

# БУДІВЕЛЬНІ КОНСТРУКЦІЇ

УДК 624.012.45

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРУТИЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА, ПОДВЕРЖЕННОГО ИЗГИБУ С КРУЧЕНИЕМ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

**Т.Н. Азизов**, д.т.н., професор, Уманський державний педагогічний університет ім. Павла Тичини, м. Умань, Україна

**Д.Ю. Парамонов**, Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна

**И.В. Бордюгов**, Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна

*В статье представлена формула определения коэффициента упругопластичности железобетонного элемента, подверженного изгибу с кручением с учетом образования нормальных трещин. Это дает возможность определять крутильную жесткость железобетонного элемента с учетом нелинейности его деформирования.*

**Постановка проблемы и ее связь с важными практическими заданиями.**

В железобетонных элементах перекрытий под действием чистого изгиба образуются нормальные трещины. При расчетах с учетом пространственной работы конструкций в качестве вторичного силового фактора в перекрытии может возникнуть крутящий момент. Трещинообразование приводит к изменениям как изгибных, так и крутильных жесткостей элементов, а также влияет на перераспределение усилий в статически неопределимых системах [1, 14].

Расчет конструкций перекрытий с учетом пространственной их работы, трещинообразования и нелинейности деформирования позволяет наиболее достоверно определять напряженно-деформированное состояние элементов и эффективно выполнять проектирование [1, 7, 15].

При напряжениях в конструкции больших 20% от предельного значения возникают пластические деформации, не учет которых может привести к значительным ошибкам в расчетах, особенно на стадиях образования и раскрытия трещин.

Определение крутильных жесткостей в упругой постановке расчета железобетонных конструкций с учетом образования нормальных трещин освещены в работах [2, 4, 5, 6, 14, 19]. На сегодняшнее время отсутствуют формульные выражения для нахождения крутильной жесткости с учетом нелинейного НДС элементов с нормальными трещинами.

**Анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение данной проблемы.**

Нелинейную работу бетона в нормах предлагается учитывать коэффициентом упругопластичности, принимающим фиксированные значения в зависимости от длительности действия нагрузки, условий влажности воздуха [8, 9].

Кроме того известны методики где для оценки нелинейности деформирования бетона используют диаграммы зависимостей между напряжениями и деформациями [10, 13, 17]. Эти

графики аппроксимируют различного рода функциями и выражают коэффициент упругопластичности через действующие напряжения в элементе.

Для практических расчетов конструкций, подверженных сложному нагружению, необходимо определить интегральную оценку упругопластического состояния материала. Коэффициент упругопластичности в целом должен оценивать НДС элемента через изменение его модуля деформаций. К такого рода исследованиям относятся работы [3, 16, 18].

Т.Н. Азизов в работе [3] предлагает алгоритм определения нелинейной работы железобетона с помощью метода конечных элементов с применением ЭВМ.

Работы Т.П. Чистовой и Н.Н. Ячменевой [16, 18.] учет нелинейности выражают через коэффициент упругопластичности полученный из корреляционно-регрессионного анализа экспериментальных данных.

**Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы.**

Принятый подход в [8, 9] является упрощенным и не может быть применен для оценки напряженно-деформированного состояния конструкции на стадии нагружения и трещинообразования.

Практическое использование зависимостей между напряжениями и деформациями [10, 13, 17] возможно при принятии дискретной модели элемента с оценкой напряженного состояния в каждом конечном элементе.

Решение задачи по определению нелинейной характеристики крутильной жесткости через метод конечных элементов [3] имеет хорошую точность, но недостатком является отсутствие формульных выражений, большие затраты времени для построения моделей и осуществления расчетов.

Предложения Т.П. Чистовой и Н.Н. Ячменевой [16, 18] требуют изучения их применимости для расчета элементов с нормальными трещинами и при влиянии изгибающих моментов.

**Цель статьи** - определить коэффициент упругопластичности для железобетонных элементов, работающих на изгиб с кручением с учетом образования нормальных трещин. Данную характеристику применить для определения крутильной жесткости элемента с учетом нелинейности его деформирования.

**Изложение основного материала.**

Крутильная жесткость балки с учетом нелинейности ее деформирования будет состоять из значения жесткости  $B_t$ , определенной в упругой постановке решения задачи, умноженной на коэффициент упругопластичности  $n$ :

$$B_{t,pl} = B_t \cdot n \quad (1)$$

Задача поиска перемещений в нормальной трещине при деформировании балки в упругопластической стадии от действия изгибно-крутильных моментов решается подбором закона изменения модуля деформаций в зависимости от уровня нагружения. Таким образом, необходимо установить формульную зависимость для коэффициента упругопластических деформаций бетона, чтобы найти изменение модуля сдвига бетона:

$$G'_{cm} = n \cdot G_{cm} \quad (2)$$

Так как перемещение обратно пропорционально модулю деформаций, то упругопластическое (полное) перемещение можем установить через отношение упругого перемещения от кручения к коэффициенту упругопластических деформаций бетона:

$$D_{pl} = \frac{Mt \cdot L \cdot R}{n \cdot G_{cm} \cdot I_t} = \frac{D_e}{n} \quad (3)$$

где  $Mt$  - крутящий момент;

$L$  - длина блока балки между нормальными трещинами;

$R$  - радиус кручения балки;

$I_t$  - крутящий момент инерции балки;

$D_e$  - упругие перемещения от кручения.

В диссертационной работе [16] Т.П. Чистова определяет коэффициент упругопластичности бетона для случая изгиба с кручением. Эту зависимость она устанавливает из экспериментальных данных. Формула выражается через отношение момента трещинообразования  $M_{t_{crc}}$  при кручении к действующему крутящему моменту  $Mt$ :

$$\bar{n}_k = 0.975 \cdot m_{sy} + 0.525 (M_{t_{crc}} / Mt)^2 \quad (4)$$

где  $m_{sy}$  - коэффициент продольного армирования.

С такого же рода формулой сталкиваемся в работе [18] Н.Н. Ячменевой, выполненной под руководством Н.И. Карпенко. Она учитывает неупругие свойства бетона и получена с помощью корреляционно-регрессионного анализа экспериментальных данных:

$$\bar{n}_k = 6 \cdot m_{sy} + 0.555 (M_{t_{crc}} / Mt)^2 \quad (5)$$

Для того, чтобы проверить на пригодность формулы Т.П. Чистовой и Н.Н. Ячменевой для применения их к расчету элементов на изгиб с кручением при образовании нормальных трещин, проведем экспериментальные исследования.

Для исследования были изготовлены железобетонные балки 21 шт, размерами 1200×100×160 мм из бетона класса С25. Девять балок испытаны на чистое кручение, остальные на изгиб с кручением. При нагружении производились измерения упругих и пластических составляющих перемещений от кручения.

Сравним экспериментальные данные с расчетными пластическими деформациями по формуле (3), используя формулы (4) и (5). Для расчета значений в формулах (4) и (5) необходимо вычислить величину момента трещинообразования при кручении  $M_{t_{crc}}$ . Обратимся к работе Д.Х. Касаева [12] где предлагается исходить из трех возможных случаев отношения изгибающих и крутящих моментов:

1) при  $y < 0.65$  и  $M_{T_{crc}} / M_{crc} < 2/3$ ,

$$Mt_{M_{crc}} = Mt_{crc}$$

2) при  $0.65 \leq y < 0.95$ ,

$$Mt_{M_{crc}} = Mt_{crc} + M_{T_{crc}} / M_{crc} = 5/3$$

3) при  $y > 0.95$  и  $M_{T_{crc}} / M_{t_{crc}} < 2/3$

$$Mt_{M_{crc}} = M_{crc}$$

где  $y = M_{T_{crc}} \cdot b^2 / Mt_{M_{crc}} \cdot h^2$  - соотношения между действующими моментами и моментами инерции сечения относительно главных осей;

$M_{T_{crc}}$  - изгибающий момент при совместном действии крутящего момента и трещинообразования от кручения;

$M_{crc}$  - момент трещинообразования при изгибе, определяется по [8];

$Mt_{M_{crc}}$  - крутящий момент трещинообразования при совместном действии изгибающего момента;

$Mt_{crc}$  - крутящий момент трещинообразования в случае чистого кручения.

По методике Д.Х. Касаева, теоретическое значение момента образования трещин балки определяется по формуле (в случае чистого кручения):

$$M_{t_{crc}} = (0.88 + 0.08 \cdot h / b) \cdot f_{cm} \cdot W_{t,pl} \quad (6)$$

где  $W_{t,pl} = \sqrt{2} \cdot b \cdot h^2 / 3.43$  - упругопластический момент сопротивления образца сплошного сечения;

$b$  и  $h$  - ширина и высота балки соответственно;

$f_{ctm}$  - расчетная прочность бетона на растяжение.

Определяем по приведенным формулам Д.Х. Касаева момент трещинообразования при кручении, учитывая совместное его действие с изгибом. Далее сопоставляем данные пластических перемещений из нашего эксперимента и расчетные данные, определенные по формулам (4, 5) (рис. 1).

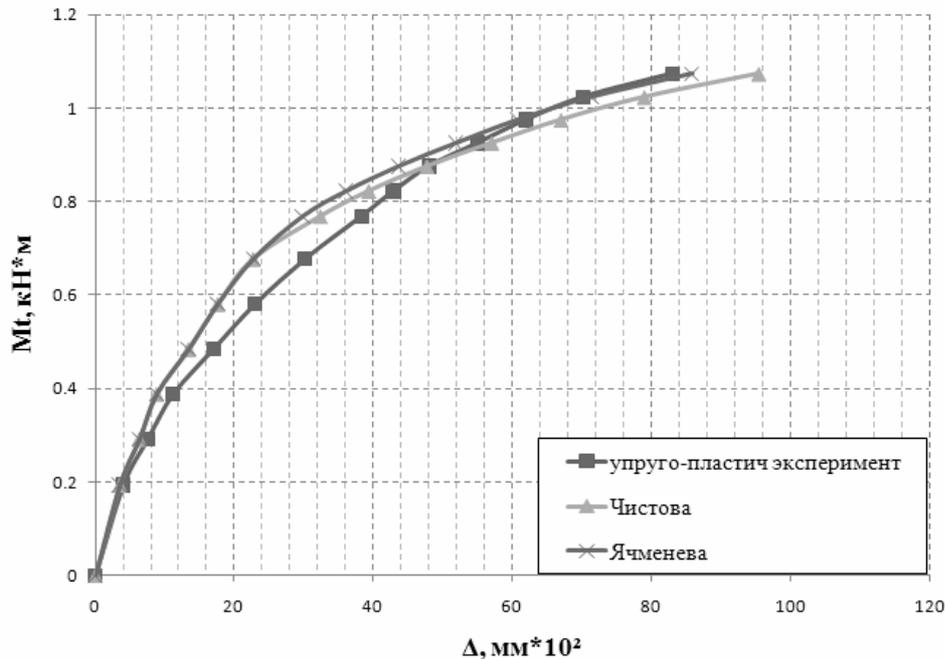


Рис. 1. Графики экспериментальных данных перемещений и рассчитанных с учетом коэффициентов упругопластичности по формулам Т.П. Чисовой и Н.Н. Ячменевой для балок, испытанных на изгиб с кручением.

Во всех случаях сравнения экспериментальных данных с расчетными значениями, определенными по формулам (4 и 5) установлено хорошее их совпадение при крутящих моментах больших или равных моменту трещинообразования при кручении ( $M_t \geq M_{t_{crc}}$ ). При  $M_t < M_{t_{crc}}$  формулы (4 и 5) дают значительные расхождения с экспериментальными данными. Поэтому нашей задачей будет выполнить поиск формулы оценки коэффициента упругопластичности. Эту зависимость, как и в принятом подходе Н.Н. Ячменевой и Т.П. Чисовой, будем устанавливать из экспериментальных данных.

Значения коэффициента упругопластичности из условий эксперимента будет определяться формулой вида:

$$n = \frac{D_e}{D_{pl}} \quad (7)$$

где  $\Delta_{pl}$  - значение упругопластических перемещений от кручения;

$\Delta_e$  - упругая составляющая перемещений от

кручения.

Выполним построение экспериментальных данных отношения крутящего момента трещинообразования  $M_{t_{crc}}$  к действующему крутящему моменту  $M_t$  и данных значений  $n$ , полученных из эксперимента по формуле (7).

Кривую зависимости коэффициента упругопластичности  $n$  от относительного показателя  $M_{t_{crc}} / M_t$ , используя средства стандартного пакета *Excel*, аппроксимируем полиномом третьей степени (рис. 2).

Принятая формула регрессии характеризуется показателем успешно проведенной аппроксимации (коэффициент детерминации  $R^2 = 0.99$ ) и определяет коэффициент упругопластичности:

$$n = 0.0171 \cdot \left( \frac{M_{t_{crc}}}{M_t} \right)^3 - 0.1692 \cdot \left( \frac{M_{t_{crc}}}{M_t} \right)^2 + 0.7471 \cdot \left( \frac{M_{t_{crc}}}{M_t} \right) - 0.1321 \quad (8)$$

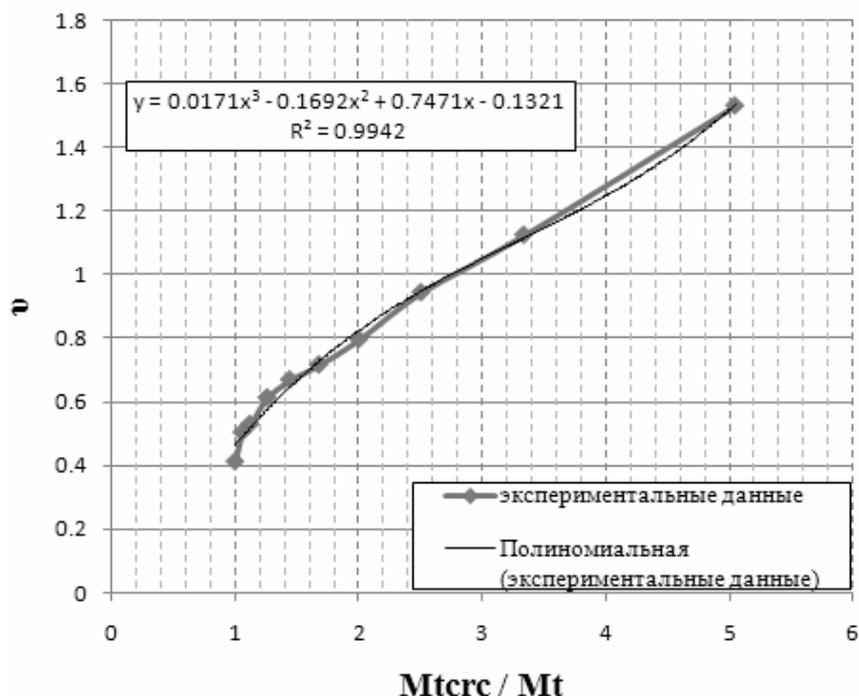


Рис. 2. График зависимости коэффициента упругопластичности от относительного показателя  $Mt_{crc} / Mt$

Значение коэффициента упругопластичности принимает значение меньше 1 и выражает характер уменьшения жесткости с увеличением уровня нагружения. При значениях коэффициента упругопластичности  $n \geq 1$  расчет перемещений и определения жесткости ведем как для линейного закона деформирования.

#### Выводы и перспективы исследований.

Определен коэффициент упругопластичности железобетонного элемента, подверженного изгибу с кручением с учетом образования нормальных трещин. Это дает возможность определять крутильную жесткость железобетонного

элемента с учетом нелинейности его деформирования.

Ввиду мало изученности тематики НДС железобетонных конструкций с учетом нелинейной их работы на изгиб с кручением с образованием нормальных трещин, требуется проводить дополнительные исследования по подтверждению приведенных в статье выкладок и проверять их распространение на элементы других форм сечений.

#### Список использованной литературы:

1. Азизов Т.Н. Теория пространственной работы перекрытий/ Т.Н. Азизов – К.: Науковий світ, 2001. – 276 с.
2. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7. Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. - С. 3-8.
3. Азизов, Т.Н. НДС залізобетонних коробчастих балок з нормальними тріщинами при крученні з врахуванням нелінійності / Т.Н. Азизов, О.В. Мельник, О.Я. Червинський// Вісник Донбаської акад. будів. та архіт., Макеевка, 2011. – вип. 2011-4(90) – С. 18-23
4. Азизов, Т.Н. К расчету железобетонных элементов полого сечения с нормальными трещинами при кручении / Т.Н. Азизов, О.В. Мельник, О.С. Мельник// Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В.Лазаряна. – Вип. 33. – Д.: ДНУЗТ, 2010. – С. 10-14
5. Азизов Т.Н. Аппроксимационный метод определения жесткости железобетонных элементов с трещинами при кручении. / Т.Н. Азизов, Д.Ю. Парамонов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – О.: Зовнішрекламсервіс, 2010. – Вип.40. –С.3-9.
6. Азизов Т.Н., Стадник В.И. Крутильная жесткость тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 33 – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2009. – С. 4-11.
7. Байков В.Н. Исследование совместной работы сборных железобетонных элементов в системах плоских и пространственных конструкций: Дис ... докт. техн. наук. – М., 1967.

8. Бетонные и железобетонные конструкции: СНиП 2.03.01-84\*– [Введен 1986-01-01] – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
9. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6 – 98: 2009– [Введений в дію 1.07.2011] – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
10. Вахненко, П.Ф. Современные методы расчета железобетонных конструкций на сложные виды деформаций. / П.Ф. Вахненко – К.: Будівельник, 1992. – 112 с.
11. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
12. Касаев, Д.Х. Прочность элементов железобетонных конструкций при кручении и изгибе с кручением / Д.Х. Касаев // Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2001. – 176 с.
13. Клюка, О.М. Розрахунок міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів при згині з крутінням: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.23.01/ Клюка Олена Миколаївна; Полтавський нац. техн. унів. ім. Ю. Кондратюка, - П., 2010. – 23 с.
14. Срібняк Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами// Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Одеса, 2009. – 23.
15. Улицкий Б.Е. Пространственные расчёты мостов / Б.Е. Улицкий, А.А. Потапкин, В.И. Руденко, И.Д. Сахарова, Ю.М. Егорушкин.– М.: Транспорт, 1967. – 404 с.
16. Чистова Т.П. Исследование деформативности железобетонных элементов прямоугольного сечения при кручении, изгибе с кручением и при совместном действии изгибающего и крутящего моментов и поперечной силы: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ Чистова Т.П. – М., 1973. –123 с.
17. Яременко О.Ф. Несуча здатність та деформативність залізобетонних стержневих елементів в складному напруженому стані/ О.Ф. Яременко, Ю.О. Школа// Одеськ. держ. академія будівництва та архітектури. – Одеса: Евен, 2010. – 136 с.
18. Ячменева Н.Н. Исследование жесткости и трещиностойкости железобетонных элементов таврового сечения при действии крутящих изгибающих моментов и осевой силы: автореф. канд. техн. наук: 05.23.01 / Ячменева Наталья Николаевна; Всесоюзн заочн. инж.-строит. инст. – Москва, 1977. – 24 с.
19. Azizov T.N. Effect of torsional rigidity of concrete elements with normal cracks onto special work of bridges and floorings./ T.N. Azizov// International Science Ukrainian Edition. Volume 3. USA – December, 2010. – P.55-59.

*У статті представлена формула визначення коефіцієнта пружнопластичності залізобетонного елемента, на який діє згин з крученням з врахуванням виникнення нормальних тріщин. Це дає можливість визначити крутильну жорсткість залізобетонного елемента з врахуванням нелінійності його деформування.*

*The article presents a formula for determining the coefficient of elastic-plastic reinforced concrete element subjected to bending and torsion, taking into account the formation of normal cracks. This makes it possible to determine the torsional rigidity of reinforced concrete elements, taking into account the nonlinearity of its deformation.*

Дата надходження в редакцію: 15.03.12 р.  
Рецензент: д.т.н., професор Симановський В.І.

УДК 624.012.45

### **К ВОПРОСУ О ПРОЧНОСТИ ПРИ КРУЧЕНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ**

**Азизов Т.Н.**, д.т.н., професор, Уманський державний педагогічний університет ім. Павла Тичини, м. Умань, Україна

**Шпота В.В.**, Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна

*Рассматривается современная методика расчета прочности железобетонных элементов с нормальными трещинами при действии крутящего момента. Выясняются особенности расчета и ставятся новые задачи исследования.*

**Анализ исследований и постановка задачи.** Известно, что жесткость железобетонных элементов на кручение оказывает существенное влияние на перераспределение усилий в статически неопределимых системах. В свою очередь

на крутильную жесткость отдельных элементов этих систем оказывают влияние различные трещины [2, 9]. В работах [2, 8, 9] показано, что перераспределение локальной нагрузки зависит практически в равной мере, как от изгибной, так и