

ПРИМЕНЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА К ТЕОРИИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В. Н. Лысенко, к.т.н., доцент

А. Ю. Савойский, ассистент

Сумский национальный аграрный университет

Изложено эффективную методику расчета параметров электрического двигателя с использованием вращающейся системы отсчета. Описаны выражения для определения индукционной ЭДС в фазных обмотках статора и представлена система отсчета и расположение стержней ротора электродвигателя. Показано, что применение такой методики позволяет сократить объем вычислений и упростить интерпретацию полученных результатов.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, вращающаяся система отсчета.

Постановка проблемы. Электрические асинхронные двигатели широко используются в различных областях техники и технологии. Теоретические исследования и расчет таких устройств осуществляется обычно путем применения методов электродинамики и лабораторной системы отсчета. Однако более удобным и наглядным методом при исследовании вращающихся объектов может служить переход к вращающейся системе отсчета. В настоящей работе предпринята такая попытка.

Анализ последних достижений и публикаций. Количество работ по теории и расчету асинхронных электрических двигателей довольно значительно [1-11]. В них подробно изложены особенности и характеристики таких машин. Рассмотрены также области использования и приведены конкретные примеры расчета конструктивных и электрических параметров.

При исследовании электромагнитных процессов и определении электрических параметров при наличии вращающихся объектов часто приходится суммировать величины или функции, аргументами которых может быть время или длина дуги окружности при одинаковой круговой частоте и различных начальных фазах.

Так в работе [6,7] для улучшения электрических параметров асинхронных двигателей предлагается использовать в статоре рассредоточенные обмотки, которые сдвинуты по дуге окружности статора на определённые углы. После разложения прямоугольного распределения магнитодвижущих сил в ряд Фурье производится геометрическое сложение векторов соответствующих первой и двум следующим гармоникам.

Суммарный вектор определяется как радиус окружности, описанной вокруг слагаемых векторов, полученных в результате разложения магнитодвижущая сила (МДС) в ряд Фурье. Также в работах [4,5] при условии, что проводящая обмотка статора распределены в нескольких пазах и вращающееся магнитное поле пересекает их одновременно, то электродвижущая сила (ЭДС) отдельных проводников сдвинуты по

начальной фазе и суммарная ЭДС тоже находится геометрическим сложением векторов.

В работе [8,9,10] при вычислении суммарной ЭДС в обмотке вращающегося ротора используется выражение для вычисления ЭДС в обмотке трансформатора умноженное на некоторый коэффициент.

Формулирование целей статьи. В данной работе предлагается в подобных случаях вместо геометрического сложения векторов находить суммарный вектор аналитически, используя комплексные экспоненты.

Методика исследования. В данной работе исследование осуществляется заменой гармонических величин ЭДС комплексными экспонентами, что дает возможность заменить геометрическое сложение величин сдвинутых по начальной фазе на определенный угол аналитическим сложением. А для того чтобы применять эту методику к вычислению ЭДС и токов в проводниках (стержнях) короткозамкнутого ротора, осуществлен переход от лабораторной системы отсчета к вращающейся системе отсчета.

При включении асинхронного двигателя в трёхфазную сеть в фазных обмотках статора протекают токи, которые создают вращающееся магнитное поле $\vec{B}_\omega$ в воздушном зазоре. Так как воздушный зазор между статором и ротором значительный, то заметная часть магнитного поля обмоток образует поток рассеяния $\Phi_{\text{рас}}$, а большая часть магнитного поля идет на образование вращающегося магнитного поля $\vec{B}_\omega$ относительно продольной оси вала электродвигателя.

В теории асинхронного электродвигателя закон электромагнитной индукции Фарадея играет важную роль, но применяя его необходимо разграничить подходы к неподвижным и движущимся объектам.

В лабораторной системе отсчёта магнитный поток $\Phi_{\text{рас}}$ обмоток статора неподвижный и изменяется в зависимости от времени в полной аналогии с изменением магнитного потока трансформатора. Поэтому мгновенное значение ЭДС рассеяния ($E_{\text{рас}}$) в витках, расположенных в разных пазах статора,

имеют одинаковые фазы и при последовательном соединении витков суммарная ЭДС ($E_{рас}$) получается умножением ЭДС одного витка, на количество витков в обмотке и определяется известным соотношением:

(1)

где f – частота трехфазной сети;

W – количество витков в обмотке статора;

$\Phi_{m\ рас}$ – максимальное значение потока рассеяния.

При определении индукционной ЭДС в фазных обмотках статора необходимо применять электродинамику движущихся тел, учитывая что индукционная ЭДС зависит только от относительного движения проводника и магнитного поля.

В лабораторной системе отсчета – вектор магнитной индукции B_ω , оставаясь постоянным по величине, вращается в воздушном зазоре асинхронного двигателя с угловой скоростью $\vec{\omega}_B$ или линейной скоростью (рис 1).

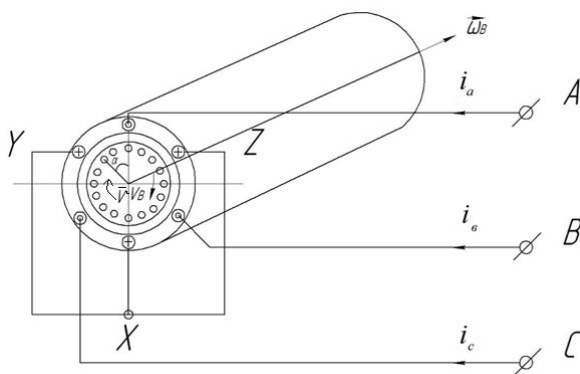


Рис. 1. Система отсчета и расположение стержней ротора.

Тогда вектор напряжения определим по формуле:

$$\vec{U}_B = [\vec{\omega}_B \vec{r}] \quad (2)$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки на оси вращения вала в нужную точку воздушного зазора.

ЭДС, индуцируемая в контуре витка $\vec{E}_{инд}$, выражается соотношением:

$$E_{инд} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (3)$$

где, t – текущее время.

Магнитный поток сквозь поверхность, ограниченную контуром витка определяем по выражению:

→

(4)

→

где – магнитный поток сквозь поверхность, ограниченную контуром витка;

– вектор вращающегося магнитного поля;

$\vec{S}$ – вектор, определяемый соотношением:

$$\vec{S} = S \vec{n}, \quad (5)$$

где S – площадь ограничения витком;

$\vec{n}$ – единичный вектор, перпендикулярный к плоскости витка.

Так как выбор направления единичного вектора $\vec{n}$ неоднозначен, ибо его можно проводить с одной или другой стороны поверхности S , то направление вектора $\vec{n}$ выбирается исходя из правила Ленца, используя (3).

Если в выражении (3) дифференциал $d\Phi$ заменить конечным приращением магнитного потока $\Delta\Phi$ и это приращение окажется положительным, то направление $\vec{n}$, будет противоположно направлению.

А это означает, что воображаемый виток, ток которого образует вектор, направленный также как и. Следовательно индукционный ток имеет направление, противоположное току воображаемого витка (рис.2).



Рис. 2. Схема направления векторов индукционного тока и тока воображаемого витка

В данной схеме точка означает, что вектор $\vec{B}_\omega$ направлен перпендикулярно плоскости листа на нас, а крест показывает направление от нас.

Аналитическое выражение ЭДС рассеяния ($E_{рас}$) для этого случая имеет вид:

(6)

При отрицательном приращении магнитного потока $\Delta\Phi$ направление $\vec{n}$ совпадает с направлением $\vec{B}_\omega$ (рис.3).

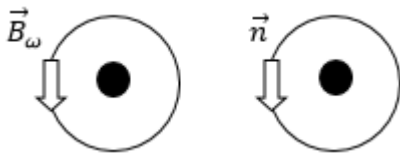


Рис. 3. Схема направления векторов индукционного тока и тока воображаемого витка при отрицательном приращении магнитного потока

Аналитическое выражение ЭДС рассеяния ($E_{\text{рас}}$) при одинаковых направлениях векторов $\vec{B}_\omega$ и $\vec{n}$ выражается соотношением:

$$E = - \frac{d}{dt} [(\vec{B})_\omega \cdot \vec{n}] S = \omega \vec{B}_\omega S \sin \omega t$$

(7)

При определении ЭДС индукции в витках обмотки статора вращающимся магнитным полем, используя (6) или (7) необходимо учитывать, что витки обмотки одной фазы статора расположены в разных пазах, которые последовательно равномерно сдвинуты по окружности статора на определённый угол α , друг относительно друга.

Вычисляя магнитный поток через виток обмотки надо учесть, что вследствие вращения магнитного поля $\vec{B}_\omega$ угол между нормалью витка $\vec{n}$ и магнитным полем изменяется вследствие вращения магнитного поля и определяется скалярным произведением векторов $\vec{B}_\omega$ и $\vec{n}$:

$$\vec{B}_\omega \cdot \vec{n} = B \cos \omega t$$

(8)

Но в начальный момент отсчета времени t_0 в разных пазах наклон витка по отношению к вектору магнитного поля $\vec{B}_\omega$ различен и зависит от угла α между пазами. От этого наклона витка по отношению к вектору магнитного поля зависит начальная фаза в соотношении (8). Выбирая начало отсчета времени t_0 так, что в первом витке обмотки $\vec{n} \perp \vec{B}_\omega$, то начальная фаза в скалярном произведении $\vec{n} \cdot \vec{B}_\omega$ окажется равной нулю.

Во всех остальных витках расположенных в пазах сдвинутых на угол α начальная фаза определяется углом α . Аналитические выражения скалярного произведения для $\vec{B}_\omega \cdot \vec{n}$ для первого и последующих витков имеет вид:

$$B_\omega \cos \omega t, B_\omega \cos(\omega t + \alpha), B_\omega \cos(\omega t + 2\alpha), \dots, B_\omega \cos[\omega t + (l-1)\alpha], \sin \frac{l\alpha}{2}$$

(9)

где l – количество витков, которые сдвинуты на угол α .

После определения знака $\vec{n}$ (полагаем знак $\vec{n}$ положительный) и умножением выражения (9) на величину площади каждого витка S

используя соотношение (7) получаем ЭДС индукции в каждом витке:

$$\omega B_\omega S \sin \omega t, \omega B_\omega S \sin(\omega t + \alpha), \omega B_\omega S \sin(\omega t + 2\alpha), \dots$$

(10)

При последовательном соединении витков в обмотке статора необходимо просуммировать выражение (10).

Следует заметить, что в отличие от трансформатора, где поле $\vec{B}$ неподвижно в пространстве и зависит только от времени, то есть начальные фазы в выражении индукционной ЭДС во всех витках одинаковы, то при последовательном соединении витков суммирование заменяется умножением на количество витков.

Чтобы получить суммарное выражение членов ряда (10) представим синусы в виде комплексных экспонент и выражение (10) примет вид:

$$\omega B_\omega S e^{j\omega t}, \omega B_\omega S e^{j(\omega t + \alpha)}, \omega B_\omega S e^{j(\omega t + 2\alpha)}, \dots, \omega B_\omega S e^{j[\omega t + (l-1)\alpha]}$$

(11)

Вычисление суммы членов ряда (11) производится использованием выражения для суммы ряда геометрической прогрессии. После преобразования сумма членов ряда (11) примет вид:

$$\Sigma_1(\alpha = 0)^l (l-1) \omega B_\omega S e^{j\omega t} = \omega B_\omega S e^{j\omega t} [1 + e^{j\alpha} + e^{j2\alpha} + \dots + e^{j(l-1)\alpha}]$$

(12)

Представляя комплексное выражение экспоненты в тригонометрическом виде, получим:

$$\Sigma_1(\alpha = 0)^l (\alpha - 1) \omega B_\omega S \sin \frac{l\alpha}{2} = \omega B_\omega S \sin \frac{l\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}$$

(13)

В выражении (13) мнимая его часть представляет сумму ряда синусов (10), которые определяют индукционную ЭДС последовательно соединенных витков расположенных в пазах сдвинутых на угол α в виде:

$$\sum_{\alpha=0}^{l-1} \omega B_\omega S \sin(\omega t + \alpha) = \omega B_\omega S \frac{\sin \frac{l\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \left(\omega t + \frac{l-1}{2} \alpha \right)$$

(14)

Выражение (13) можно представить в традиционном виде:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$$

(15)

где e – мгновенные значения ЭДС.

E_m – амплитуда ЭДС:

$$E_m = \omega B_\omega S \frac{\sin \frac{l\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

(16)

φ – начальная фаза синусоидальной ЭДС:

$$\varphi = \frac{l-1}{2} \alpha$$

(17)

Индукционная ЭДС фазной обмотки статора используются при расчете электрических

параметров асинхронного электродвигателя.

При рассмотрении принципа действия и получении расчетных соотношений обычно пользуются лабораторной системой координат, т.е. системой неподвижно связанной со статором (корпусом) электродвигателя.

Однако при исследовании и расчете электрических процессов в роторе асинхронного электродвигателя удобно переходить во вращающуюся систему координат, т.е. систему неподвижно связанную с вращающимся магнитным полем $\vec{B}_\omega$. Если магнитное поле $\vec{B}_\omega$ вращается в воздушном зазоре асинхронного электродвигателя, то линейная скорость его выражается соотношением (2). Для того, чтобы наблюдатель неподвижно был связан с вращающимся магнитным полем $\vec{B}_\omega$, он должен иметь линейную скорость $\vec{v}_p = -\vec{v}_B$, тогда его линейная скорость относительно $\vec{B}_\omega$ будет равна нулю, т.е.:

$$\vec{v}_p + \vec{v}_B = 0 \quad (18)$$

Таким образом, во вращающейся системе магнитное поле $\vec{B}_\omega$ неподвижно, а ротор вращается вместе с токопроводящими стержнями (рис.2) со скоростью:

$$\vec{v}_p = [\vec{\omega}_p r], \quad (19)$$

где $\vec{\omega}_p$ - угловая скорость вращения ротора.

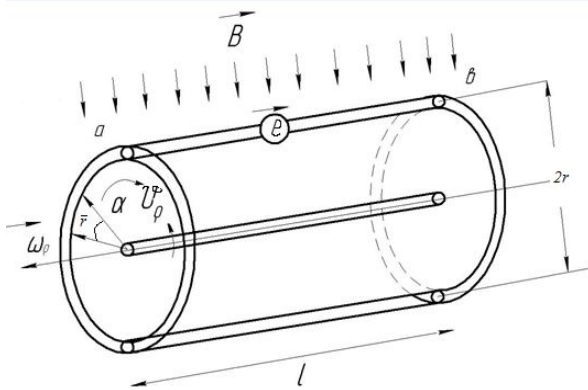


Рис 4. Вращающаяся система отсчета и параметры движения ротора

С той же скоростью станут вращаться электроны проводимости. Но на каждый электрон проводимости движущийся в неподвижном магнитном поле $\vec{B}_\omega$ действует сила Лоренца:

$$\vec{F} = -e [\vec{v}_p \vec{B}_\omega], \quad (20)$$

где e – заряд электрона.

Согласно соотношения (20) сила $\vec{F}$ направлена вдоль токопроводящего стержня и электроны проводимости начнут перемещаться под действием этой силы от а до b (рис. 4). Далее электроны проводимости движутся по

внешней цепи, состоящей из короткозамкнутых колец ротора и токопроводящих стержней и возвращаются в тот же стержень из которого они вышли. Так как заряд электронов отрицателен, то направление движения электронов проводимости и направления тока противоположны. В дальнейшем изложении удобно предполагать, что электрический ток образуется положительными зарядами равными заряду электрона.

Для определения токов, протекающих в токопроводящих стержнях и короткозамкнутых кольцах необходимо определить ЭДС индукции в токопроводящих стержнях.

ЭДС индукции между точками b и a определяется работой силы Лоренца (20), затраченной на перемещение единицы заряда из точки b в точку a (рис. 4).

Выражение силы Лоренца, действующей на электрон, заменяется силой, действующей на положительный заряд чтобы движение зарядов соответствовало направлению тока.

Следовательно:

$$(21)$$

где $q = |e|$.

В соотношении (21) начало отсчета t_0 выбрано в момент t_0 , когда $\vec{v}_p \parallel \vec{B}_\omega$ и, следовательно угол между ними равен нулю и начальная фаза соответственно равна нулю. Во всех последующих токопроводящих стержнях начальная фаза определяется углом α , который для последующих токопроводящих стержней возрастает.

Математические соотношения для индукционных ЭДС токопроводящих стержней движущегося ротора под верхним полюсным делением с учётом сдвига начальных фаз (рис.4) записываются следующим рядом:

$$\omega_p r B_\omega l_{\text{ст}} \sin \omega_p t, \quad \omega_p r B_\omega l_{\text{ст}} \sin(\omega_p t + \alpha), \quad \omega_p r B_\omega l_{\text{ст}} \sin(\omega_p t + 2\alpha), \dots \quad (22)$$

Ряд для индукционных ЭДС токопроводящих стержней движущегося ротора под нижним полюсным делением (рис.4), занимающих вторую половину дуги окружности ротора в силу симметрии имеют те же значения что и ряд (22), но направление ЭДС противоположное. В силу этого общий ток и все токи стержней для верхнего полюсного деления удваивают.

Необходимо заметить, что в короткозамкнутых кольцах индукционная ЭДС не создается, так как сила Лоренца, действующая на движущийся заряд направлена перпендикулярно периметру коротко замкнутых колец и, следовательно, работы не производит. Для определения токов, проходящих в токопроводящих стержнях, которые в основном определяют мощностные характеристики электродвигателя, составляем эквивалентную

электрическую схему (рис.5).

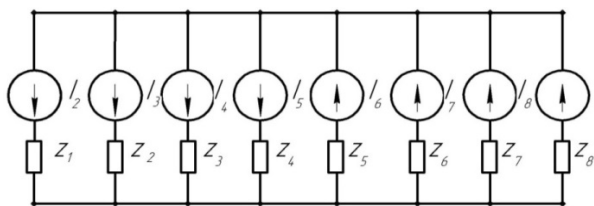


Рис 5. Эквивалентная схема для определения токов

Учитывая сравнительно малые сопротивления короткозамкнутых колец, упрощаем схему (рис.5) и получаем расчетную эквивалентную схему (рис.6).

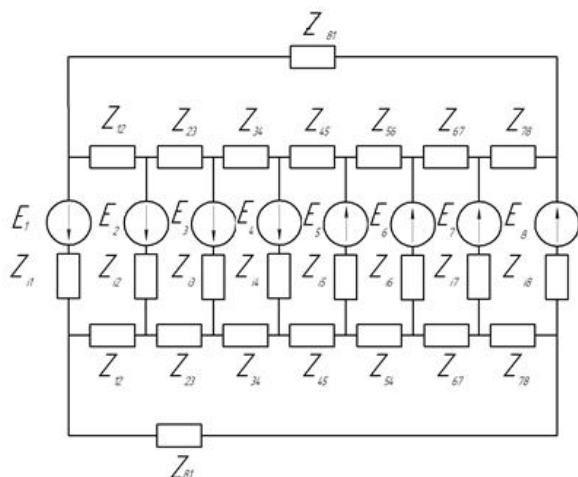


Рис. 6. Упрощенная эквивалентная схема для определения токов

Для расчета токов в эквивалентной электрической схеме (рис.6) используем метод наложения. Для этого ряд индукционных ЭДС делим на комплексные сопротивления токопроводящих стержней и получаем токи сдвинуты по фазе за счет углов α и дополнительного сдвига за счет комплексного сопротивления Z .

Следовательно, используя ряд (22) для индукционных ЭДС в стержнях движущихся под верхним полюсным делением, получаем ряд для токов в проводящих стержнях в виде:

$$\frac{\omega_p r B_{\omega} l_{ba} \sin(\omega_p t + \varphi)}{Z}, \frac{\omega_p r B_{\omega} l_{ba} \sin(\omega_p t - \alpha + \varphi)}{Z}, \frac{\omega_p r B_{\omega} l_{ba} \sin(\omega_p t + 2\alpha + \varphi)}{Z}, \dots, \frac{\omega_p r B_{\omega} l_{ba} \sin(\omega_p t + (\alpha - 1)\pi)}{Z} \quad (23)$$

В дальнейшем представляем ряд (23) в виде комплексных экспонент, который становится рядом геометрической прогрессии.

Затем находим сумму геометрической прогрессии. Переходя после этого от комплексной экспоненты к тригонометрической форме находим мнимую часть, которая и представляет суммарный ток в виде:

$$\sum I(x) = \frac{\omega_p r B_{\omega} l_{ba}}{Z} \cdot \frac{\sin \frac{l\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cdot \sin \left[\omega_p t + \varphi + \frac{l-t}{2} \alpha \right] \quad (24)$$

Следует заметить, что выражения (24) подобно выражению (15) при получении которого все преобразования проделаны подробно.

Используя выражение (21) можно рассчитывать основные параметры асинхронного двигателя.

Выводы. В работе посредством перехода во вращающуюся систему отсчета показано возможность расчета индукционной ЭДС и токов в стержнях ротора и в обмотках статора, используя которые рассчитываются электрические параметры асинхронного двигателя.

Доказано, что применение такой методики позволяет сократить объем вычислений и упростить интерпретацию полученных результатов.

Список использованной литературы:

1. Загірняк М. В., Невзлін Б. І. «Електричні машини»: підручник. — К.: Знання, 2009.
2. Яцкевич В.В. Электротехника.- Минск. «Ураджай» - 1981.
3. Иванов И.И., Равдоник В.С. Электротехника.-М. «Высшая школа».
4. Панкратов В.В. Векторное управление асинхронными электроприводами: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. – 66 с.
5. Усольцев А.А. Векторное управление асинхронными двигателями / А.А. Усольцев. – П.: СТУ. – 2002. – 40 с.
6. Рудаков В.В., Столяров И.М., Дартау В.А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 136 с
7. Ключев В.И. Теория электропривода: Учеб. для вузов. – 2-е изд. Перераб. и доп./ В.И. Ключев. – М.: Энергоматиздат, 2003. – 704 с.
8. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств / И.В. Черных. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 288с.
9. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – Москва.: Высшая школа, 2001.
10. Сипайлов Г.А., Лоос А.В. Математическое моделирование электрических машин (АВМ).- Москва.: Высшая школа, 1980.
11. Пат.№ RU 2317632 Российская Федерация, H02P21. Система векторного управления скоростью асинхронного электродвигателя / Иванов В.М.; заявитель и патентообладатель Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Ульяновский государственный технический университет".

Лисенко В.М, Савойський О.Ю. Використання обертової системи відліку до теорії асинхронного двигуна

Викладено ефективну методику розрахунку параметрів електричного двигуна з використанням обертової системи відліку. Описано вирази для визначення індукційної ЕРС в фазних обмотках статора і представлена система відліку та розташування стрижнів ротора електродвигуна. Показано, що застосування такої методики дозволяє скоротити обсяг обчислень і спростити інтерпретацію отриманих результатів.

Ключові слова: асинхронний електродвигун, обертова система відліку.

LysenkoV., SavoytskyiA.Application of the rotating coordinate system to the theory asynchronous engine

Described an efficient method of calculating the parameters of the electric motor with a rotating frame of reference. Described expressions to determine the induction of EMF in the phase stator windings and provided a frame of reference and the location of the motor rotor bars.

For research and calculation of electrical processes in the rotor induction motor was presented rotating coordinate system and derived mathematical relationships for induction emf conductive rods moving rotor below the upper band division, taking into account the shift of the initial phases.

Also compiled a simplified equivalent circuit diagram for the determination of the currents flowing in the conductive rods that define the power characteristics of the motor.

To calculate the currents in the equivalent circuit diagram used method of applying. For this series of induction EMF is divided into complex impedance conductive rods and received currents shifted in phase due to the angles and the additional shift due to the complex impedance.

It is shown that the use of this technique reduces the amount of computations and simplifies the interpretation of results.

Keywords: induction motor, rotating frame of reference.

Стаття подана в редакцію: 20.05.2015р.

Рецензент: к.т.н. Яковлев В.Ф.

