

Уточненная модель щелевого уплотнения и расчет коэффициентов угловых гидродинамических сил

В связи с широким применением центробежных насосов актуальны задачи отработки их конструктивных схем для обеспечения экономичности, долговечности, вибронадежности.

Работоспособность центробежного насоса существенно зависит от гидромеханической системы *ротор — щелевое уплотнение*: по статистическим данным, с этой системой связано более 70 % случаев выхода из строя центробежных насосов (таких как поломка ротора, задевание ротора за статорные втулки щелевых уплотнений, повреждение или износ втулок уплотнений и т. п.) [1].

Значительные гидродинамические силы в зазорах бесконтактных щелевых уплотнений могут как привести к потере динамической устойчивости ротора и к автоколебаниям ротора (что недопустимо), так и наоборот — существенно снизить вибрационную активность ротора в уплотнениях.

В работах В.А. Марцинковского по методологии расчета гидродинамических параметров бесконтактных уплотнений [2–4] показано, что движение ротора приводит к изменению осредненного гидравлического сопротивления кольцевой щели с перераспределением давления в кольцевом канале бесконтактного уплотнения, что является причиной возникновения гидродинамических сил. Были получены аналитические линейризованные выражения для расчета коэффициентов **радиальных** сил в щелевом уплотнении для ламинарного и турбулентного режимов течения вязкой несжимаемой жидкости в короткой кольцевой щели ($l < r$, т. е. длина щели меньше радиуса статорной втулки щелевого уплотнения) с учетом конусности

зазора и перекоса осей роторной и статорной втулок уплотнения. Вследствие перекоса осей изменяется суммарный эксцентриситет ротора, что учитывается добавками к радиальным силам (поправочными коэффициентами). Также показано, что действие циркуляционной силы может привести к потере динамической устойчивости ротора и к автоколебаниям ротора со значительной амплитудой.

Теоретические и практические результаты исследований радиальных сил при турбулентном течении жидкости в коротких цилиндрических уплотнениях (градиент давления в осевом направлении на порядок больше градиента давления в окружном направлении) отражены также в работах [5–8].

Результаты расчета коэффициентов радиальных гидродинамических сил в щелевых уплотнениях по методикам разных авторов имеют некоторые количественные расхождения, что обусловлено допущениями, принятыми при разработке этих методик (при решении нелинейных уравнений нестационарного течения вязкой жидкости в щелевых каналах уплотнений).

При разработке уточненной модели гладкого щелевого уплотнения для расчета коэффициентов гидродинамических сил, возникающих в щелевых уплотнениях, с учетом **радиальных** и **угловых** перемещений вала внутри статорной втулки уплотнения, получено аналитическое выражение закона распределения давления уплотняемой жидкости в уплотнении, одну из стенок которого образует ротор, вращающийся эксцентрично и с перекосом. Данная задача решена в предположении малых радиальных и угловых перемещений вала в коротком щелевом уплотнении.

В данной работе использованы физико-математические элементы таких достаточно удачных для инженерной практики моделей турбулентного течения, как теория Константинеску и пленка Хирса, приведенные к одному виду уравнений Рейнольдса для осевого и окружного движения вязкой несжимаемой жидкости в кольцевом канале [9]:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{d\omega}{dt} dy = -\frac{K_z \mu}{h^2} W_z; \\ \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dU}{dt} dy = -\frac{K_x \mu}{h^2} U, \end{cases} \quad (1)$$

где P — давление жидкости в щелевом уплотнении; h — местный радиальный зазор; μ — динамическая вязкость жидкости; ρ — плотность жидкости; W_z — средняя осевая скорость течения жидкости в щелевом уплотнении; U — средняя скорость окружного течения жидкости в щелевом уплотнении; x, y — окружная и радиальная осевые координаты щелевого уплотнения; z — осевая координата в направлении средней осевой скорости течения жидкости в щелевом уплотнении (x, y, z — взаимно перпендикулярные неподвижные оси в геометрическом центре O втулки щелевого уплотнения, рис. 1).

Коэффициенты K_z и K_x входят в уравнения (1) как турбулентные функции числа Рейнольдса. В исследованиях принята авторская модельная область турбулентного нестационарного течения жидкости в кольцевом канале щелевого уплотнения (см. рис. 1).

В качестве исходного уравнения для описания осевого течения жидкости в щелевом уплотнении принято первое уравнение системы (1):

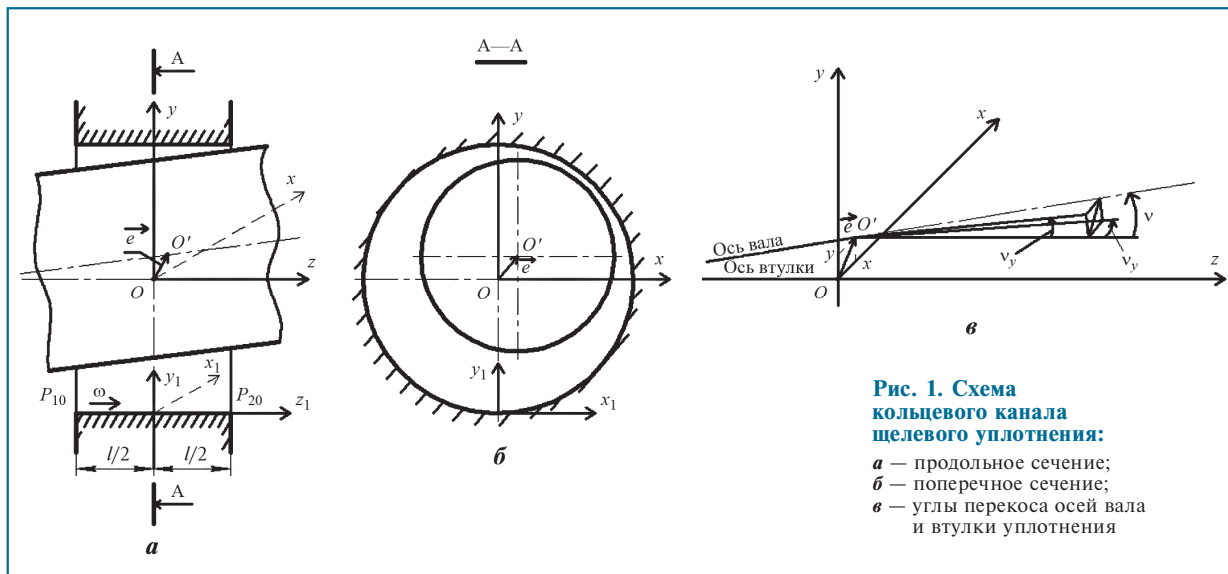


Рис. 1. Схема кольцевого канала шелевого уплотнения:
а — продольное сечение;
б — поперечное сечение;
в — углы перекоса осей вала и втулки уплотнения

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\rho}{h} \int \frac{d\omega}{dt} dy = -\frac{K_z \mu}{h^2} W_z. \quad (2)$$

В автомодельной области турбулентного течения жидкости принято:

$$K_z = (1/8) \lambda \text{Re}_z, \quad (3)$$

где $\lambda = 0,04$; $\text{Re}_z \geq 4 \cdot 10^4$ (зона квадратичного сопротивления турбулентного течения жидкости, т. е. зона автомодельного течения жидкости).

Уравнение (2) решается совместно с уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial y_1} + \frac{\partial W}{\partial z_1} = 0, \quad (4)$$

где U , V , W — скорости окружного, радиального и осевого течений жидкости в шелевом уплотнении, x_1 , y_1 , z_1 — взаимно перпендикулярные неподвижные оси на поверхности втулки шелевого уплотнения (см. рис. 1).

Граничные условия для решения уравнений (2) и (4): давление на входе и выходе шелевого уплотнения — P_1 , P_2 ; нет скользящих частиц на внешней ($U = V = W = 0$) и на внутренней ($U = U_1$, $V = V_1$, $W = 0$) стенках кольцевого канала шелевого уплотнения.

Определим граничные условия для произвольной точки M на поверхности ротора, который вращается с угловой скоростью ω и прецессирует с частотой Ω .

Значение скорости произвольной точки M на поверхности ротора в неподвижной системе координат $Oxyz$ (рис. 2, а) определим, выразив скорость точки M как геометрическую сумму переносной и относительной скоростей:

$$\begin{aligned} \vec{V}_M &= \vec{V}_{O_2} + \vec{V}_{MO_2} = \\ &= V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} + \vec{\omega} \times \vec{r}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $V_x = \dot{x} + \dot{v}_y z$; $V_y = \dot{y} + \dot{v}_x z$;

$$V_z = 0$$

(здесь $x = e \cos \Omega t$, $y = e \sin \Omega t$ — координаты центра ротора в неподвижной системе координат $Oxyz$; e — эксцентриситет ротора; v_x , v_y — углы перекоса (поворота) оси роторной втулки вокруг осей OX и OY).

Проецируя векторное уравнение (5) на оси x_3 и y_3 (см. рис. 2, б) с учетом того, что $\cos \beta \approx 1$; $\sin \beta \approx \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \varphi}$, получим:

$$\begin{aligned} U_1 &= \omega r - V_x \sin \varphi + V_y \cos \varphi; \\ V_1 &= \omega \frac{\partial h}{\partial \varphi} - V_x \cos \varphi - V_y \sin \varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

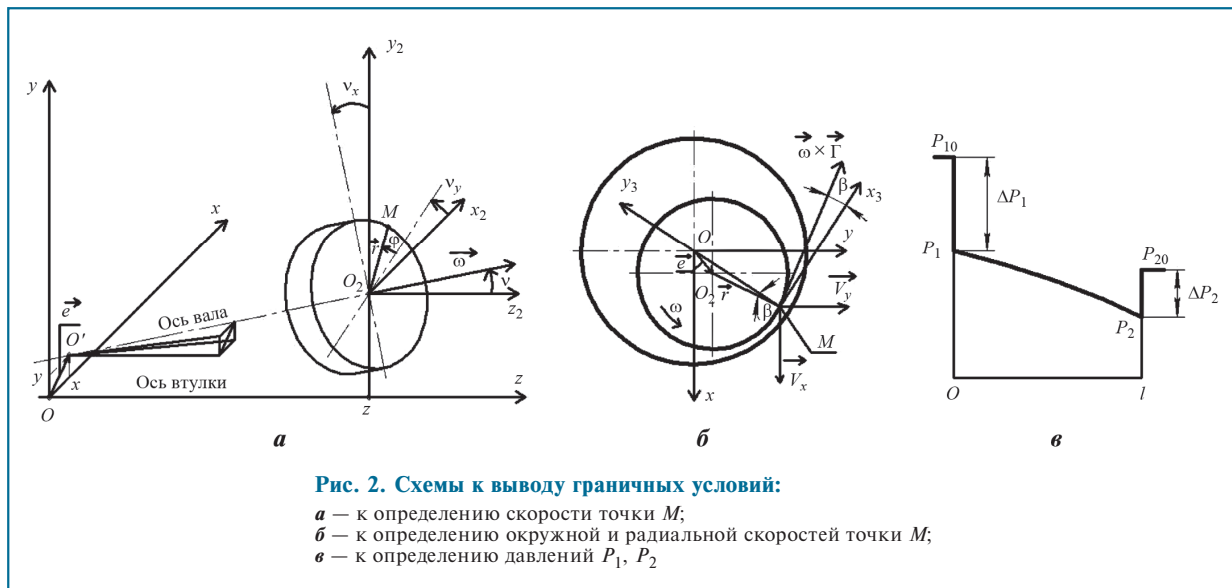
Давление на входе P_1 и на выходе P_2 шелевого уплотнения (см. рис. 2, в) определим с учетом местных потерь давления на входе уплотнения ΔP_1 и с учетом некоторого восстановления давления ΔP_2 на выходе из уплотнения, обусловленного потерей выходной скорости жидкости из уплотнения при истечении из малой щели уплотнения в большое (по объему) пространство за уплотнением:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{10} - \Delta P_1 = P_{10} - \xi_1 \frac{\rho W_1^2}{2}; \\ P_2 &= P_{20} - \Delta P_2 = P_{20} - \xi_2 \frac{\rho W_2^2}{2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где P_{10} , P_{20} — давление соответственно перед уплотнением и за уплотнением; W_1 , W_2 — скорость жидкости соответственно на входе и выходе уплотнения; ξ_1 , ξ_2 — коэффициенты входных и выходных местных гидравлических потерь (по экспериментальным данным работы [5] принято $\xi_1 = 1,1$; $\xi_2 = 0,5$).

Местный радиальный зазор h в уплотнении является функцией как эксцентриситета ротора (рис. 3), так и углов перекоса ротора (см. рис. 1, 2).

Значение радиального зазора h в любой точке кольцевого канала



(см. рис. 3) выражается в переменных x, y формулой:

$$h = h_0(z) - e \cos \varphi_1 = h_0(z) - x_2 \cos \varphi - y_2 \sin \varphi, \quad (8)$$

где h_0 — средний радиальный зазор в сечении z ; x_2, y_2 — координаты центра ротора в подвижной системе координат x_2, y_2, z_2 .

С учетом соотношений $x_2 = x + v_y z$, $y_2 = y + v_x z$ (см. рис. 1, 2) при переходе к безразмерной величине $\bar{z} = 2z/l$ получим уравнение:

$$h = h_0 + 0,5l\gamma_1 - 0,5l\gamma_2(\bar{z} + 1) - \gamma_1, \quad (9)$$



где

$$\gamma_1 = x \cos \varphi + y \sin \varphi; \quad \gamma_2 = v_y \cos \varphi + v_x \sin \varphi; \quad h_0 = R - r. \quad (10)$$

Закон изменения осевой скорости течения жидкости по длине канала щелевого уплотнения определим, интегрируя по $\bar{z}$ осредненное по зазору уравнение неразрывности (4) с учетом граничных условий (6) для скоростей на стенках кольцевого канала:

$$\frac{\partial(W_z h)}{\partial \bar{z}} \approx -\frac{\omega l}{4} \frac{\partial h}{\partial \varphi} + \frac{l}{2} (V_x \cos \varphi + V_y \sin \varphi). \quad (11)$$

Перейдем к переменной $q_z = W_z h$ (секундный расход жидкости через кольцевой канал единичной ширины ($r \Delta \varphi = 1$) в сечении $\bar{z}$ (при $\bar{z} = -1$, $q_z = q_1$)) и получим уравнение баланса расходов жидкости по длине канала с учетом расхода, обусловленного перемещением внутренней стенки канала, т. е. движением самого ротора:

$$q_z = q_1 + q_2(\bar{z} + 1) - q_3(\bar{z} + 1) + q_3(\bar{z} + 1)^2 / 2, \quad (12)$$

$$\text{где } q_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma_1}{\partial t} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \varphi} \right); \quad q_3 = \frac{l^2}{4} \left(\frac{\partial \gamma_2}{\partial t} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \gamma_2}{\partial \varphi} \right). \quad (13)$$

Проинтегрируем по $\bar{z}$ уравнение (2) с учетом граничных условий (6) и получим выражение для расчета изменения **давления** в кольцевом щелевом уплотнении (в цилиндрической системе координат):

$$P = P_{10} - \xi_1 \frac{\rho q_1^2}{2h_{(-1)}^2} - K \frac{l}{2} G(\bar{z}) - \frac{\lambda l}{8h_0^3} B(\bar{z}), \quad (14)$$

где

$$G(\bar{z}) = \int_{-1}^{\bar{z}} \frac{\rho}{h_0} \int_0^h \frac{\partial \omega}{\partial t} dy_1 d\bar{z}; \quad B(\bar{z}) = h_0^3 \int_{-1}^{\bar{z}} \frac{q_z^2}{h^3} d\bar{z}.$$

Линеаризируем выражение (14), разложив переменные $1/h^n$ и q_1 в ряды Тейлора, а в слагаемом выражения (14), обусловленном **инерционными эффектами жидкости в кольцевой щели** (слагаемом с коэффициентом K), инерционные члены заменим средними (по толщине слоя жидкости в кольцевой щели) значениями. В результате закон изменения давления в кольцевом щелевом уплотнении примет вид:

$$P = P_{10} - C_1^{(0)} - C_1^{(1)} - K \frac{1}{2} G^{(1)}(\bar{z}) l - \frac{\lambda l \rho}{8 h_0^3} [B^{(0)}(\bar{z}) + B^{(1)}(\bar{z})], \quad (15)$$

$$\text{где } C_1^{(0)} = \frac{\xi_1 \rho q_0}{2 h_0}; \quad C_1^{(1)} = \frac{1}{2 h_0^2} \xi_1 \rho [q_0^2 h_2 (-1) + 2 q_0 \Delta q];$$

$$G^{(1)}(\bar{z}) = \frac{\rho}{h_0} a_0(\bar{z}) D \Delta q + \frac{\rho}{h_0} a_1(\bar{z}) D (q_2 - q_3) + \frac{\rho}{2 h_0} a_2(\bar{z}) D q_3 + \frac{4 \rho}{h_0^2} \frac{q_0}{l} (q_2 - q_3) a_0(\bar{z}) + \frac{4 \rho}{h_0^2} \frac{q_0 q_3}{l} a_1(\bar{z}) + \frac{\rho}{h_0^3} q_0^2 a_0(\bar{z}) \gamma_2;$$

$$B^{(0)}(\bar{z}) = q_0^2 a_0(\bar{z}); \quad B^{(1)}(\bar{z}) = q_0^2 b_{30}(\bar{z}) + 2 q_0 \Delta q a_0(\bar{z}) + 2 q_0 (q_2 - q_3) a_1(\bar{z}) + q_0 q_3 a_2(\bar{z});$$

$$a_k = \int_{-1}^{\bar{z}} (\bar{z} + 1)^k d\bar{z}; \quad b_{nk} = \int_{-1}^{\bar{z}} h_n(\bar{z} + 1)^k d\bar{z}; \quad D = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi};$$

индексами «0», «1» обозначены величины нулевого и первого порядков малости относительно параметров x , y и производных параметров x , y .

В соответствии с целью данной работы необходимо определить изменение расхода жидкости через уплотнение Δq , обусловленное **движением вала**. Для этого приравняем величины первого порядка малости и по методике [6] с учетом второго граничного условия (7) получим уравнение:

$$K \frac{lh_0}{\xi_0 q_0} D \Delta q + \Delta q + q_2 d_2 + q_3 d_3 + q_0 \left(\gamma_1 \frac{d_0}{h_0} + \gamma_2 \frac{d_1}{h_0} \right) + K \frac{lh_0}{\xi_0 q_0} \left(D q_2 - \frac{1}{3} D q_3 \right) = 0, \quad (16)$$

$$\text{где } d_0 = 1,5 - 0,5\alpha_1 + 0,5\alpha_2; \quad d_1 = -0,5(\alpha_1 + \alpha_2 - K \cdot 2/\xi_0); \quad d_2 = (1 - \alpha_1 - \alpha_2 + K \cdot 4/\xi_0); \quad d_3 = -(1/3)(1 - \alpha_1 + \alpha_2);$$

$$\xi_0 = \xi_1 - \xi_2 + \lambda l / (2 h_0); \quad \alpha_1 = \xi_1 / \xi_0; \quad \alpha_2 = \xi_2 / \xi_0.$$

С достаточной для практических расчетов точностью можно ограничиться приближенным решением уравнения (16), что является основой получения выражений для **составляющих гидродинамической силы** в щелевом уплотнении.

Аналитические выражения для проекций гидродинамической силы на неподвижные оси x и y (см. рис. 1) имеют вид:

$$F_x = -0,5 r l \int_0^{2\pi} f \cos \varphi d\varphi; \quad F_y = -0,5 r l \int_0^{2\pi} f \sin \varphi d\varphi, \quad (17)$$

$$\text{где } f = \int_{-1}^1 P d\bar{z} \text{ — элементарная сила.}$$

Используя закон распределения давления в кольцевом канале (15), получим выражение для расчета элементарной силы:

$$f = -q_0 \Delta q \rho \xi_0 (1 + \alpha_1 + \alpha_2) \frac{1}{h_0^2} - K l \rho D \Delta q \frac{1}{h_0} - 2 q_0 q_2 \rho \xi_0 \left(1 - \alpha_1 + \alpha_2 + K \frac{6}{\xi_0} \right) \frac{1}{3 h_0^2} + q_0 q_3 \rho \xi_0 \left(1 - \alpha_1 + \alpha_2 + K \frac{4}{\xi_0} \right) \frac{1}{3 h_0^2} -$$

$$- q_0^2 \rho \xi_0 \left(3 \gamma_1 \left(1 + \frac{1}{3} \alpha_1 + \alpha_2 \right) \frac{1}{2 h_0} - \gamma_2 l \left(1 + 3 \alpha_1 + \alpha_2 - K \frac{4}{\xi_0} \right) \frac{1}{4 h_0} \right) \frac{1}{h_0^2} - K 2 l \rho D q_2 \frac{1}{3 h_0} + K l \rho D q_3 \frac{1}{3 h_0}. \quad (18)$$

Интегрированием выражения (18) определим (в компактной матричной форме) **проекции гидродинамической силы как функции эксцентриситета ротора и угловых перемещений ротора**:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s & \omega q \\ -\omega q & K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & \omega q \\ -\omega q & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_* & 0 \\ 0 & m_* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_s & \omega \bar{q} \\ -\omega \bar{q} & \bar{K}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b} & \omega \bar{q} \\ -\omega \bar{q} & \bar{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_* & 0 \\ 0 & \bar{m}_* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v}_y \\ \ddot{v}_z \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где радиальные и **угловые** (с чертой сверху) коэффициенты сил определяются по формулам:

$$K_s = \frac{1}{2 h_0} \pi r l \Delta P (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1^2 + \alpha_2^2);$$

$$b = \frac{1}{12 h_0} \pi r l^2 \sqrt{2 \Delta P \rho \xi_0} \left[1 + 2(\alpha_1 - \alpha_2) - 3(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_1 + \alpha_2 - \frac{K}{\xi_0}) \right];$$

$$m_* = \frac{K}{12h_0} \pi r l^3 \rho \left[1 + 3\alpha_1^2 + 3\alpha_2^2 + 6\alpha_1\alpha_2 + (-1) \frac{12}{\xi_0} (\alpha_1 + \alpha_2) \right];$$

$$\bar{K}_s = \frac{1}{4h_0} \pi r l^2 \Delta P \left[1 + \alpha_1 - \alpha_2 - 2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) - 4\alpha_1\alpha_2 + (\alpha_1 + \alpha_2) \frac{4K}{\xi_0} \right];$$

$$\bar{b} = \frac{1}{24h_0} \pi r l^3 \sqrt{2\Delta P \rho \xi_0} \left(-\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_1^2 - \alpha_2^2 + K \frac{4}{\xi_0} \right);$$

$$\bar{m}_* = \frac{K}{24h_0} \pi r l^4 \rho (\alpha_2^2 - \alpha_1^2); \quad q = \frac{1}{2} b; \quad g = m_*; \quad \bar{q} = \frac{1}{2} \bar{b}; \quad \bar{g} = \bar{m}_*;$$

$$\xi_0 = \xi_1 - \xi_2 + \lambda l / (2h_0); \quad \alpha_1 = \xi_1 / \xi_0; \quad \alpha_2 = \xi_2 / \xi_0.$$

Коэффициенты K_s , b , q характеризуют упругую, демпфирующую и циркуляционную силы в щелевом уплотнении. Соотношением между демпфирующей и циркуляционной силами определяется граничная (по устойчивости) частота вращения ротора в уплотнении.

При перекосах и угловых колебаниях ротора в щелевом уплотнении возникают (в связи с деформацией эпюры давления в уплотнении, обусловленной угловыми перемещениями вала ротора) **угловые составляющие гидродинамической силы**, которые характеризуются коэффициентами угловой жесткости $\bar{K}_s$, углового демпфирования $\bar{b}$, угловой циркуляционной силы $\bar{q}$.

Такое разделение гидродинамической силы на **угловые и эксцентриситетные** составляющие возможно, поскольку эти составляющие являются функциями независимых параметров — эксцентриситета и углов перекоса ротора в уплотнении.

Выводы

Полученные выражения для расчета коэффициентов гидродинамических сил в щелевом уплотнении — последующее (второе) приближение в реализации общего подхода по определению гидродинамических параметров гладких щелевых уплотнений, сформулированного в работах В.А. Марцинковского [2–4]. Данное приближение связано с уточнением модели щелевого уплотнения — с определением осевой скорости на входе в кольцевой канал уплотнения с учетом: местных потерь давления; инерционных эффектов уплотняемой жидкости, обусловленных радиальным и угловым движением вала ротора.

Коэффициенты демпфирующей и циркуляционной сил, которые связаны с осевой асимметрией эпюры давления в щелевом уплотнении вследствие эксцентриситета ротора и углового перекоса оси ротора относительно оси втулки щелевого уплотнения, состоят из двух слагаемых: одно обусловлено движением внутренней стенки канала, другое (с множителем $K = 1$) — влиянием инерционных эффектов уплотняемой жидкости.

Коэффициенты угловых сил в явном виде (как функции углов перекоса ротора в уплотнении) впервые получены авторами данной статьи.

Структурные выражения коэффициентов радиальных сил (19) во многом совпадают с данными исследований силовых факторов в щелевых уплотнениях, полученных авторами [2–6]. Для радиальных коэффициентов гидростатической жесткости, демпфирования и циркуляционной силы в работах [5, 6] приведены экспериментальные данные, хорошо совпадающие с теоретическими расчетами авторов данных работ, а также с расчетами по предложенным в настоящей работе формулам.

Ранее [10] коэффициенты радиальных и угловых гидродинамических сил были использованы для получения аналитических выражений моментов сил в уплотнениях. Также с использованием силовых коэффициентов был реализован ориентировочный гидродинамический расчет опорно-уплотнительных узлов центробежного насоса с самоустанавливающимся рабочим колесом [11]. Конструктивная схема консольного центробежного насоса с самоустанавливающимся в щелевых опорах-уплотнениях рабочим колесом [11] была успешно

испытана на специально созданном экспериментальном стенде [12].

Список литературы

1. Гроховский Д.В. Динамика центробежных многоступенчатых насосов. Обзорная информация. Сер. ХМ-4. М.: ЦИНТИхимнефтемаш. 1990. 56 с.
2. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин. М.: Машиностроение. 1980. 200 с.
3. Марцинковский В.А., Ворона П.Н. Насосы атомных электростанций. М.: Энергоатомиздат. 1987. 256 с.
4. Марцинковский В.А. Вибрации роторов центробежных машин: в 2-х кн. Книга 1. Гидродинамика дросселирующих каналов. Сумы: Изд-во СумДУ. 2002. 337 с.
5. Гулий А.Н. Разработка экспериментальных и теоретических методов анализа динамических параметров бесконтактных уплотнений: дис. ... канд. техн. наук. Сумы. 1989. 218 с.
6. Беда И.Н. Разработка уточненной модели и исследование динамических характеристик системы ротор — щелевые уплотнения: дис. ... канд. техн. наук. Москва. 1992. 192 с.
7. Childs D.W., Dressman G.B. Convergent-tapered annular seals: analysis coefficients // Journal of Tribology. 1985. V. 107. № 3. P. 307–317.
8. Nelson C.C. Rotordynamic coefficients for compressible flow in tapered annular seals // Journal of Tribology. 1985. V. 107. № 3. P. 318–325.
9. Серп А.З. Некоторые направления развития теории смазки Рейнольдса // Труды Американского общества инженеров — механиков. Серия: Проблемы трения и смазки. 1987. № 1. С. 21–39.
10. Горовий С.О. Оціночний гідрравлічний розрахунок силових моментів шпаринного ущільнення // Вісник СНАУ. Сер. «Механізація та автоматизація виробничих процесів». 2017. № 10 (32). С. 20–23.
11. Gorovoi S.A. Hydrodynamic Calculation of Bearing — Seal Assemblies of Centrifugal Pump with Self — Adjusting Rotor // Chemical and Petroleum Engineering. 2017. № 53. P. 171–175.
12. Gorovoi S.A. Bench Testing of a Pump with a Self - Adjusting Impeller // Chemical and Petroleum Engineering. 2019. № 55. P. 149–157.