математична модель спільного руху частин мобільної ПУ з трубчатими направляючими, змонтованої на базі автомобільного шасі, і снарядів реактивних систем залпового вогню, а також проведено за її допомогою чисельне моделювання на ПЕОМ руху частин ПУ і РС при різних інтервалах часу між пусками снарядів, значеннях сили затяжки стопорно-замкового пристрою снаряда та жорсткості ґрунтової основи.

Отримані результати показують можливість оцінки динамічних характеристик ПУ та динамічних навантажень на частини ПУ, а також початкових збурень траєкторії РС при сході снарядів реактивних систем залпового вогню з мобільної ПУ шляхом чисельного моделювання на ПЕОМ.

Подібна обставина надає можливість відмовитися від знаходження аналітичних рішень, що для складних динамічних систем практично неможливо, і одержувати необхідні динамічні характеристики ПУ, зусилля та параметри сходу снарядів з ПУ з достатньою точністю чисельним моделюванням на ПЕОМ.

Це дозволяє значно зменшити обсяг відповідних натурних випробувань, вирішити такі проектні задачі, як аналіз функціонування елементів конструкції, дослідження стабільності характеристик сходу РС, а також оцінити вплив окремих збурюючих факторів при відтворенні різних умов експлуатації.

Список літератури

1. Светлицкий В.А. Динамика старта летательных аппаратов / В.А. Светлицкий. - М.: Наука, 1986. - 280 с.
2. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. - М.: Наука, 1982. - 420 с.
3. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман. - М.: Высшая школа, 1980. - 408 с.
4. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля: колебания и плавность хода / Р.В. Ротенберг. - М.: Машиностроение, 1972. - 392 с.
5. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин / Г.А. Смирнов. - М.: Машиностроение, 1981. - 272 с.
6. Шийко О.М. Математична модель руху реактивного снаряда та пускової установки після спрацювання стопорно-замкового пристрою напрямної / О.М. Шийко, В.О. Телухін // Системи обробки інформації. - Х.: ХВУ, 2004. - Вип. 3. - С. 220-226.

Надійшла до редколегії 28.05.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.М. Фоменко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ДВИЖЕНИЯ РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА
И МОБИЛЬНОЙ ПУСКОВОЙ УСТАНОВКИ РСЗО**

А.Н. Шийко

Приводятся математические модели движения реактивного снаряда в пределах мобильной пусковой установки РСЗО с трубчатыми направляющими и носителем, смонтированным на базе автомобильного шасси, и возмущенного им движения пусковой установки, а также результаты численного моделирования движения снаряда и пусковой установки при разных интервалах времени между пусками снарядов, значениях силы затяжки стопорно-замкового устройства снаряда и жесткости грунтовой основы.

Ключевые слова: реактивный снаряд, мобильная пусковая установка, колебания пусковой установки, возмущение траектории снаряда, динамические нагрузки на пусковую установку, математическая модель, численное моделирование.

DESIGN OF JOINT MOTION OF JET-PROJECTILE AND MOBILE STARTING SETTING

A.N. Shiyko

Mathematical models over of motion of jet-projectile are brought within the limits of the mobile starting setting with the tubular directing and carrier, mounted on the base of motor-car undercarriage, and indignat at him motion of the starting setting, and also results of numeral design of motion of projectile of i of the starting setting at different time domains between starting of projectiles, values of force of inhaling of stop-lock device of projectile and inflexibility of the ground basis.

Keywords: jet-projectile, mobile starting setting, vibrations of the starting setting, indignation of trajectory of projectile, dynamic loading on the starting setting, mathematical model, numeral design.