

**Generalized mathematical model of motion of a combined sowing
machine-tractor unit**

P.M. Yaroshenko. Sumy National Agrarian University, Gerasima Kondratieva St.,
160, Sumy, Ukraine. <https://orcid.org/0000-0003-0112-0963>

E-mail: pashajarosh@i.ua

V.M. Arendarenko. Poltava State Agrarian Academy

Summary. The quality of the technological operations depends on the nature of the movement of the unit and, above all, on how stable movement is ensured. Even with a slight external action that caused the machine with the elastic wheels to deviate from the original trajectory, it is possible to return to it only through the efforts of the mechanic to the control system. Deviation of a wheeled car from a predetermined direction of movement can be a result of the action of external forces on elastic wheels, turns of steered wheels within the gap and deformation of the steering parts, as well as inaccuracies in the operation of the mechanic. In this regard, the provision of guided straight-line motion by serial models of wheeled tractors of the class 30 kN is of great importance. Increasing the working speeds of power-driven tractors requires considerable effort and energy to be managed by the mechanic. Thus, increasing the stability of movement of combined seeding units is an important scientific and applied task. The main tasks of this work are to carry out theoretical studies and improve the mathematical model of stability of movement of the sowing combined unit on the basis of a 30 kN tillage tractor with a frame structure of the skeleton, as well as to analyze the influence of the dynamics of the components of the combined sowing technology in the rear tractor seeder. To develop a mathematical model of motion of a combined seeding unit, we will present it in the form of a three-element model and will be used to calculate the second-order Lagrange equation. In compiling the mathematical model, six assumptions were adopted, which made it possible to simplify the solution of the problem, as well as to reject the factors that complicate the development of the mathematical model and have little effect on the course of calculations. As a result of the work, it was found

that the stability study of the unit can be performed on the basis of a three-mass model, which has linear characteristics of external resistances, without taking into account the slipping of propellers on the support surface. On the basis of the theoretical researches it is established that the obtained mathematical model makes it possible to determine the limits of stability of movement of the combined unit during the sowing process.

Keywords: mashine-traktor unit, mathematical model, combined seed unit, stability and controllability of movement, generalized coordinates.

Узагальнена математична модель руху комбінованого посівного машинно-тракторного агрегату

П.М. Ярошенко. Сумський національний аграрний університет, вул. Герасима Кондратьєва, буд. 160, м. Суми, Україна

В.М. Арендаренко. Полтавська державна аграрна академія, ...

Анотація. Якість технологічних операцій залежить від характеру руху агрегату і, насамперед, від того, як забезпечується стійкість керованого руху. Навіть при незначній зовнішній дії, яка викликала відхилення машини з еластичними колесами від початкової траєкторії, повернення до неї можливе тільки в результаті прикладення зусиль механізатором до системи керування. Відхилення колісної машини від заданого напрямку руху може бути наслідком дії зовнішніх сил на еластичні колеса, поворотів керованих коліс в межах зазору і деформації деталей рульового керування, а також неточностями роботи механізатора. В зв'язку з цим, актуального значення набуває забезпечення керованого прямолінійного руху серійними моделями колісних тракторів класу 30 кН. Підвищення робочих швидкостей руху енергонасичених тракторів потребує від механізатора значних зусиль і витрат енергії на керування. Таким чином, підвищення стійкості руху комбінованих посівних агрегатів є важливим науково-прикладним завданням. *Метою роботи* є розробка теоретичної узагальненої математичної моделі руху комбінованого посівного машинно-тракторного агрегату на базі орно-просапного трактора в технологічному

процесі сівби. Основними завданнями даної роботи є проведення теоретичних досліджень і удосконалення математичної моделі стійкості руху посівного комбінованого агрегату на базі орно-просапного трактора класу 30 кН з рамною конструкцією остова, а також проаналізувати вплив динаміки складових комбінованого посівного агрегату при виконанні технологічного процесу з навішеними спереду культиватором та ззаду трактора сівалкою. Для розробки математичної моделі руху комбінованого посівного агрегату представимо його у вигляді трьохелементної моделі і будемо використовувати для розрахунку рівняння Лагранжа другого роду. При складанні математичної моделі були прийняті шість допущень, що дозволили спростити вирішення поставленої задачі, а також відкинути фактори, які ускладнюють розробку математичної моделі та на хід розрахунків практично не впливають. В результаті проведеної роботи було з'ясовано, що дослідження стійкості руху агрегату можна виконати на основі трьохмасової моделі, яка має лінійні характеристики зовнішніх опорів, без врахування буксування рушіїв по опорній поверхні. На основі проведених теоретичних досліджень встановлено, що отримана математична модель дає можливість визначати межі стійкості руху комбінованого агрегату при проведенні технологічного процесу сівби.

Ключові слова: машинно-тракторний агрегат, математична модель, комбінований посівний агрегат, стійкість та керованість руху, узагальнені координати.

Обобщенная математическая модель движения комбинированного посевного машинно-тракторного агрегата

П.Н. Ярошенко. Сумский национальный аграрный университет, ул.

Герасима Кондратьева, дом. 160, г. Сумы, Украина

В.Н. Арендаренко. Полтавская государственная аграрная академия, ...

Аннотация. Качество технологических операций зависит от характера движения агрегата и, в первую очередь, от того, как обеспечивается устойчивость управляемого движения. Даже при незначительном внешнем

воздействии, которое вызывало отклонение машины с эластичными колесами от начальной траектории, возвращение к ней возможно только в результате приложения усилий механизатором к системе управления. В этой связи, актуальное значение приобретает обеспечение управляемого прямолинейного движения серийными моделями колесных тракторов класса 30 кН. *Целью работы* является разработка теоретической обобщенной математической модели движения комбинированного посевного машинно-тракторного агрегата на базе пахотно-пропашного трактора в технологическом процессе посева. Основными *заданиями* данной работы являются проведение теоретических исследований и усовершенствование математической модели устойчивости движения посевного комбинированного агрегата на базе пахотно-пропашного трактора класса 30 кН с рамной конструкцией остова, а также проанализировать влияние динамики составляющих комбинированного посевного агрегата при выполнении технологического процесса с навешенными спереди культиватором и сзади трактора сеялкой. Для разработки математической модели движения комбинированного посевного агрегата представим его в виде трехэлементной модели и будем использовать для расчета уравнение Лагранжа второго рода. При складывании математической модели были приняты шесть допущений, которые позволили упростить решение поставленной задачи. На основе проведенных теоретических исследований установлено, что полученная математическая модель дает возможность определять пределы устойчивости движения комбинированного агрегата при проведении технологического процесса посева.

Ключевые слова: машинно-тракторный агрегат, математическая модель, комбинированный посевной агрегат, устойчивость и управляемость движения, обобщенные координаты.

Вступ. Машинно-тракторний агрегат (МТА) як механічна система являє собою з'єднання однієї або декількох сільськогосподарських машин, передавального механізму (зчіпки, гідрогака) і енергетичної частини

(трактора). В цій роботі в якості енергетичної частини машинно-тракторного агрегату розглядається колісний орно-просапний сільськогосподарський трактор, що має остов (основу) у вигляді жорсткої рами з поперечними лонжеронами. На цій рамі змонтовані всі основні вузли трактора, в тому числі і навісні системи (передня і задня).

При дослідженні стійкості та керованості руху різні за конструкціями та своїми функціональними призначеннями сільськогосподарські машинно-тракторні агрегати можна представити у вигляді з'єднаних елементарних кінематичних ланок, що допускають можливість горизонтальних переміщень одна відносно іншої. Науковці (Авдєєв В. М., Антощенков Р. В., Артьомов М. П., Гячев Л. В., Лебедев А. Т., Рославцев А. В. та інші) [1,2,3,4,5,6], що проводили дослідження по стійкості руху сільськогосподарських МТА використовували, як правило, багатомасові моделі з багатьма ступенями вільності.

Метою роботи є розробка теоретичної узагальненої математичної моделі руху комбінованого посівного машинно-тракторного агрегату на базі орно-просапного трактора в технологічному процесі сівби. Основними *завданнями* даної роботи є проведення теоретичних досліджень і удосконалення математичної моделі стійкості руху посівного комбінованого агрегату на базі орно-просапного трактора класу 30 кН з рамною конструкцією остова, а також проаналізувати вплив динаміки складових комбінованого посівного агрегату при виконанні технологічного процесу з навішеними спереду культиватором та ззаду трактора сівалкою.

Матеріали і методи досліджень. Для оцінки стійкості руху використовувались моделі з кутами повороту агрегатів один щодо одного та до прийнятих осей узагальнених координат, або моделі зі змінними координатами руху агрегату [7].

У зазначених вище дослідженнях проводився аналіз руху сільськогосподарських агрегатів, динамічні моделі яких подавалися у вигляді двох, трьох, чотирьох і п'яти елементних моделей.

Для розробки математичної моделі руху комбінованого посівного агрегату представимо його у вигляді трьохелементної моделі і будемо використовувати для розрахунку рівняння Лагранжа другого роду [8]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i}, \quad (1)$$

де T – кінетична енергія системи; q_i – узагальнена координата; $\dot{q}_i$ – узагальнена швидкість; Q_i – узагальнена сила; Π – потенційна енергія системи.

При складанні математичної моделі були прийняті допущення, описані в роботах Авдєєва В. М., Антощенкова Р. В., Артьомова М. П. та ін. [1,3,5,6,7,8,9]

Для зручності в розробці математичної моделі введемо позначення:

m_1 – маса сівалки;

m_2 – маса трактора;

m_3 – маса культиватора;

$m_1 + m_2 + m_3 = m$ – маса посівного комбінованого агрегату;

J_1 – момент інерції сівалки;

J_2 – момент інерції трактора;

J_3 – момент інерції культиватора;

$W_{лк}$ і $W_{пк}$ – сила опору коченню лівого і правого опорних коліс культиватора відповідно;

$W_{пл}$ і $W_{пп}$ – сила опору коченню лівого і правого передніх напрямних коліс трактора відповідно;

$W_{зл}$ і $W_{зп}$ – сила опору коченню лівого і правого задніх ведучих коліс трактора відповідно;

$W_{пс}$ і $W_{лс}$ – сила опору коченню лівого і правого опорно-приводних коліс сівалки відповідно;

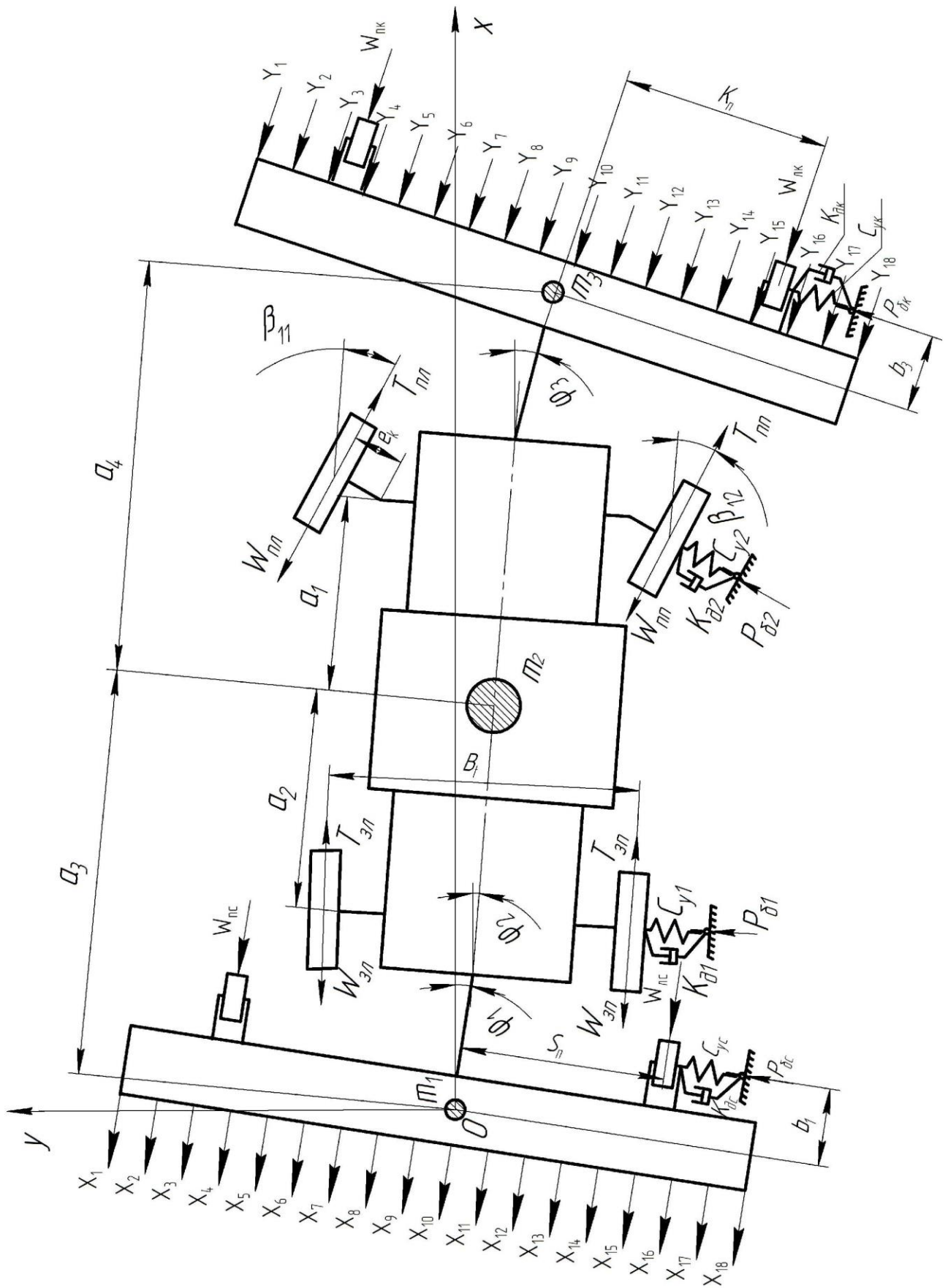


Рис. 1. Динамічна модель комбінованого посівного агрегату

$T_{пл}$ і $T_{пп}$ – сила тяги лівого і правого передніх коліс трактора відповідно;

$T_{зл}$ і $T_{зп}$ – сила тяги лівого і правого задніх коліс трактора відповідно;

$C_{ук}$ і $C_{ус}$ – коефіцієнти бічної жорсткості шин культиватора і сівалки відповідно;

C_{y1} і C_{y2} – коефіцієнти бічної жорсткості шин задніх і передніх коліс трактора відповідно;

$K_{ок}$, $K_{ос}$ – коефіцієнти демпфування шин культиватора і сівалки відповідно;

K_{o1} , K_{o2} – коефіцієнти демпфування шин задніх і передніх коліс трактора відповідно;

$P_{ок}$ і $P_{ос}$ – зусилля бічному уводу коліс культиватора і сівалки відповідно;

P_{o1} і P_{o2} – зусилля бічному уводу задніх і передніх коліс трактора відповідно;

$Y_1 \dots Y_{18}$ – проекція сил опору секцій культиватора на вісь X ;

$X_1 \dots X_{18}$ – проекція сил опору секцій сівалки на вісь X ;

C_{12} – жорсткість зчипки між трактором і сівалкою при обертальному русі;

C_{23} – жорсткість зчипки між трактором і культиватором при обертальному русі;

B_t , e_k , b_c , b_k , b_1 , b_3 , S_o , K_o , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 – геометричні розміри агрегату.

Як узагальнені координати системи прийняті: лінійні координати центру мас сівалки $q_1 = x$ і $q_2 = y$; кут повороту сівалки φ_1 ; кут повороту рами трактора φ_2 ; кут повороту культиватора φ_3 .

Кінетична енергія системи (рис. 1) складається з кінетичної енергії поступального руху центру мас сівалки, кінетичної енергії обертального руху центру мас сівалки, кінетичних енергій поступального та обертального руху центру мас трактора і центру мас культиватора:

$$T = T_{1n_x} + T_{1n_y} + T_{1o\phi} + T_{2_x} + T_{2_y} + T_{2o\phi} + T_{3_x} + T_{3_y} + T_{3o\phi}, \quad (2)$$

де T_{1n} і $T_{1o\phi}$ – кінетичні енергії поступального та обертального руху сівалки;

$$T_{1_x} = \frac{m_1(\dot{x})^2}{2}, \quad T_{1_y} = \frac{m_1(\dot{y})^2}{2} \quad \text{– кінетичні енергії поступального руху сівалки}$$

вздовж осей OX та OY відповідно;

$$T_{2_x} = \frac{m_2(\dot{x})^2}{2}, T_{2_y} = \frac{m_2(\dot{y})^2}{2} - \text{кінетичні енергії поступального руху трактора}$$

вздовж осей OX та OY відповідно;

$$T_{3_x} = \frac{m_3(\dot{x})^2}{2}, T_{3_y} = \frac{m_3(\dot{y})^2}{2} - \text{кінетичні енергії поступального руху культиватора}$$

вздовж осей OX та OY відповідно;

$$T_{1_{об}} = \frac{J_1(\dot{\phi}_1)^2}{2}, T_{2_{об}} = \frac{J_2(\dot{\phi}_2)^2}{2}, T_{3_{об}} = \frac{J_3(\dot{\phi}_3)^2}{2} - \text{кінетичні енергії обертального}$$

руху сівалки, трактора і культиватора відповідно.

Для опису динамічних зв'язків між елементами агрегату та між агрегатом і ґрунтом, будемо представляти їх у вигляді пружних зв'язків. Виразимо лінійні переміщення центрів мас трактора і культиватора через переміщення центру мас сівалки:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2, \\ y_2 &= y_1 + a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2, \\ x_3 &= x_2 + a_3 \sin \varphi_2 + a_4 \sin \varphi_3, \\ y_3 &= y_2 + a_3 \cos \varphi_2 + a_4 \cos \varphi_3, \end{aligned} \quad (3)$$

де φ_1 – кут між центральною віссю сівалки та віссю OX ; φ_2 – кут між центральною віссю рами трактора та віссю OX ; φ_3 – кут між центральною віссю культиватора та віссю OX ; β – кут повороту керуючих коліс.

Після деяких перетворень отримаємо вираз кінетичної енергії комбінованого посівного машинно-тракторного агрегату в цілому:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 ((\dot{x})^2 + (\dot{y})^2) + \frac{1}{2} J_1 (\dot{\phi}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 ((\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\phi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\phi}_2)^2 + (\dot{y} - \\ &- a_1 \sin \varphi_1 \dot{\phi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\phi}_2)^2) + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\phi}_2)^2 + \frac{1}{2} m_3 ((\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\phi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\phi}_2 + \\ &+ a_3 \cos \varphi_2 \dot{\phi}_2 + a_4 \cos \varphi_3 \dot{\phi}_3)^2 + (\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\phi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\phi}_2 - a_3 \sin \varphi_2 \dot{\phi}_2 - a_4 \sin \varphi_3 \dot{\phi}_3)^2) + \frac{1}{2} J_3 (\dot{\phi}_3)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Підставивши значення кінетичних енергій (4) в рівняння (1) запишемо рівняння руху МТА наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \left(m_1 \ddot{x} + \frac{1}{2} m_2 (2\ddot{x} - 2a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + 2a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - 2a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + 2a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2) + \frac{1}{2} m_3 (2\ddot{x} - \right. \\
& - 2a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + 2a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - 2a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + 2a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - 2a_3 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 + 2a_3 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) + \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x - \frac{\partial \Pi}{\partial x}; \\
& m_1 \ddot{y} + \frac{1}{2} m_2 (2\ddot{y} - 2a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - 2a_1 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - 2a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - 2a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2) + \frac{1}{2} m_3 (2\ddot{y} - \\
& - 2a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - 2a_1 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - 2a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - 2a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - 2a_3 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - 2a_3 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) + \frac{\partial T}{\partial y} = Q_y - \frac{\partial \Pi}{\partial y}; \\
& J_1 \ddot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} m_2 (2\ddot{x} - a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2) a_1 \cos \varphi_1 - 2(\dot{x} + a_1 \times \\
& \times \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - 2(\dot{y} - a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_1 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - \\
& - a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2) a_1 \sin \varphi_1 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} m_3 (2(\ddot{x} - a_1 \sin \varphi_1 \times \\
& \times (\dot{\varphi}_1)^2 + a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 + a_3 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_4 \sin \varphi_3 \times \\
& \times (\dot{\varphi}_3)^2 + a_4 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) a_1 \cos \varphi_1 - 2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) \times \\
& \times a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - 2(\dot{y} - a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_1 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - a_3 \cos \varphi_3 \times \\
& \times (\dot{\varphi}_3)^2 - a_3 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_2 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - a_2 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) a_1 \sin \varphi_1 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - \\
& - a_3 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1) + \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi_1} - C_{12}(\varphi_2 - \varphi_1); \tag{5} \\
& \frac{1}{2} m_2 (2(\ddot{x} - a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2) a_2 \cos \varphi_2 - 2(\dot{x} + a_1 \times \\
& \times \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - 2(\dot{y} - a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_1 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - \\
& - a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2) a_2 \sin \varphi_2 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + J_2 \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} m_3 (2(\ddot{x} - \\
& - a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 + a_3 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_4 \sin \varphi_3 \times \\
& \times \ddot{\varphi}_2 - a_4 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 + a_4 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) (a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_2) + 2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \times \\
& \times \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_4 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) (-a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + 2(\dot{y} - a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_1 \times \\
& \times \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - a_3 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - a_3 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_2 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - \\
& - a_2 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) (-a_2 \sin \varphi_2 - a_3 \sin \varphi_2) + 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_2 - \\
& - a_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) (-a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_{\varphi_2} - C_{12}(\varphi_2 - \varphi_1); \\
& \frac{1}{2} m_3 (2(\ddot{x} - a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + a_1 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 + a_2 \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 + a_3 \times \\
& \times \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_4 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 + a_4 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) a_4 \cos \varphi_3 - 2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \times \\
& \times \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_2 + a_4 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) a_4 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3 - 2(\dot{y} - a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_1 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - \\
& - a_2 \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 - a_3 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - a_3 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 - a_2 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - a_2 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3) a_2 \sin \varphi_3 - 2(\dot{y} - \\
& - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_2 - a_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) a_2 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) + J_3 \ddot{\varphi}_3 = Q_{\varphi_3} - C_{23}(\varphi_3 - \varphi_2),
\end{aligned}$$

де $\frac{\partial T}{\partial x} = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = 0;$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= \frac{1}{2} m_2 (-2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 a_1) \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \times \\ &\times a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1) + \frac{1}{2} m_3 (-2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) \times \\ &\times a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1); \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= \frac{1}{2} m_2 (-2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 a_1) \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \times \\ &\times a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} m_3 (2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) (-a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - \\ &- a_3 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3 - a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2)); \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} &= \frac{1}{2} m_3 (-2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) a_4 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3 - \\ &- 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) a_2 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3). \end{aligned}$$

Для визначення узагальнених сил, які відповідають узагальненим координатам, будемо використовувати інші математичні залежності. Радіус-вектор кожного елемента системи буде відповідною функцією:

$$\bar{r}_i = \bar{r}_i(x, y, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (6)$$

Тоді можливе переміщення i -го елемента системи буде визначатись як диференціал складної функції декількох змінних:

$$\delta \bar{r}_i = \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial y} \delta y + \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial \varphi_3} \delta \varphi_3, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (7)$$

В зв'язку з цим, елементарні роботи всіх активних сил, прикладених до точок механічної системи, на можливому її переміщенні, в цьому випадку, будуть визначатись виразом:

$$\sum \delta A_i = \sum_{i=1}^5 \bar{F}_i \delta \bar{r}_i, \quad (8)$$

де $\bar{F}_i, i = 1, 2 \dots 5$ – зовнішні сили, що діють на систему ($T_{пл}, T_{пп}, T_{зл}, T_{зп}, W_{лк}, W_{пк}, W_{пл}, W_{пп}, W_{зл}, W_{зп}, W_{пс}, W_{лс}, X_1 \dots X_{18}, Y_1 \dots Y_{18}$).

Тоді:

$$Q_i = \sum_{i=1}^5 \bar{F}_i \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial q_i}. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Q_x = & \left[-(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + \right. \\ & X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + W_{\pi c} + W_{nc}) \cos \varphi_1 - P_{\delta c} \sin \varphi_1 + (T_{\pi 3} + T_{n3} + \\ & + W_{\pi 3} + W_{n3}) \cos \varphi_2 + (T_{\pi n} - W_{\pi n}) \cos(\varphi_2 + \beta) + (T_{nn} - W_{nn}) \cos(\varphi_2 + \beta) - P_{\delta 1} \sin \varphi_2 - \\ & - P_{\delta 2} \sin(\varphi_2 + \beta) - (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + \\ & + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + W_{\pi \kappa} + W_{n\kappa}) \cos \varphi_3 - P_{\delta \kappa} \sin \varphi_3 \Big] x; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} Q_y = & \left[-(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + \right. \\ & + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + W_{\pi c} + W_{nc}) \sin \varphi_1 + P_{\delta c} \cos \varphi_1 + (T_{\pi 3} + T_{n3} - \\ & - W_{\pi 3} - W_{n3}) \sin \varphi_2 + (T_{\pi n} - W_{\pi n}) \sin(\varphi_2 + \beta) + (T_{nn} - W_{nn}) \sin(\varphi_2 + \beta) + P_{\delta 1} \cos \varphi_2 - \\ & - P_{\delta 2} \cos(\varphi_2 + \beta) - (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + \\ & + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + W_{\pi \kappa} + W_{n\kappa}) \times \sin \varphi_3 + P_{\delta \kappa} \cos \varphi_3 \Big] y; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} Q_{\varphi_1} = & \left(\frac{1}{2} X_1 b_c + \frac{4}{9} X_2 b_c + \frac{7}{18} X_3 b_c + \frac{1}{3} X_4 b_c + \frac{5}{18} X_5 b_c + \frac{2}{9} X_6 b_c + \frac{1}{6} X_7 b_c + \frac{1}{9} X_8 b_c + \right. \\ & + \frac{1}{18} X_9 b_c - \frac{4}{9} X_{18} b_c - \frac{7}{18} X_{17} b_c - \frac{1}{3} X_{16} b_c - \frac{5}{18} X_{15} b_c - \frac{2}{9} X_{14} b_c - \frac{1}{6} X_{13} b_c - \frac{1}{9} X_{12} b_c - \\ & \left. - \frac{1}{18} X_{11} b_c + (W_{nc} - W_{\pi c}) S_o + P_{\delta 2} b_1 \right) \varphi_1; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q_{\varphi_2} = & \left[\frac{1}{2} (T_{\pi 3} - W_{\pi 3}) B_t - \frac{1}{2} (T_{n3} - W_{n3}) B_t + (T_{\pi n} - W_{\pi n}) \left(e_{\kappa} + \frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 + 4B_t e_{\kappa} + 4e_{\kappa}^2} \times \right. \right. \\ & \times \cos \left(\beta - \arctg \left(\frac{a_1^2}{\frac{1}{2} B_t - e_{\kappa}} \right) \right) \Big] - (T_{nn} - W_{nn}) \left(e_{\kappa} + \frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 + 4B_t e_{\kappa} + 4e_{\kappa}^2} \times \right. \\ & \times \cos \left(\beta + \arctg \left(\frac{a_1^2}{\frac{1}{2} B_t - e_{\kappa}} \right) \right) \Big] - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} \varphi_2 C_{y1} \right) a_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 + 4B_t e_{\kappa} + 4e_{\kappa}^2} \times \right. \\ & \times \varphi_2 + e_{\kappa} \beta \Big) C_{\delta 2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 + 4B_t e_{\kappa} + 4e_{\kappa}^2} \sin \left(\beta + \arctg \left(\frac{a_1^2}{\frac{1}{2} B_t - e_{\kappa}} \right) \right) \Big] \varphi_2; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Q_{\varphi_3} = & \left(\frac{1}{2} Y_1 b_{\kappa} + \frac{4}{9} Y_2 b_{\kappa} + \frac{7}{18} Y_3 b_{\kappa} + \frac{1}{3} Y_4 b_{\kappa} + \frac{5}{18} Y_5 b_{\kappa} + \frac{2}{9} Y_6 b_{\kappa} + \frac{1}{6} Y_7 b_{\kappa} + \frac{1}{9} Y_8 b_{\kappa} + \frac{1}{18} Y_9 b_{\kappa} - \right. \\ & - \frac{4}{9} Y_{18} b_{\kappa} - \frac{7}{18} Y_{17} b_{\kappa} - \frac{1}{3} Y_{16} b_{\kappa} - \frac{5}{18} Y_{15} b_{\kappa} - \frac{2}{9} Y_{14} b_{\kappa} - \frac{1}{6} Y_{13} b_{\kappa} - \frac{1}{9} Y_{12} b_{\kappa} - \frac{1}{18} Y_{11} b_{\kappa} + \\ & \left. + (W_{n\kappa} - W_{\pi \kappa}) K_o + b_3 \varphi_3 C_{y\kappa} \right) \varphi_3. \end{aligned} \quad (14)$$

Із рівнянь (5), розв'язуючи їх відносно старших похідних ($\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2, \ddot{\phi}_3$), отримаємо форму Коши для системи диференціальних рівнянь 2-го порядку:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{x} + a_{12}\ddot{y} + a_{13}\ddot{\phi}_1 + a_{14}\ddot{\phi}_2 + a_{15}\ddot{\phi}_3 + f_1(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, x, y, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \beta, t) = 0 \\ a_{21}\ddot{x} + a_{22}\ddot{y} + a_{23}\ddot{\phi}_1 + a_{24}\ddot{\phi}_2 + a_{25}\ddot{\phi}_3 + f_2(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, x, y, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \beta, t) = 0 \\ a_{31}\ddot{x} + a_{32}\ddot{y} + a_{33}\ddot{\phi}_1 + a_{34}\ddot{\phi}_2 + a_{35}\ddot{\phi}_3 + f_3(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, x, y, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \beta, t) = 0 \\ a_{41}\ddot{x} + a_{42}\ddot{y} + a_{43}\ddot{\phi}_1 + a_{44}\ddot{\phi}_2 + a_{45}\ddot{\phi}_3 + f_4(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, x, y, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \beta, t) = 0 \\ a_{51}\ddot{x} + a_{52}\ddot{y} + a_{53}\ddot{\phi}_1 + a_{54}\ddot{\phi}_2 + a_{55}\ddot{\phi}_3 + f_5(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, x, y, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \beta, t) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

де $a_{11} = m_1 + m_2 + m_3$;

$$a_{12} = 0;$$

$$a_{13} = m_2 a_1 \cos \varphi_1 + m_3 a_1 \cos \varphi_1;$$

$$a_{14} = m_2 a_2 \cos \varphi_2 + \frac{1}{2} m_3 (2a_2 \cos \varphi_2 + 2a_3 \cos \varphi_2);$$

$$a_{15} = m_3 a_4 \cos \varphi_3;$$

$$a_{21} = 0;$$

$$a_{22} = m_1 + m_2 + m_3;$$

$$a_{23} = -m_2 a_1 \sin \varphi_1 - m_3 a_1 \sin \varphi_1;$$

$$a_{24} = -m_2 a_2 \sin \varphi_2 + \frac{1}{2} m_3 (-2a_2 \sin \varphi_2 - 2a_3 \sin \varphi_2);$$

$$a_{25} = -m_3 a_2 \sin \varphi_3;$$

$$a_{31} = m_2 a_1 \cos \varphi_1 + m_3 a_1 \cos \varphi_1;$$

$$a_{32} = -m_2 a_1 \sin \varphi_1 - m_3 a_1 \sin \varphi_1;$$

$$a_{33} = \frac{1}{2} m_3 (2a_1^2 \cos^2 \varphi_1 + 2a_1^2 \sin^2 \varphi_1) + J_l + \frac{1}{2} m_2 (2a_1^2 \cos^2 \varphi_1 + 2a_1^2 \sin^2 \varphi_1);$$

$$a_{34} = \frac{1}{2} m_3 (2(a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_2) a_1 \cos \varphi_1 - 2(-a_2 \sin \varphi_2 - a_3 \sin \varphi_2) a_1 \sin \varphi_1) + \\ + \frac{1}{2} m_2 (2a_2 \cos \varphi_2 a_1 \cos \varphi_1 + 2a_2 \sin \varphi_2 a_1 \sin \varphi_1);$$

$$a_{35} = \frac{1}{2} m_3 (2a_4 \cos \varphi_3 a_1 \cos \varphi_1 + 2a_2 \sin \varphi_3 a_1 \sin \varphi_1);$$

$$a_{41} = m_2 a_2 \cos \varphi_2 + \frac{1}{2} m_3 (2a_2 \cos \varphi_2 + 2a_3 \cos \varphi_2);$$

$$a_{42} = -m_2 a_2 \sin \varphi_2 + \frac{1}{2} m_3 (-2a_2 \sin \varphi_2 - 2a_3 \sin \varphi_2);$$

$$a_{43} = \frac{1}{2} m_3 (2(a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_2)) a_1 \cos \varphi_1 - 2(-a_2 \sin \varphi_2 - a_3 \sin \varphi_2) a_1 \sin \varphi_1 + \\ + \frac{1}{2} m_2 (2a_2 \cos \varphi_2 a_1 \cos \varphi_1 + 2a_2 \sin \varphi_2 a_1 \sin \varphi_1);$$

$$a_{44} = \frac{1}{2} m_2 (2a_2^2 \cos^2 \varphi_2^2 + 2a_2 \sin^2 \varphi_2^2) + J_2 + \frac{1}{2} m_3 (2(a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_2)^2 + \\ + 2(-a_2 \sin \varphi_2 - a_3 \sin \varphi_2)^2);$$

$$a_{45} = \frac{1}{2} m_3 (2a_4 \cos \varphi_3 (a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_2) - 2a_2 \sin \varphi_3 (-a_2 \sin \varphi_2 - a_3 \sin \varphi_2));$$

$$a_{51} = m_3 a_4 \cos \varphi_3;$$

$$a_{52} = -m_3 a_2 \sin \varphi_3;$$

$$a_{53} = \frac{1}{2} m_3 (2a_4 \cos \varphi_3 a_1 \cos \varphi_1 + 2a_2 \sin \varphi_3 a_1 \sin \varphi_1);$$

$$a_{54} = \frac{1}{2} m_3 (2a_4 \cos \varphi_3 (a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_3) - 2a_2 \sin \varphi_3 (-a_2 \sin \varphi_2 - a_3 \sin \varphi_2));$$

$$a_{55} = J_3 + \frac{1}{2} m_3 (2a_4^2 \cos^2 \varphi_3^2 + 2a_2^2 \sin^2 \varphi_3^2);$$

$$f_1 = \frac{1}{2} m_2 (-2a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - 2a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2) + \frac{1}{2} m_3 (-2a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - 2a_2 \times \\ \times \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - 2a_3 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - 2a_4 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2) - (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + \\ + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + \\ + W_{\kappa} + W_{nc}) \cos \varphi_1 - (b_1 \varphi_1 C_{\bar{\sigma}c}) \sin \varphi_1 + (T_{\kappa} + T_{n3} - W_{\kappa} - W_{n3}) \cos \varphi_2 + (T_{\kappa} - W_{\kappa}) \times \\ \times \cos(\varphi_2 + \beta) + (T_{nn} - W_{nn}) \cos(\varphi_2 + \beta) - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} \varphi_2 C_{\bar{\sigma}2} \right) \sin \varphi_2 - \\ - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_{\kappa} + 4e_{\kappa}^2 \varphi_2 + e_{\kappa} \beta} \right) C_{\bar{\sigma}2} (\sin \varphi_2 + \beta) - (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + \\ + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + W_{\kappa} + W_{n\kappa}) \times \\ \times \cos \varphi_3 - (b_3 \varphi_3 C_{\bar{\sigma}\kappa}) \sin \varphi_3;$$

$$\begin{aligned}
f_2 = & \frac{1}{2}m_2(-2a_1\cos\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - 2a_2\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2) + \frac{1}{2}m_3(-2a_1\cos\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - 2a_2 \times \\
& \times \cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - 2a_3\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - 2a_2\cos\varphi_3(\dot{\varphi}_3)^2) - (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + \\
& + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + \\
& + X_{18} + W_{\mathcal{N}c} + W_{\mathcal{N}c})\sin\varphi_1 + (b_1\varphi_1 C_{\delta c})\cos\varphi_1 + (T_{\mathcal{N}3} + T_{\mathcal{N}3} - W_{\mathcal{N}3} - W_{\mathcal{N}3})\sin\varphi_2 + \\
& + (T_{\mathcal{N}n} - W_{\mathcal{N}n})\sin(\varphi_2 + \beta) + (T_{\mathcal{N}n} + W_{\mathcal{N}n})\sin(\varphi_2 + \beta) + \left(\frac{1}{2}\sqrt{4a_2^2 + B_t^2}\varphi_2 C_{\delta 1}\right) \times \\
& \times \cos\varphi_2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2}\varphi_2 + e_\kappa\beta\right) C_{\delta 2} \cos(\varphi_2 + \beta) - (Y_1 + Y_2 + \\
& + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + \\
& + Y_{18} + W_{\mathcal{N}c} + W_{\mathcal{N}c})\sin\varphi_3 + (b_3\varphi_3 C_{\delta c})\cos\varphi_3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3 = & b_1^2\varphi_1 C_{\delta c} - \frac{1}{9}X_{12}b_c + \frac{4}{9}X_2b_c + \frac{1}{2}X_1b_c - \frac{1}{6}X_{13}b_c + \frac{1}{2}m_2(2(-a_1\sin\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - \\
& - a_2\sin\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2)a_1\sin\varphi_1 - 2(\dot{x} + a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1 + a_2\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2)a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - \\
& - 2(-a_1\cos\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - a_2\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2)a_1\sin\varphi_1 - 2(\dot{y} - a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - a_2\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2) \times \\
& \times a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1) - \frac{2}{9}X_{14}b_c - \frac{1}{2}m_2(-2(\dot{x} + a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1 + a_2\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2)a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - \\
& - 2(\dot{y} - a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - a_2\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2)a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1) - \frac{1}{2}m_3(-2(\dot{x} + a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1 + \\
& + a_2\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_3\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_4\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - 2(\dot{y} - a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - \\
& - a_2\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - a_3\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - a_2\sin\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1) + ((X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \\
& + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + \\
& + X_{18} + W_{\mathcal{N}c} + W_{\mathcal{N}c})\sin\varphi_1 - (b_1C_{\delta c})\sin\varphi_1 - (b_1\varphi_1 C_{\delta c})\cos\varphi_1)x + (- (X_1 + X_2 + \\
& + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + \\
& + X_{16} + X_{17} + X_{18} + W_{\mathcal{N}c} + W_{\mathcal{N}c})\cos\varphi_1 + (b_1C_{\delta c})\cos\varphi_1 - (b_1\varphi_1 C_{\delta c})\sin\varphi_1)y + \\
& + (b_1C_{\delta c})\varphi_1 - C_{12}(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{7}{18}X_{17}b_c + \frac{1}{18}X_9b_c - \frac{5}{18}X_{15}b_c + \frac{1}{9}X_8b_c + \\
& + \frac{1}{2}m_3(2(-a_1\sin\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - a_2\sin\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_3\sin\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_4\sin\varphi_3(\dot{\varphi}_3)^2) \times \\
& \times a_1\cos\varphi_1 - 2(\dot{x} + a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1 + a_2\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_3\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_4\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3) \times \\
& \times a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - 2(-a_1\cos\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - a_2\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_3\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - \\
& - a_2\cos\varphi_3(\dot{\varphi}_3)^2)a_1\sin\varphi_1 - 2(\dot{y} - a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - a_2\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - a_3\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - \\
& - a_2\sin\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1) + \frac{1}{6}X_7b_c - \frac{1}{3}X_{16}b_c - \frac{4}{9}X_{18}b_c + \frac{2}{9}X_6b_c + \frac{5}{18}X_5b_c + \\
& + W_{\mathcal{N}c}S_n - W_{\mathcal{N}c}S_{\mathcal{N}} - \frac{1}{18}X_{11}b_c + \frac{1}{3}X_4b_c + \frac{7}{18}X_3b_c;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_4 = & \frac{1}{2} m_2 \left(2(-a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2) a_2 \sin \varphi_2 - 2(\dot{x} + a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \times \right. \\
& \times \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) - 2(-a_1 \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2) a_2 \sin \varphi_2 - 2(\dot{y} - a_1 \times \\
& \times \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + \frac{1}{2} m_3 (2(-a_1 \sin \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_2 \sin \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - \\
& - a_3 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2 - a_4 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2) (a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_2) + 2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \times \\
& \times \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_4 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) (-a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + 2(-a_1 \times \\
& \times \cos \varphi_1 (\dot{\varphi}_1)^2 - a_2 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - a_3 \cos \varphi_2 (\dot{\varphi}_2)^2 - a_2 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_3)^2) (-a_2 \sin \varphi_2 - \\
& - a_3 \sin \varphi_2 + 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) \times \\
& \times (-a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2)) - \frac{1}{2} m_2 (-2(\dot{x} + a_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \times \\
& \times a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \times a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) - \frac{1}{2} m_3 (2(\dot{x} + a_1 \times \\
& \times \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + a_4 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) \times (-a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + \\
& + 2(\dot{y} - a_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - a_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_3 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - a_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3) (-a_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - \\
& - a_3 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2)) + (- (T_{\mathcal{L}3} + T_{n3} - W_{\mathcal{L}3} - W_{n3}) \sin \varphi_2 - (T_{\mathcal{L}n} - W_{\mathcal{L}n}) \sin(\varphi_2 + \beta) - \\
& - (T_{nn} - W_{nn}) \sin(\varphi_2 + \beta) - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} C_{\delta 1} \right) \sin \varphi_2 - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} C_{\delta 1} \right) \cos \varphi_2 - \\
& - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2} \varphi_2 + e_\kappa \beta \right) C_{\delta 2} \cos(\varphi_2 + \beta) - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2} \times \right. \\
& \times \varphi_2 + e_\kappa \beta \left. \right) C_{\delta 2} \cos(\varphi_2 + \beta)) x + (- (T_{\mathcal{L}3} + T_{n3} - W_{\mathcal{L}3} - W_{n3}) \cos \varphi_2 + (T_{\mathcal{L}n} - W_{\mathcal{L}n}) \times \\
& \times \cos(\varphi_2 + \beta) + (T_{nn} - W_{nn}) \cos(\varphi_2 + \beta) + \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} C_{\delta 1} \right) \cos \varphi_2 - \\
& - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} \varphi_2 C_{\delta 1} \right) \sin \varphi_2 + \left(\sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2} \varphi_2 + e_\kappa \beta \right) C_{\delta 2} \sin(\varphi_2 + \beta)) \times \\
& \times y + \left(- \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} \varphi_2 C_{\delta 2} \right) + \frac{1}{4} (4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2) C_{\delta 2} \times \right. \\
& \times \sin \left(\beta + \arctg \left(\frac{a_1^2}{\frac{1}{2} B_t - e_\kappa} \right) \right) \varphi_2 + \frac{1}{2} (T_{\mathcal{L}3} - W_{\mathcal{L}3}) B_t - \frac{1}{2} (T_{n3} - W_{n3}) B_t - (T_{nn} - W_{nn}) \times \\
& \times \left(e_\kappa + \frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2} \cos \left(\beta + \arctg \left(\frac{a_1^2}{\frac{1}{2} B_t - e_\kappa} \right) \right) - \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_2^2 + B_t^2} \varphi_2 C_{\delta 1} \right) a_2 + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2} \varphi_2 + e_\kappa \beta \right) C_{\delta 2} \sqrt{4a_1^2 + B_t^2 - 4B_t e_\kappa + 4e_\kappa^2} \times \\
& \times \sin \left(\beta + \arctg \left(\frac{a_1^2}{\frac{1}{2} B_t - e_\kappa} \right) \right) \left. \right) + C_{12}(\varphi_2 - \varphi_1) - C_{23}(\varphi_3 - \varphi_2);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_5 = & \frac{5}{18}Y_5b_{\kappa} + \frac{4}{9}Y_2b_{\kappa} + \frac{1}{3}Y_4b_{\kappa} - \frac{1}{3}Y_{16}b_{\kappa} - \frac{5}{18}Y_{15}b_{\kappa} - \frac{2}{9}Y_{14}b_{\kappa} - \frac{1}{6}Y_{13}b_{\kappa} - \frac{1}{9}Y_{12}b_{\kappa} - \\
& \frac{1}{18}Y_{11}b_{\kappa} + W_{\pi\kappa}K_{\pi} - W_{\pi\kappa}K_{\pi} + \frac{7}{18}Y_3b_{\kappa} + \frac{1}{2}Y_1b_{\kappa} + ((Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + \\
& + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + W_{\pi\kappa} + W_{\pi\kappa})\sin\varphi_3 - \\
& - (b_3C_{\delta\kappa})\sin\varphi_3 - (b_3\varphi_3C_{\delta\kappa})\cos\varphi_3)x + (- (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + \\
& + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} + Y_{18} + W_{\pi\kappa} + W_{\pi\kappa})\cos\varphi_3 + \\
& + (b_3C_{\delta\kappa})\cos\varphi - (b_3\varphi_3C_{\delta\kappa})\sin\varphi_3)y + b_{\kappa}C_{\delta\kappa}\varphi_3 + \frac{2}{9}Y_6b_{\kappa} - \frac{1}{2}m_3(-2(\dot{x} + a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1 + \\
& - a_2\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_3\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_4\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_4\sin\varphi_3\dot{\varphi}_3 - 2(\dot{y} - a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - a_2\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - \\
& - a_3\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - a_2\sin\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_2\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3) + C_{23}(\varphi_3 - \varphi_2) + \frac{1}{9}Y_8b_{\kappa} + \frac{1}{18}Y_9b_{\kappa} - \frac{4}{9}Y_{18}b_{\kappa} - \\
& - \frac{7}{18}Y_{17}b_{\kappa} + \frac{1}{2}m_3(2(-a_1\sin\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - a_2\sin\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_3\sin\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_4\sin\varphi_3(\dot{\varphi}_3)^2)\times \\
& \times a_4\cos\varphi_3 - 2(\dot{x} + a_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1 + a_2\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_3\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + a_4\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_4\sin\varphi_3\dot{\varphi}_3 - \\
& - 2(-a_1\cos\varphi_1(\dot{\varphi}_1)^2 - a_2\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_3\cos\varphi_2(\dot{\varphi}_2)^2 - a_2\cos\varphi_3(\dot{\varphi}_3)^2)a_2\sin\varphi_3 - \\
& - 2(y - a_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 - a_2\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - a_3\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2 - a_2\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3)a_2\cos\varphi_3\dot{\varphi}_3) + \frac{1}{6}Y_7b_{\kappa} + b_3\varphi_3C_{\delta\kappa}.
\end{aligned}$$

В незношеному рульовому керуванні витоки рідини в гідросистемі повороту керованих коліс відсутні. Це, в свою чергу, виключає поворот коліс без участі механізатора відносно остова трактора. Тоді причиною уводу агрегату від прямолінійної траєкторії можуть бути неоднорідність ґрунту, що обробляється, схил поля, різниця сил опору на колесах трактора [9].

Узагальнені сили Q_i , що входять в рівняння (1) визначені на основі принципу можливих переміщень. При прямолінійному русі МТА в процесі проведення сівби в ідеальному випадку кут повороту керованих коліс $\beta = 0$.

Результати досліджень та їх обговорення.

Якість роботи більшості мобільних машинно-тракторних агрегатів безпосередньо залежить від ступеню стійкості їх руху. Непрямолінійність руху робочого органу, що виходить за допустимі межі, призводить до появи огріхів і перекриття оброблюваної площі, а при обробітку просапних культур і до часткового зниження рослин в рядку. Більшість операцій мають обмеження на якість виконання роботи. Так, агротехнічні вимоги до смугової сівби

передбачають, щоб відхилення ширини міжрядь складало не більше ± 2 см для сошників в агрегаті і ± 5 см в стикові двох суміжних його проходів.

Для реалізації новітніх технологій вирощування сільськогосподарських культур розробляються та впроваджуються відповідні машини нового покоління, що відрізняються від традиційних комбінованими та модульними принципами побудови, спроможністю виконувати технологічні операції на високих робочих швидкостях, надійністю в роботі, економічністю, автоматизованими системами керування та контролю за процесами.

Агротехнічною наукою доведено, що застосування комбінованих машин, виконуючих за один прохід агрегату декілька технологічних операцій, дає змогу зберегти вологу, зменшити кількість проходів агрегату, а також ущільнення ґрунту, підвищити врожайність вирощуваних культур [10].

За даними [11], продуктивність комбінованих агрегатів на базі колісного трактора з передньою і задньою навісними системами на передпосівному обробітку ґрунту та сівбі збільшується на 30 %, а витрати палива на одиницю площі майже в два рази нижчі в порівнянні з агрегатами традиційної схеми. Найбільш перспективними також вважаються комбіновані машинно-тракторні агрегати, складені з кількох одноопераційних машин, навішених на відповідних навісних системах енергетичного засобу. Відповідні переваги таких агрегатів полягають в тому, що маса і тяговий опір фронтально навішених машин чи знарядь збільшують вертикальне навантаження на передні колеса трактора, підвищують щеплення їх з ґрунтом і зменшують буксування [12, 13, 14].

Висновки.

Дослідження стійкості руху агрегату можна виконати на основі трьохмасової моделі, яка має лінійні характеристики зовнішніх опорів, без врахування буксування рушіїв по опорній поверхні. На основі проведених теоретичних досліджень встановлено, що отримана математична модель дає можливість визначати межі стійкості руху комбінованого агрегату при проведенні технологічного процесу сівби. У зв'язку з суттєвою нелінійністю диференціальних рівнянь, які описують процес руху агрегату їх рішення можливе

числовими методами за допомогою ЕОМ із застосуванням програмних пакетів MAPLE 12 і Matlab 6.5 Release 12.

Використання в комбінованих агрегатах гідравлічних та електричних систем призведе до складання розрахункових схем і математичних моделей у вигляді блок-схем, які будуть розв'язуватись за допомогою інших програмних пакетів. Такі дослідження будуть перспективними тому, що зростає попит на складні і універсальні сільськогосподарські агрегати, а їх експлуатація вимагає теоретичного підґрунтя.

В зв'язку з тим, що створення різноманітних комбінованих машинно-тракторних агрегатів не припиняється ні на день, теоретичні дослідження їх руху будуть мати продовження. Агрегати стають все потужнішими і складнішими, в своїй роботі вони об'єднують все більше сільськогосподарських операцій, тому вивчення їх можливостей до застосування є складною теоретичною задачею, яка потребує нестандартних підходів і нестандартного мислення.

Бібліографія.

1. Авдеев В. М. Устойчивость и управляемость движения колесного шарнирно-сочлененного трактора по грунту в составе сельскохозяйственного агрегата: автореф. дисс. на соискание науч. степени канд. техн. наук: спец. 05.05.03 / В. М. Авдеев. – Харьков, 1985. – 22 с.

2. Антощенко Р. В. Підвищення ефективної експлуатації комбінованих ґрунтообробно-посівних агрегатів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.11 «Машини і засоби механізації с.-г. виробництва» / Антощенко Роман Вікторович. – Харків, 2010. – 21 с.

3. Артьомов Н. П. Повышение устойчивости движения пахотного агрегата при изменении технических параметров системы управления: дисс. кандидата техн. наук: 05.05.11 «Машины и средства механизации с.-х. производства» / Артьомов Николай Прокофьевич. – Харьков, 2006. – 179 с.

4. Гячев Л. В. Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов / Л. В. Гячев. – М.: Машиностроение, 1981. – 206 с.
5. Лебедев А. Т. Гидропневматические приводы тракторных агрегатов / А. Т. Лебедев. – М.: Машиностроение, 1982. – 184 с.
6. Рославцев А. В. Экспериментальные исследования устойчивости движения и управляемости многосвязных машинно-тракторных агрегатов / А. В. Рославцев // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1994. – №1. – С. 10-11.
7. Антощенко В. Н. Повышение точности вождения машинно-тракторного агрегата в технологическом процессе междурядной обработки сахарной свеклы: автореф. дисс. на соискание науч. степени канд. техн. наук: спец. 05.20.01 / В. Н. Антощенко. – Харьков, 1991. – 20 с.
8. Пащенко В. Ф. Методика построения математических моделей устойчивости функционирования механических систем: монография / В.Ф. Пащенко, В.В. Ким. – Х.: ХНАУ им. В.В. Докучаева, 2010. – 115 с.: ил.
9. Ярошенко П.М. Підвищення стійкості руху комбінованих посівних агрегатів: дис. кандидата техн. наук: 05.05.11 «Машини і засоби механізації сільськогосподарського виробництва» / Павло Миколайович Ярошенко. – Харків, 2011. – 188 с.
10. Коденко М. Н. Динамика и оптимизация управления переходными процессами тракторов: автореф. дисс. на соискание науч. степени доктора техн. наук: спец. 05.20.03 / М. Н. Коденко. – Харьков, 1972. – 45 с.
11. Лачуга Ю. Ф. Перспективные технологии и техника для эффективного сельскохозяйственного производства / Ю.Ф. Лачуга // Агрожурнал МГАУ. – 2008 – №12. – С. 1-8.
12. Надыкто В.Т. Перспективное направление создания комбинированных и широкозахватных МТА / В. Т. Надыкто // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2008. – № 3. – С. 26–30.

13. Нові мобільні енергетичні засоби України. Теоретичні основи використання в землеробстві: Навчальний посібник / В.Т.Надикто, М.Л. Крижачківський, В.М. Кюрчев, С.Л. Абдула. – Мелітополь, 2006. – 337 с., іл.

14. Любушко Н. И. Новые тенденции в создании и использовании комбинированных агрегатов / Н. И. Любушко, В. Н. Зволинский // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1997. – №10. – С 14–16.

15. Коваль С. Оцінка рівня технічного забезпечення систем обробітку ґрунту та посіву / С. Коваль, В. Погорілий, В. Шейченко, В. Гусар, С. Любченко // Техніка АПК 2007, №10. – С. 10–11.

16. Кутьков Г. М. Оценка технологических свойств мобильных энергетических средств / Г. М. Кутьков // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2007. – № 1. – С. 26–27.

17. Donnell H. Farm power and machinery management / H. Donnell. – Wiley-Blackwell, 2001 – 368 p.

18. Fluck R. C. Energy analysis for agricultural systems In Energy in Farm Production / R. C. Fluck // Energy in world agriculture, Elsevier, Amst. – 2004. – № 6. – PP. 45–51.

19. Geradin M. Kinematics and dynamics of rigid and flexible mechanisms using finite elements and quaternion algebra / M. Geradin, A. Cardona // Computational Mechanics. – 1988. – Vol. 4. – P. 115–135.

20. Bayo E. A modified Lagrangian formulation for the dynamic analysis of constrained mechanical systems / E. Bayo, J.G. Jalon, M.A. Serena // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1988. – Vol. 71. – № 2. – P. 183–195.

References.

1. Avdeyev V. M. Ustoychivost' i upravlyayemost' dvizheniya kolesnogo sharnirno-sochlenennogo traktora po gruntu v sostave sel'skokhozyaystvennogo agregata: avtoref. diss. na soiskaniye nauch. stepeni kand. tekhn. nauk: spets. 05.05.03 / V. M. Avdeyev. – Khar'kov, 1985. – 22 s.

2. Antoshchenkov R. V. Pidvyshchennya efektyvnoyi ekspluatatsiyi kombinovanykh hruntoobrobno-posivnykh ahrehativ: avtoref. dys. na zdobuttya nauk. stupenya kand. tekhn. nauk: spets. 05.05.11 «Mashyny i zasoby mekhanizatsiyi s.-h. vyrobnytstva» / Antoshchenkov Roman Viktorovych. – Kharkiv, 2010. – 21 s.

3. Art'omov N. P. Povysheniye ustoychivosti dvizheniya pakhotnogo agregata pri izmenenii tekhnicheskikh parametrov sistemy upravleniya: diss. kandidata tekhn. nauk: 05.05.11 «Mashyny i sredstva mekhanizatsii s.-kh. proizvodstva» / Art'omov Nikolay Prokof'yevich. – Khar'kov, 2006. – 179 s.

4. Gyachev L. V. Ustoychivost' dvizheniya sel'skokhozyaystvennykh mashin i agregatov / L. V. Gyachev. – M.: Mashinostroyeniye, 1981. – 206 s.

5. Lebedev A. T. Gidropnevmaticheskiye privody traktornykh agregatov / A. T. Lebedev. – M.: Mashinostroyeniye, 1982. – 184 s.

6. Roslavytsev A. V. Eksperimental'nyye issledovaniya ustoychivosti dvizheniya i upravlyayemosti mnogozvennykh mashinno-traktornykh agregatov / A. V. Roslavytsev // Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashyny. – 1994. – №1. – S. 10-11.

7. Antoshchenkov V. N. Povysheniye tochnosti vozhdeniya mashinno-traktornogo agregata v tekhnologicheskoy protsesse mezhduyadnoy obrabotki sakharnoy svekly: avtoref. diss. na soiskaniye nauch. stepeni kand. tekhn. nauk: spets. 05.20.01 / V. N. Antoshchenkov. – Khar'kov, 1991. – 20 s.

8. Pashchenko V. F. Metodika postroyeniya matematicheskikh modeley ustoychivosti funktsionirovaniya mekhanicheskikh sistem: monografiya / V.F. Pashchenko, V.V. Kim. – KH.: KHNAU im. V.V. Dokuchayeva, 2010. – 115 s.: il.

9. Yaroshenko P.M. Pidvyshchennya stiykosti rukhu kombinovanykh posivnykh ahrehativ: dys. kandydata tekhn. nauk: 05.05.11 «Mashyny i zasoby mekhanizatsiyi sil's'kohospodars'koho vyrobnytstva» / Pavlo Mykolayovych Yaroshenko. – Kharkiv, 2011. – 188 s.

10. Kodenko M. N. Dinamika i optimizatsiya upravleniya perekhodnymi protsessami traktorov: avtoref. diss. na soiskaniye nauch. stepeni doktora tekhn. nauk: spets. 05.20.03 / M. N. Kodenko. – Khar'kov, 1972. – 45 s.

11. Lachuga YU. F. Perspektivnyye tekhnologii i tekhnika dlya effektivnogo sel'skokhozyaystvennogo proizvodstva / YU.F. Lachuga // Agrozurnal MGAU. – 2008 – №12. – S. 1-8.
12. Nadykto V.T. Perspektivnoye napravleniye sozdaniya kombinirovannykh i shirokozakhvatnykh MTA / V. T. Nadykto // Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashyny. – 2008. – № 3. – S. 26–30.
13. Novi mobil'ni enerhetychni zasoby Ukrayiny. Teoretychni osnovy vykorystannya v zemlerobstvi: Navchal'nyy posibnyk / V.T.Nadykto, M.L. Kryzhachkivs'kyi, V.M. Kyurchev, S.L. Abdula. – Melitopol', 2006. – 337 s., il.
14. Lyubushko N.I. Novyye tendentsii v sozdanii i ispol'zovanii kombinirovannykh agregatov / N. I. Lyubushko, V. N. Zvolinskiy // Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashyny. – 1997. – №10. – S 14–16.
15. Koval' S. Otsinka rivnya tekhnichnoho zabezpechennya system obrobitku gruntu ta posivu / S. Koval', V. Pohorilyy, V. Sheychenko, V. Husar, S. Lyubchenko // Tekhnika APK 2007, №10. – S. 10–11.
16. Kut'kov G. M. Otsenka tekhnologicheskikh svoystv mobil'nykh energeticheskikh sredstv / G. M. Kut'kov // Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashyny. – 2007. – № 1. – S. 26–27.
17. Donnell H. Farm power and machinery management / H. Donnell. – Wiley-Blackwell, 2001 – 368 p.
18. Fluck R. C. Energy analysis for agricultural systems In Energy in Farm Production / R. C. Fluck // Energy in world agriculture, Elsevier, Amst. – 2004. – № 6. – PP. 45–51.
19. Geradin M. Kinematics and dynamics of rigid and flexible mechanisms using finite elements and quaternion algebra / M. Geradin, A. Cardona // Computational Mechanics. – 1988. – Vol. 4. – P. 115–135.
20. Bayo E. A modified Lagrangian formulation for the dynamic analysis of constrained mechanical systems / E. Bayo, J.G. Jalon, M.A. Serena // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1988. – Vol. 71. – № 2. – P. 183–195.