

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет будівництва та транспорту
Кафедра будівельних конструкцій

До захисту
Допускається
Завідувач кафедри
Будівельних конструкцій

/...../

підпис

«__» _____ 2025 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим рівнем вищої освіти

**На тему: «Аналіз розрахункових моделей балочної залізобетонної
плити будівлі центру зайнятості в м. Чернігів»**

Виконав (ла)

(підпис)

Зимогляд Б.В.

(Прізвище, ініціали)

Група

(Науковий)

керівник

(підпис)

Срібняк Н.М.

(Прізвище, ініціали)

Суми – 2025 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра: будівельних конструкцій

Спеціальність: 192 "Будівництво та цивільна інженерія"

ЗАВДАННЯ

НА МАГІСТЕРСЬКУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Зимогляд Богдан Вячеславович

Тема роботи: Аналіз розрахункових моделей балочної залізобетонної плити будівлі центру зайнятості в м. Чернігів

Затверджено наказом по університету № _____ від "___" _____ 2025р.

Строк здачі студентом закінченої роботи: "___" _____ 2025 р.

Вихідні дані до роботи:

Об'ємо-планувальне та конструктивне рішення будівлі центру
зайнятості в місті Чернігів

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що підлягають розробці)

Виконати огляд джерел щодо особливостей моделювання скінченоелементних розрахункових схем залізобетонного ребристого перекриття. Створити чотири моделі фрагментів ребристого перекриття без АЖТ із введенням АЖТ. Проаналізувати напружено-деформований стан моделей, обчислити армування ребер різними способами. Сформулювати висновки.

5. Перелік графічного матеріалу (з точною вказівкою обов'язкових креслень)

Мультимедійна презентація в форматі Microsoft PowerPoint

Керівник :


(підпис)

Н.М. Срібняк
(Прізвище, ініціали)

Консультант


(підпис)

О.П. Луцьковський
(Прізвище, ініціали)

Завдання прийняв до виконання:

Здобувач

(підпис)

Б.В. Зимогляд
(Прізвище, ініціали)

Анотація

Зимогляд Богдан Вячеславович. Аналіз розрахункових моделей балочної залізобетонної плити будівлі центру зайнятості в м. Чернігів – Кваліфікаційна робота магістра на правах рукопису.

Кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія». – Сумський національний аграрний університет, Суми, 2025.

Робота складається із змісту, загальної характеристики роботи та її кваліфікаційних ознак, огляду досліджень за обраною темою, розділів основної частини, висновків за результатами досліджень та формулювань висновків із досліджень (українською та англійською мовами).

Сформульовано мету, задачі, об'єкт та предмет дослідження, методи наукового дослідження.

Результати досліджень дозволяють створювати найбільш точну модель монолітного плито-ребристого залізобетонного перекриття за результатами розрахунку. Це у свою чергу дозволяє більш точно запроектувати конструкцію перекриття із забезпеченням необхідної міцності та жорсткості ділянки перекриття.

Аналіз публікацій та досліджень встановив, що пропонується багато методик, яким способом можна змоделювати ребристу плиту перекриття за допомогою методу скінчених елементів. При цьому має місце комбінація як пластинчастих СЕ, так і стержньових при моделюванні плитної та ребристої частини плити. Ребриста та плита частина можуть бути як рознесені на певну відстань (ексцентриситет), так їх центри ваги та серединна площа можуть знаходитись в одній площині. Способи моделювання мають як свої переваги, так

і недоліки. Єдиної думки та рекомендацій щодо єдиного методу моделювання не існує. Тому дослідження напружено-деформованого основних скінченоелементних моделей ребристого перекриття (покриття) є задачею пошуковою та актуальною.

В **основній частині** наведено опис чотирьох скінченоелементних моделей фрагментів монолітного ребристого залізобетонного перекриття. Моделі описують різні способи стикування (сполучення) тонкостінної полки плити з ребром. Полка змодельована пластинчастим скінченим елементом (СЕ №41), а ребриста – універсальним просторовим стержньовим елементом (СЕ №10).

Дві моделі (№№1 та 2) прийнято такими, що серединна площа пластини співпадає з центром ваги стержньового елемента. Дві моделі (№№3 та 4) характеризуються рознесенням плитної та ребристої частин на величину певного ексцентриситету. Таке рознесення моделює дійсну геометрію ребристої плити й вірний напружений стан, коли момент від зовнішнього навантаження може бути представлено як пара сил- стискаючих, що виникають в полиці плити, та розтягуючих - що виникають в ребрі.

В результаті статичного розрахунку виявлено напружений стан моделей. Виконано його аналіз. Результати числового розрахунку порівняно із результатами аналітичного розрахунку. Обчислено площу робочої арматури для ребер моделей №№3 та 4, як таких, що відображають дійсний напружено-деформований стан конструкції.

Запропоновано метод врахування ексцентричності ребристої та плитної частини в інженерних розрахунках, сформульовано висновки.

У **висновках** встановлено, що при моделюванні залізобетонних ребристих перекриттів (збірних, монолітних) для отримання коректного напруженого стану ребристої частин, насамперед, і вірного її армування, слід такі перекриття моделювати із рознесенням на необхідний ексцентриситетом плитну й ребристу частину.

Ключові слова: ребриста плита, ребро, плита, ексцентриситет, скінченоелементна модель, абсолютно жорстка вставка, абсолютно жорстке тіло
В **додатках** наведено: альбом слайдів мультимедійної презентації.

Структура роботи. Робота складається з основного тексту на 48 сторінках, у тому числі 8 таблиць, 30 рисунків. Текст роботи містить 6 розділів, що включають загальну характеристику роботи й висновки, список з 21 джерела, 1 додатку на 30 сторінках. Графічна частина складається з 30 слайдів мультимедійної презентації.

Abstract

Zymohlyad Bohdan Vyacheslavovych. Analysis of design models of beam reinforced concrete slab of the building of the employment center in Chernihiv – Master's qualification work with manuscript rights.

Master's qualification work in specialty 192 "Construction and civil engineering". – Sumy National Agrarian University, Sumy, 2025.

The manuscript consists of the *table of contents, general characteristics of the work and its qualification features, a review of research on the chosen topic, sections of the main part, conclusions based on the results of research and formulation of conclusions from research* (in Ukrainian and English).

The **goal, tasks, object and subject of research, methods of scientific research** are formulated.

The **research results** allow us to create the most accurate model of a monolithic slab-ribbed reinforced concrete slab based on the analysis results. This, in turn, makes it possible to more accurately design the slab structure with the required strength and stiffness of the slab section.

The **analysis of publications and research** has established that many methods are proposed to model a ribbed slab using the finite element method. At the same time, there is a combination of both plate FE and rod FE in modeling the slab and ribbed parts of the slab. The ribbed and slab parts can be either separated by a certain distance (eccentricity) or their centers of gravity and the midplane can be in the same plane. Modeling methods have both advantages and disadvantages. There is no consensus and no recommendations for a single modeling method. Therefore, the study of the stress-strain behavior of basic finite element models of a ribbed slab (pavement) is a searching and relevant task.

The **main part** of the paper describes four finite element models of fragments of a monolithic ribbed reinforced concrete slab. The models describe different ways of joining (connecting) a thin-walled slab shelf with an edge. The shelf is modeled by a lamellar finite element (FE No. 41), and the ribbed one is modeled by a universal spatial rod element (FE No. 10).

Two models (Nos. 1 and 2) are assumed to have the median plane of the plate coinciding with the center of gravity of the rod element. Two models (Nos. 3 and 4) are characterized by the separation of the plate and ribbed parts by a certain eccentricity. Such a separation models the actual geometry of the ribbed slab and the correct stress state, when the moment from the external load can be represented as a pair of compressive forces arising in the slab shelf and tensile forces arising in the rib.

As a result of the static analysis, the stressed state of the models is revealed. Its analysis is performed. The results of the numerical calculation are compared with the results of the analytical calculation. The area of the working reinforcement for the ribs of models No. 3 and 4 was found to reflect the actual stress-strain state of the structure.

A method for taking into account the eccentricity of the ribbed and slab parts in engineering calculations is proposed, and conclusions are formulated.

The **conclusions** established that when modeling reinforced concrete ribbed slabs (precast, monolithic), in order to obtain the correct stress state of the ribbed part, first of all, and its correct reinforcement, such slabs should be modeled with the slab and ribbed parts separated by the required eccentricity.

Keywords: ribbed slab, edge, slab, eccentricity, finite element model, absolutely rigid insert, absolutely rigid body

In the **appendices** are given an album of multimedia presentation slides.

Structure of the manuscript. The manuscript consists of the main text on 48 pages, including 8 tables and 30 figures. The text of the paper contains 6 chapters, including a general description of the work and conclusions, a list of 21 references, and 1 appendix on 30 pages. The graphic part consists of 30 slides of a multimedia presentation.

ЗМІСТ

<i>Завдання</i>	
<i>Анотація</i>	
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ	
<i>1.1 Актуальність теми</i>	
РОЗДІЛ 2. БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ	
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ	
РОЗДІЛ 4. МОДЕЛЮВАННЯ ФРАГМЕНТУ РЕБРИСТОГО ПЕРЕКРИТТЯ ІЗ ВИКОРСТАННЯМ МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ	
<i>4.1 Аналіз методів, що використовуються для визначення НДС залізобетонного ребристого перекриття</i>	
<i>4.2 Аналіз та вибір оптимальної скінченоелементної схеми</i>	
<i>4.3 Конструктивне вирішення ребристого монолітного перекриття, що досліджується</i>	
<i>4.4 Моделі, що прийнято для розрахунку</i>	
<i>4.5 Збір навантаження на моделі, що розраховуються</i>	
<i>4.6 Граничні умови</i>	
РОЗДІЛ 5. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ЧИСЛОВОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ	
<i>5.1 Аналіз напружено-деформованого стану моделей, що досліджуються</i>	
<i>5.1.1 Аналіз деформативності моделей</i>	
<i>5.1.2 Аналіз напруженого стану скінченоелементних моделей</i>	
РОЗДІЛ 6. НАПРУЖЕННЯ В РЕБРАХ ТА ЇХ АРМУВАННЯ	
<i>6.1 Визначення площі арматури для розрахункових моделей</i>	
<i>6.2 Порівняння напруженого стану в ребрах моделей</i>	
<i>6.3 Метод врахування ексцентричності ребристої та плитної частини в інженерних розрахунках</i>	
ВИСНОВКИ	

Література.....

Додатки.....

Додаток 1. Графічний матеріал (презентація)

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

1.1 Актуальність теми

У практиці проектування часто зустрічаються складні втілення монолітних конструкцій та їх елементів. Для розрахунку цих конструкцій важливим є питання моделювання найбільш ефективних розрахункових схем із застосуванням можливостей універсальних програм розрахунку.

Ребристе перекриття створено плитою (балковою або такою, що спирається по контуру), другорядними й головними балками. Усі ці елементи перекриття жорстко (монолітно) поєднані між собою (рис. 1.1), утворюючи єдину цілісну конструкцію.

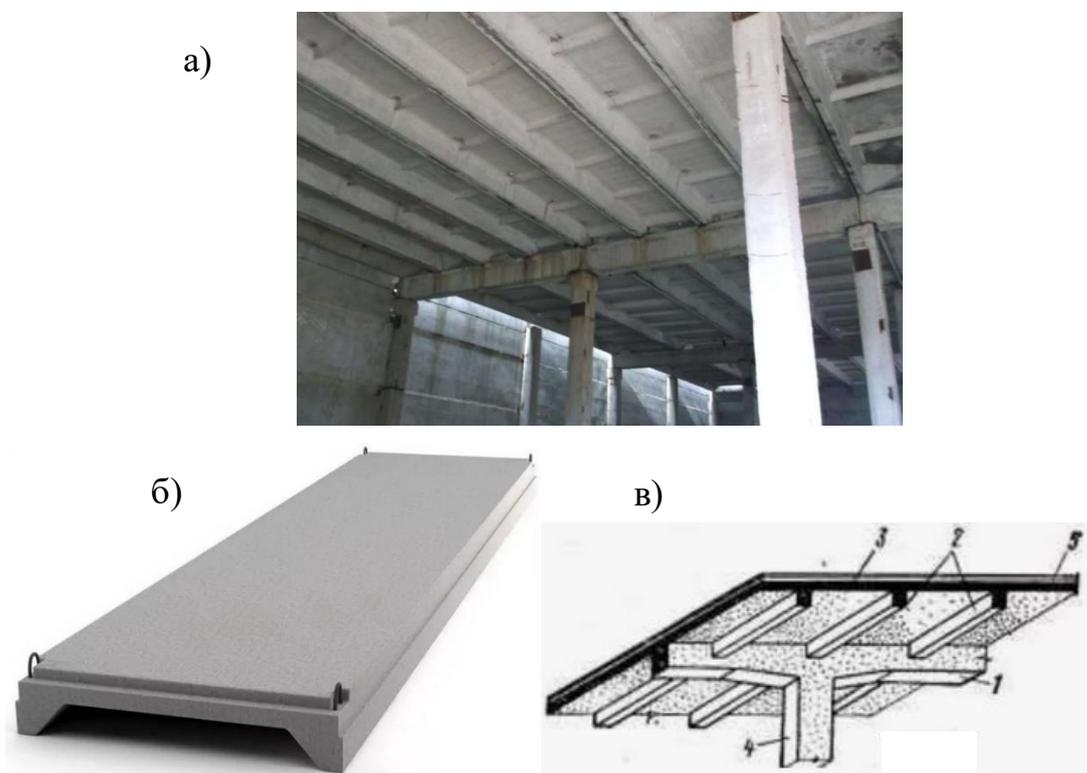


Рис 1.1. Фрагмент перекриття з ребристих плит та монолітно ребриста плита-а; збірна ребриста панель покриття (перекриття)-б; плитно-балочна (ребриста система) перекриття промбудівлі (1- головна балка 2-другорядна балка; 3-монолітна плита; 4- колона; 5- конструкція підлоги)-в

Сутність ребристої конструкції полягає в тому, що задля економії бетону в розтягнутій зоні перерізу матеріал не використовується. В розтягнутій зоні залишені лише ребра. У цих ребрах концентрується розтягнута арматура, яка забезпечує міцність перерізу елемента за нормальними та похилими перетинами.

Під час моделювання та розрахунку таких конструкцій із використанням сучасних розрахункових програм використовують загальні скінчені елементи, такі як «стрижень», «плита» та «оболонка». Основне питання, яке виникає під час моделювання, стосується розташування стрижневого елемента відносно плитного: чи слід центрувати його по серединній площині плити, чи зміщувати із певним ексцентриситетом.

Дослідження скінченоелементних моделей ребристого покриття є **актуальною задачею.**

Мета дослідження з використанням МСЕ є виявлення та аналіз напружено-деформованого стану скінченоелементних моделей фрагменту ребристого перекриття при різних способах його моделювання.

Задачі, що сформульовані для досягнення мети, що означена:

- Вивчення принципів й методів моделювання збірно-монолітних залізобетонних панелей перекриття.

- Аналіз особливостей скінченоелементного моделювання ребристих панелей із використанням програмних комплексів, що базуються на методі скінчених елементів.

- Розробка кінцевоелементних схем фрагментів ребристого перекриття різних типів (без абсолютно жорсткої вставки та з використанням абсолютно жорсткої вставки), враховуючи їхню реальну роботу та специфіку моделювання.

- Проведення пружного статичного розрахунку моделей, що досліджуються, із подальшим аналізом отриманих результатів.

Об'єкт дослідження – фрагмент монолітного залізобетонного плитно-балочного (ребристого) перекриття із залізобетону

Предмет дослідження – напружено-деформований стан фрагменту монолітного ребристого перекриття із залізобетону в лінійній постановці.

Практичне значення отриманих результатів.

Отримані результати мають практичне значення та призначені для того, щоб допомогти інженеру-проектувальнику обирати скінченоелементну модель, що описує реальний напружено-деформований стан в елементах ребристого перекриття під навантаженням з метою вирішення конкретних завдань проектування.

РОЗДІЛ 2

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ

Згідно із рекомендаціями Улицького І.І., Ривкіна С.А. та Літакова М.В., один із підходів до моделювання монолітних ребер плит перекриття передбачає врахування спільної роботи плити, заданої як скінчений елементи типу оболонка, та балки, заданої як стрижень таврового перетину в прольоті та стрижень прямокутного перетину на опорах. При цьому висуваються вимоги до ширини звису полиці з обох боків від ребра для елементів, що згинаються, позацентрово стискаються й позацентрово розтягаються із полкою в стиснутій зоні.

Ці ж положення відображені в «Посібнику з проектування бетонних і залізобетонних конструкцій без попереднього напруження арматури». Значення ширини звису полиці b_f , яке вводиться в розрахунок, визначається за умовою, що ширина звісу з кожного боку ребра не повинна перевищувати $1/6$ прольоту елемента, а також повинна відповідати вимогам, наведеним у посібнику.

Водночас слід враховувати, що до розрахунку включається лише стиснута полиця цього комбінованого перерізу. Зону балки з визначеною

полкою можна обмежити згідно з положеннями Стандарту [3] та його за [19]. У цих документах зазначено, що для всіх граничних станів у балках таврового перерізу зі звисами, де напруження можуть вважатися постійними, ширина звисів залежить від розмірів звисів, типу навантаження, прольоту, умов опирання та поперечного армування.

Однак цей метод має свої недоліки, зокрема завищення жорсткості таврового перетину в горизонтальній площині, а також осьової та крутильної жорсткості в порівнянні з прямокутним перерізом.

Варіанти моделювання схем з використанням програмних комплексів були розглянуті в статті Л. Скорука [17]. У ній автор моделює головні ребра за допомогою стрижневих елементів прямокутного перетину. Використання таврового перетину для ребер не розглядається, оскільки це може призвести до подвійного врахування бетону стиснутої зони (у стрижні та плиті), що спотворить результати. Крім того, таке моделювання для крайніх ребер виявиться некоректним, оскільки одна з полиць тавра буде зайвою.

У проведених моделюваннях серединна площина пластин розташовувалась як на одному рівні з гнучкою частиною стрижнів, так і на різних рівнях.

З метою врахування ексцентриситету балок відносно серединної площини плити до розрахункової моделі були введено абсолютно жорсткі вставки.

Маркович А.С. в статті «Практична реалізація математичної (комп'ютерної) моделі багато ребристого перекриття» піддає аналізу розрахункові моделі ребристих плит перекриття, які змодельовано за допомогою типових скінчених елементів програмних комплексів. У своїх розрахункових моделях плитна частина моделюються скінченими елементами типу «пластина» або «оболонка» та ребриста частина – скінченим елементом типу «стержень». Для деталізованої дискретної моделі фрагменту ребристого перекриття автор застосовує жорсткі вставки, які

вводяться у вузли серединної поверхні плити із заданим ексцентриситетом. Такий підхід дозволяє уникнути спотворення перетинів ребер у місцях їхнього з'єднання з плитою.

За результатами дослідження автора, деталізована розрахункова модель забезпечує найбільш точні результати щодо вертикальних переміщень, а також згинаючих і мембранних зусиль у плиті.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Методи, які застосовано в дослідженні, сформульовані виходячи мети та задач дослідження.

Метод 1. Аналіз даних

1) Виконується оцінка можливих способів комбінацій скінчених елементів (типу «стержень», «пластина»), при моделюванні ребристого перекриття, вивчаються особливості стикування елементів різної розмірності (стержень, пластина). Оцінюються переваги та недоліки застосування того чи іншого способу для вирішення конкретної розрахункової задачі.

2) Метод 2. Скінченно-елементний метод у механіці будівельних конструкцій

Скінченно-елементний метод (МСЕ) є потужним математичним інструментом для чисельного розв'язання складних задач механіки будівельних конструкцій. Він широко застосовується для аналізу як статично визначуваних, так і статично невизначуваних систем. У МСЕ конструктивна модель подається як сукупність скінчених елементів, з'єднаних у вузлах (дискретних точках). Ці елементи можуть мати різні фізичні характеристики: товщину, коефіцієнт теплового розширення, модуль зсуву G , щільність ρ , модуль Юнга E , та коефіцієнт Пуассона μ .

У межах дослідження метод використовується для аналізу напружено-деформованого стану скінченоелементних моделей фрагменту ребристого залізобетонного перекриття.

3) Метод 3. Метод розрахунку за граничними станами

Розрахунок бетонних та залізобетонних конструкцій слід виконувати відповідно до граничних станів, згідно з пунктом 2.2 [1]. Граничні стани поділяються на дві групи, кожна з яких охоплює різні види розрахунків, залежно від типу конструкцій. Розрахунки за 1 групою граничних станів (1ГС) передбачають розрахунки конструкції на міцність, стійкість, витривалість. Розрахунки за 2-ю групою граничних станів (2ГС) передбачають розрахунки на деформативність, тріщиноутворення (для залізобетонних конструкцій).

У межах дослідження метод використовується для визначення внутрішніх зусиль в окремих елементах скінченоелементної моделі, для визначення площі необхідного армування елементів.

4) Метод 4. Обробка результатів числового та аналітичного розрахунків [2]

Результати розрахунків аналізуються та обробляються за допомогою програмного забезпечення Microsoft Excel (рис. 3.1).

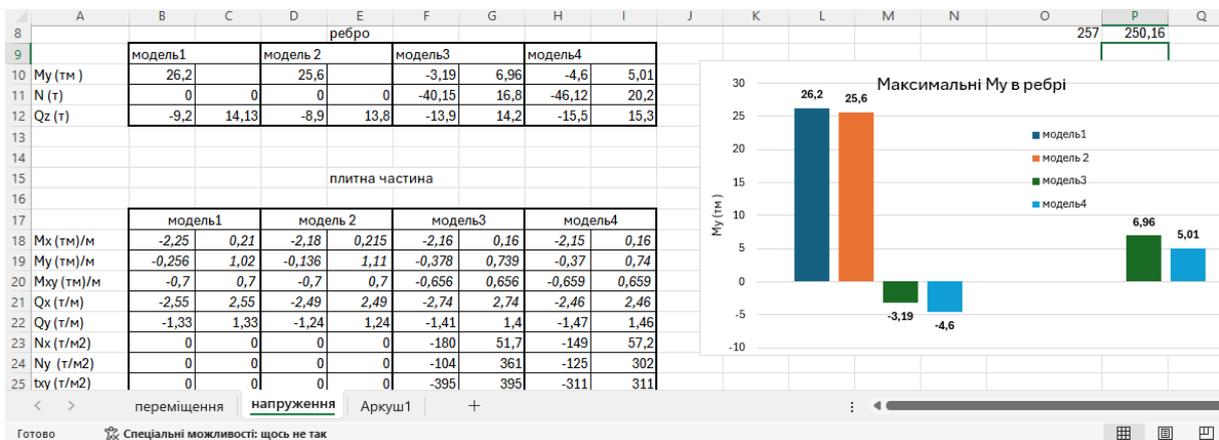


Рис. 3.1 Скрін із поля ПК Microsoft Excel, де побудова графіків внутрішніх зусиль в ребрі моделі, що досліджується

РОЗДІЛ 4

МОДЕЛЮВАННЯ ФРАГМЕНТУ РЕБРИСТОГО ПЕРЕКРИТТЯ ІЗ ВИКОРСТАННЯМ МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Аналітичні методи розрахунку ребристих (плитно-балочних) перекриттів, розроблені в період, коли комп'ютери не використовувалися, детально описані в багатьох посібниках із залізобетонних конструкцій [6]. Ці методи є доволі громіздкими та придатні лише для простих випадків, коли перекриття має нескладну конфігурацію ребер. З розвитком числових методів розрахунку та широким вибором скінчених елементів [7] могло б здатися, що комп'ютерне моделювання подібних конструкцій не повинно викликати суттєвих труднощів.

Ребристе з/б перекриття сконструйоване таким чином, що його верхня поверхня залишається гладкою (балки не виступають за межі перекриття). Під час розрахунку таких конструкцій із використанням сучасних програмних комплексів, які ґрунтуються на методі скінчених елементів, використовуються загальні моделі конструкцій та їхніх елементів, такі як стрижень, плита або оболонка. Виникає питання: як правильно розташувати стрижневий елемент відносно плитного — центруючи його по нейтральній лінії плити чи з певним ексцентриситетом? Це стосується представлення поздовжніх і поперечних ребер у розрахунковій моделі, а також вибору схеми, яка найточніше відобразатиме реальну роботу конструкції під навантаженням [14].

Практичний досвід показує, що розрахункові схеми, які використовуються проєктувальниками, часто значно відрізняються за своїм фізичним змістом від реальної роботи конструкції [6]. Це пов'язано з необхідністю стикування у вузлах розрахункової моделі скінчених елементів різної розмірності (стрижневих і пластинчастих елементів). Ця проблема висвітлена у великій кількості публікацій [9, 10, 11, 12], але

питання оптимальності розрахункової моделі залишається предметом дискусій.

Водночас можливо створити розрахункові моделі ребристих перекриттів, застосовуючи стандартний набір скінчених елементів

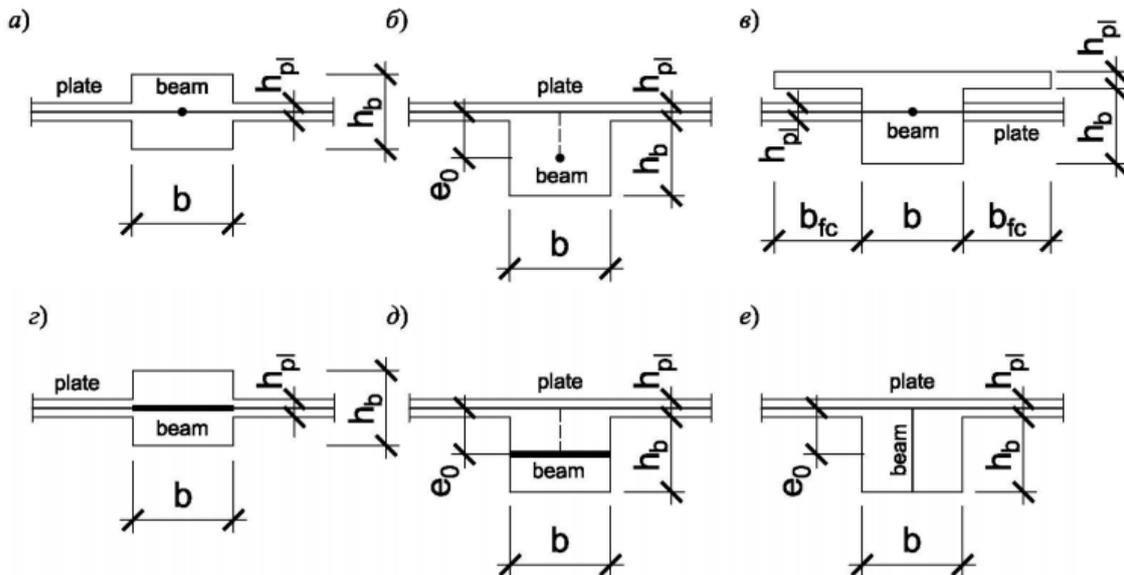


Рис.4.1 Комп'ютерні моделі часторебристого перекриття [6]

Широкого застосування набули дискретні моделі, в яких панелі перекриття представлено двовимірними скінченими елементами типу пластин чи оболонок, а ребра панелей — одновимірними стержневими елементами (рис. 4.1 а, б, в) [13, 14]. Широке застосування таких моделей зумовлене, по-перше, відносною сумісністю двовимірних скінчених елементів пластин, які враховують групу зусиль, що виникає при вигині, та одновимірних скінчених елементів - стержнів. По-друге, використання цих СЕ дає змогу виконувати окремий розрахунок армування як плит, так й балок (ребер), що ефективно втілюється за допомогою модулів автоматизованого розрахунку й підбору арматури [6].

4.1 Аналіз методів, що використовуються для визначення НДС залізобетонного ребристого перекриття

Метод скінчених елементів, що лежить в основі більшості сучасних розрахункових програмних комплексів, належить до наближених методів розрахунку. Проте, шляхом згущення сітки скінчених елементів, можна значно наблизитися до точного рішення.

Традиційний розрахунок, заснований на спрощеній розрахунковій моделі, що використовує метод **граничної рівноваги**, ґрунтується на низці гіпотез, що спрощують розрахунок [17]:

- Плита у стані граничної рівноваги розглядається як система плоских ланок, які з'єднані між собою по лініях зламу через пластичні шарніри. Ці шарніри утворюються в прольотах уздовж бісектрис кутів і на опорах уздовж балок.
- Пружне защемлення плити між балками замінюється на жорстке.
- Жорстке з'єднання ребер між собою замінюється на пружне. Це особливо стосується розрахункової моделі поперечного ребра при аналізі збірної ребристої плити перекриття, яку приймають як балку на двох шарнірних опорах. Насправді, під дією навантаження в поздовжніх ребрах виникають крутні моменти. Із умов рівноваги вузлів ці моменти в поздовжніх ребрах перетворюються на згинальні моменти для поперечних ребер. У результаті дійсна епюра моментів матиме форму, зображену на рис. 4.2.

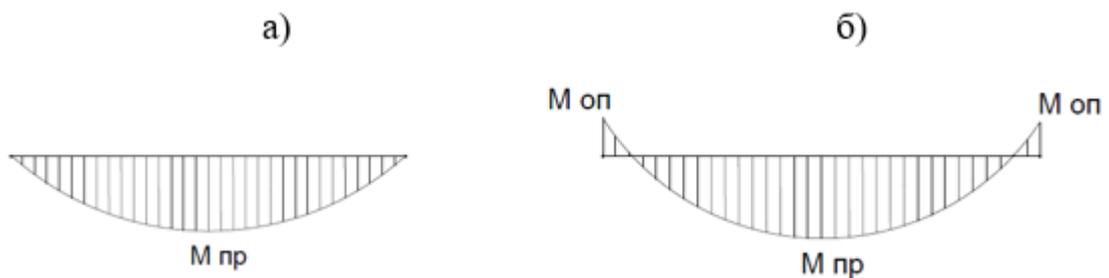


Рис.4.2. Епюра моментів: а) при традиційному розрахунку; б) при умові жорсткого з'єднання поздовжнього та поперечного ребер

Зазвичай, коли співвідношення габаритних розмірів плити перевищує чотири, опорний момент є значно меншим за прогоновий, і його можна не враховувати. Однак при менших співвідношеннях (оскільки короткий стержень краще чинить опір крутному моменту) опорний момент в поперечному ребрі стає порівняним з прогоновим, що суттєво впливає на величину зусилля і, відповідно, на підбір арматури. Навантаження на ребра розраховуються за гіпотетичною схемою (за формою трикутників або трапецій).

Слід зазначити обмеженість задач, які можна розв'язувати за допомогою методу граничної рівноваги. Зокрема, для плит довільної форми схема зламу є невизначеною. Метод принципово **не застосовується при комбінації навантажень і не дає інформації про тріщиностійкість** плит. Ці обмеження стосуються плит, опертих по контуру, із співвідношенням сторін, що не перевищує 3.

Для так званих балкових плит (із співвідношенням сторін $l_1/l_2 > 3$) розрахунок полягає у вирізанні смуг шириною 1,0 м уздовж короткої сторони плити. У цьому випадку розрахункова схема плити представлена як багатопрогонова нерозрізна балка. Оскільки плита розглядається між гранями балок, це дозволяє зменшити розрахункові прольоти, а отже, знизити моменти у прольоті, опорні моменти та площу необхідної арматури.

Під час розрахунку плит обох типів – балкових плит і плит, що обперті по контуру, крутний момент не враховується [17].

4.2 Аналіз та вибір оптимальної скінченоелементної схеми

Щоб створити адекватну комп'ютерну модель, потрібно забезпечити взаємодію плити та балок (ребер), тобто врахувати роботу ребер (балок) у складі плити. Отже, модель, зображена на рис. 4.1 а, не відповідає цій вимозі [6].

Задля урахування ексцентриситету балочних елементів відносно середньої поверхні плити у розрахунковій моделі використовують абсолютно жорсткі вставки (рис. 4.1, б). У такому випадку використання жорстких вставок реалізує гіпотезу Кірхгофа, яка передбачає, що плоскі перерізи залишаються плоскими навіть у деформованому стані елемента. Наявність балочного ексцентриситету викликає появу в плиті мембранних зусиль, що зменшують моменти згину в прольоті. Цей ефект підтверджується даними з експериментів, що свідчать про сприятливий вплив розпору. Тому при врахуванні ексцентриситету ребер плити слід моделювати оболонковими скінченими елементами, що здатні передавати не лише згинальні, а й мембранні зусилля. Варто зазначити, що використання ексцентричного з'єднання балки, з одного боку, усуває необхідність врахування частини плити (полиці) в роботі ребра, але, з іншого боку, призводить до появи осьової сили N у стержньовому елементі, що моделює ребро (балку). **Ця сила врівноважує мембранну групу зусиль у плиті.** У результаті основним внутрішнім зусиллям при оцінці напружено-деформованого стану балки стає осьова поздовжня сила N , що прикладена ексцентрично відносно нейтральної осі, Це не є типовим для балкових розверків. Таким чином, при використанні автоматизованого модуля підбору арматури, армування балок (ребер) буде виконуватись як для елементів, що піддаються позацентровому розтягу.

Проаналізувавши літературні та інші джерела [15, 6, 14, 8, 16, 9], дійшли висновку, що схема з'єднання плитної частини з ребром за допомогою жорстких тіл (або вставок) (рис. 4.2), яка відповідає також схемі «б» на рис. 4.1 може бути використана для скінченоелементного моделювання ребристого перекриття в програмному комплексі ЛІРА-САПР.



Рис. 4.3 Ексцентричність стиків в узлах плитного та стержньового елементів

Довжина жорсткої вставки дорівнює відстані від центру ваги перерізу полки (або її серединною поверхнею) до центру ваги перерізу ребра.

У роботі [14] зазначається, що розглянута модель найбільш точно відображає реальну роботу балочного перекриття, зокрема вирішує питання щодо ступеня участі плити в роботі при згині стрижнів-балок.

4.3 Конструктивне вирішення ребристого монолітного перекриття, що досліджується

Об'єктом, що досліджується є фрагмент залізобетонного монолітного ребристого перекриття з сіткою колон $6,4 \text{ м} \times 6,0 \text{ м}$.

Будівля центру зайнятості в місті Чернігів прийнята з монолітним залізобетонним каркасом. Окрім монолітних залізобетонних колон запроєктоване класичне монолітне міжповерхове ребристе перекриття.

Об'єктом, що досліджується є фрагмент залізобетонного монолітного ребристого перекриття з сіткою колон $6,4 \times 6,0 \text{ м}$.

Головні балки розташовані вздовж цифрових осей, а другорядні — вздовж буквених. Розміри перерізу головних балок становлять $400 \times 600 \text{ мм}$, а другорядних становлять $200 \times 400 \text{ мм}$.

Прийнято важкий бетон класу міцності на стиск $C20/25$: $f_{cd} = 14,5 \text{ МПа}$; $f_{ctk} = 1,5 \text{ МПа}$.

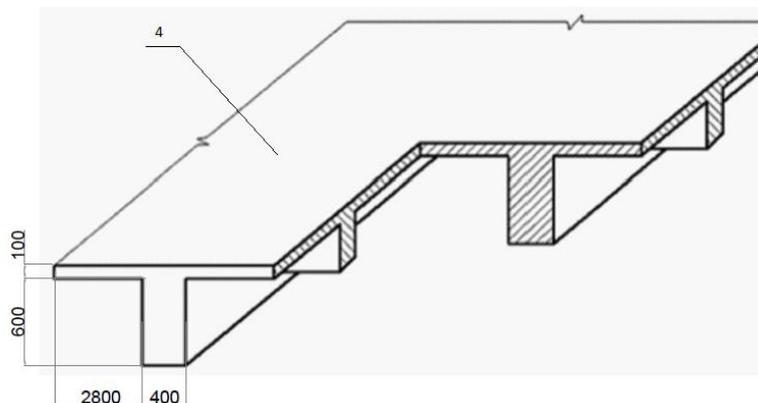
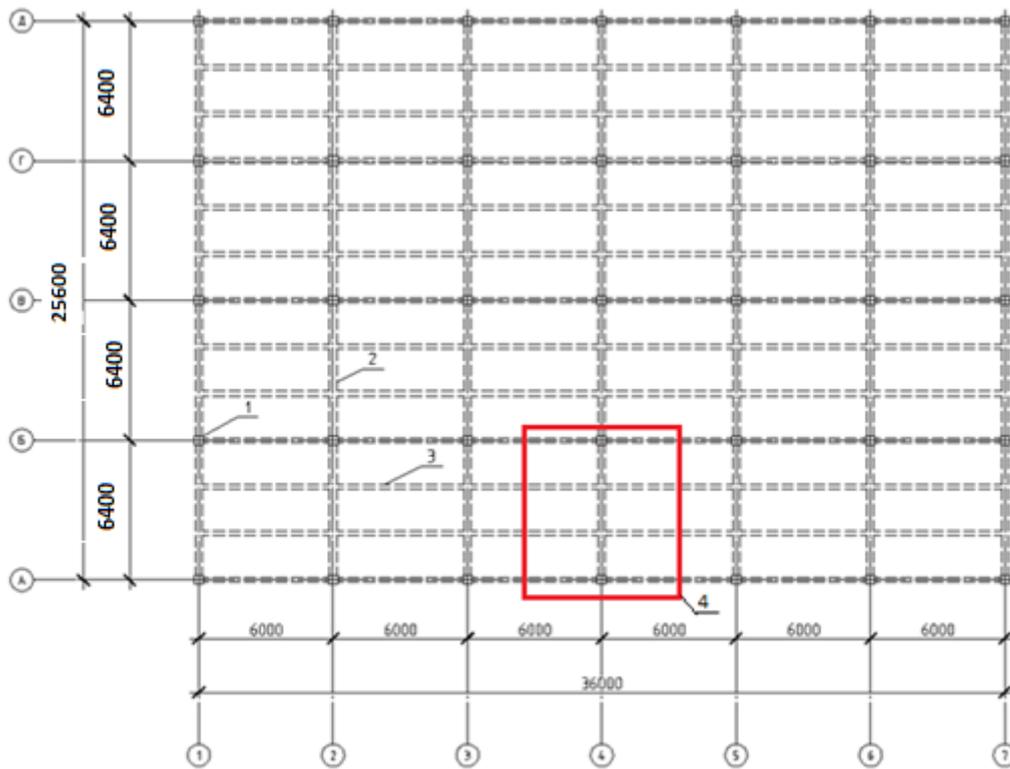


Рис. 4.4 План перекриття будівлі центру зайнятості

1 — колони, 2 — головни балки, 3 — другорядні балки, 4— фрагмент перекриття, що досліджується

Конструкція ребристого перекриття (рис. 4.4) складається із плити, характер роботи якої під навантаженням відповідає балочному або харатеру роботи пластини, що обперта по контуру, другорядних і головних балок. Усі елементи перекриття пов'язані між собою монолітно, утворюючи єдину конструкцію. Основна ідея монолітного ребристого перекриття полягає в тому, що бетон у розтягнутій зоні вилучається для економії матеріалу.

Залишаються лише ребра, які містять розтягнуту арматуру і забезпечують міцність за нормальними та похилими перерізами [17].

4.4 Моделі, що прийнято для розрахунку

При моделюванні поля плити із залізобетону за допомогою пластинчатих або оболонкових елементів та балок через стержневі елементи серединна площина пластин може перебувати на одному рівні або на різних рівнях відносно пружної частини стрижня. У моделях, що є можливими, серединна площина пластин може бути розташована як на одному рівні із гнучкою частиною стрижня, так може бути розташована й на різних рівнях (рис. 4.5).

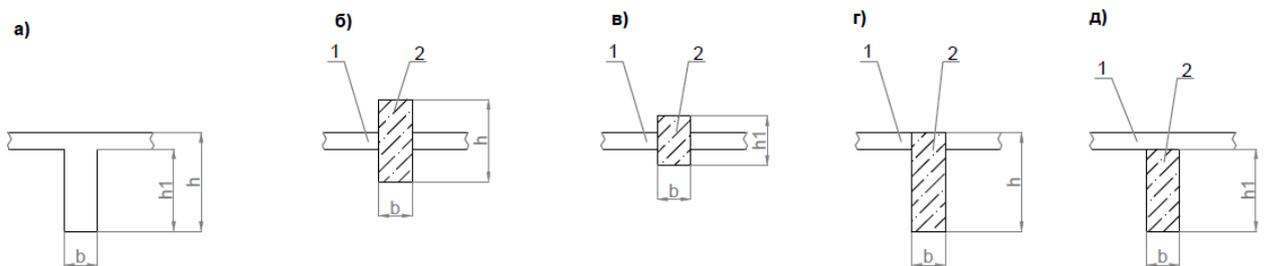


Рис.4.5 До вибору розміщення стрижня стосовно плити:

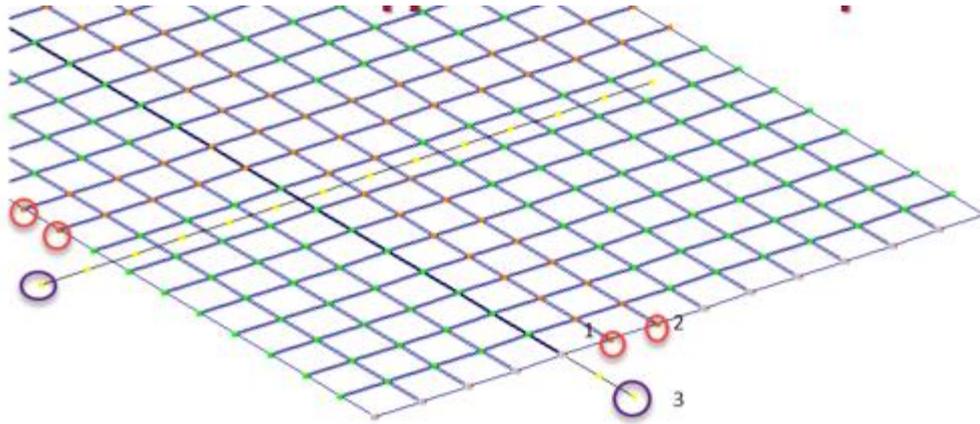
1 – плитний елемент, 2 – стержневий елемент

Розглянути ребра як вертикально розташовані елементи плити теоретично можливо, проте у цьому випадку виникає питання щодо визначення розташування підбраної арматури, і цей варіант у нашому випадку аналізувати не будемо.

Інструмент «абсолютно жорстке тіло» - АЖТ

Серединний шар пластинчастого скінченного елементау (СЕ) та центр ваги стрижньового СЕ прямокутного перетину зміщуються на відстань, яка відповідає відстані між центром ваги стрижня та серединною площиною пластини або різниці між половиною товщини плитної частини та половиною загальної висоти плити.

Після такого зміщення, відповідно до варіанта 1 або варіанта 2, пластинчасті та стержньові СЕ об'єднуються за допомогою опції «абсолютно жорстке тіло». Це дозволяє поєднати вузли стержньових і пластинчастих елементів, що лежать в одній вертикальній площині.



Ці вузли утворюють групу (трійку вузлів) в площині XOZ, що об'єднуються в абсолютно жорстке тіло (АЖТ)

Рис. 4.6 Моделювання ребристої плити за допомогою АЖТ: 1,2 – вузли, що належать пластинчатим скінченим елементам; 3 – вузол, що належить стержньовому скінченому елементу

У разі зміщення стержньового елемента відносно нейтральної вісі плити необхідно враховувати ексцентриситет стиків елементів у вузлах. Умови сумісності деформацій стрижнів і пластин будуть виконані, якщо стрижні приєднуються до вузлів пластин за допомогою абсолютно жорстких ($EI = \infty$) вертикальних вставок.

У плиті при цьому виникає мембранна група внутрішніх сил, яка, **як правило, є результатом правильного моделювання перекриття**. Таким чином, у випадку ексцентриситету стиків елементів у вузлах плиту слід моделювати оболонковими скінченими елементами, які забезпечують необхідну кількість ступенів свободи у вузлах.

Якщо ж стрижні приєднуються безпосередньо до вузлів пластин, без використання жорстких вставок, мембранна група зусиль у пластинах під дією вертикального навантаження не виникає. Таке моделювання відповідає ситуації, коли в реальній конструкції балки умовно виступають над плитами (рис. 4.5, б, в). У цьому випадку моделювання плити за допомогою скінчених елементів типу пластина або оболонка дасть однакові результати.

Кожен із варіантів розрахункових схем, представлених на рис. 4.5, має свої переваги та недоліки. У випадках, показаних на рис. 4.5 а і 4.5 б, жорсткі вставки (або тіла) відсутні. Натомість, коли у стрижневому елементі передбачені вставки (рис. 4.5 в, 4.5 г), під дією вертикального навантаження в плиті виникає мембранна група зусиль. У результаті в стрижнях з'являється поздовжня сила (зусилля розпору), яка точно відображає реальну роботу конструкції. Однак цього ефекту не спостерігається при центруванні елементів уздовж середньої лінії.

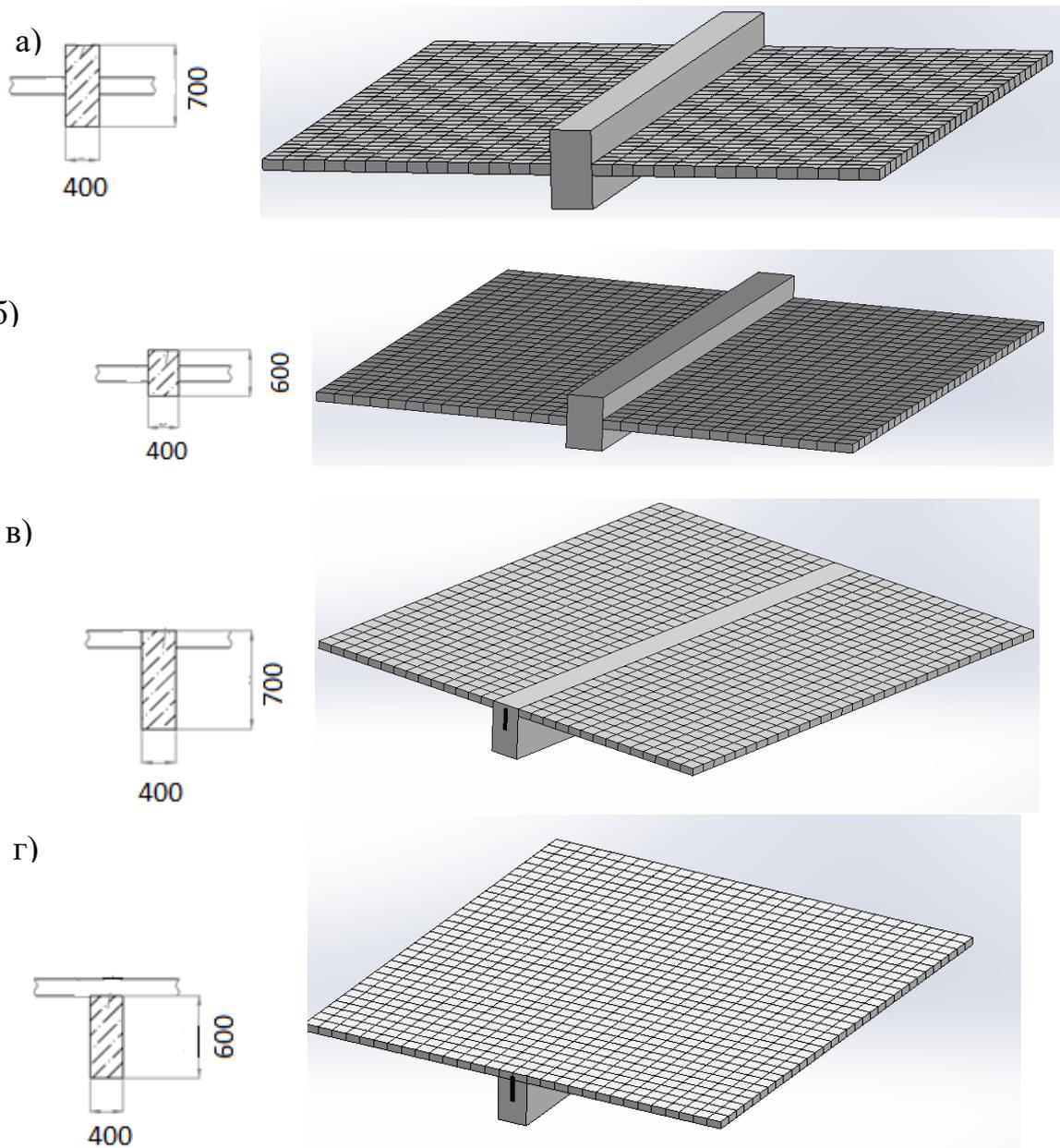


Рис. 4.7 Розрахункові моделі ребристої плити перекриття: модель 1-а; модель 2-б; модель 3-в; модель 4-г

На рис. 4.8 наведено скінченоелементні схеми моделей ребристого перекриття, просторові схеми яких наведено на рис. 4.7.

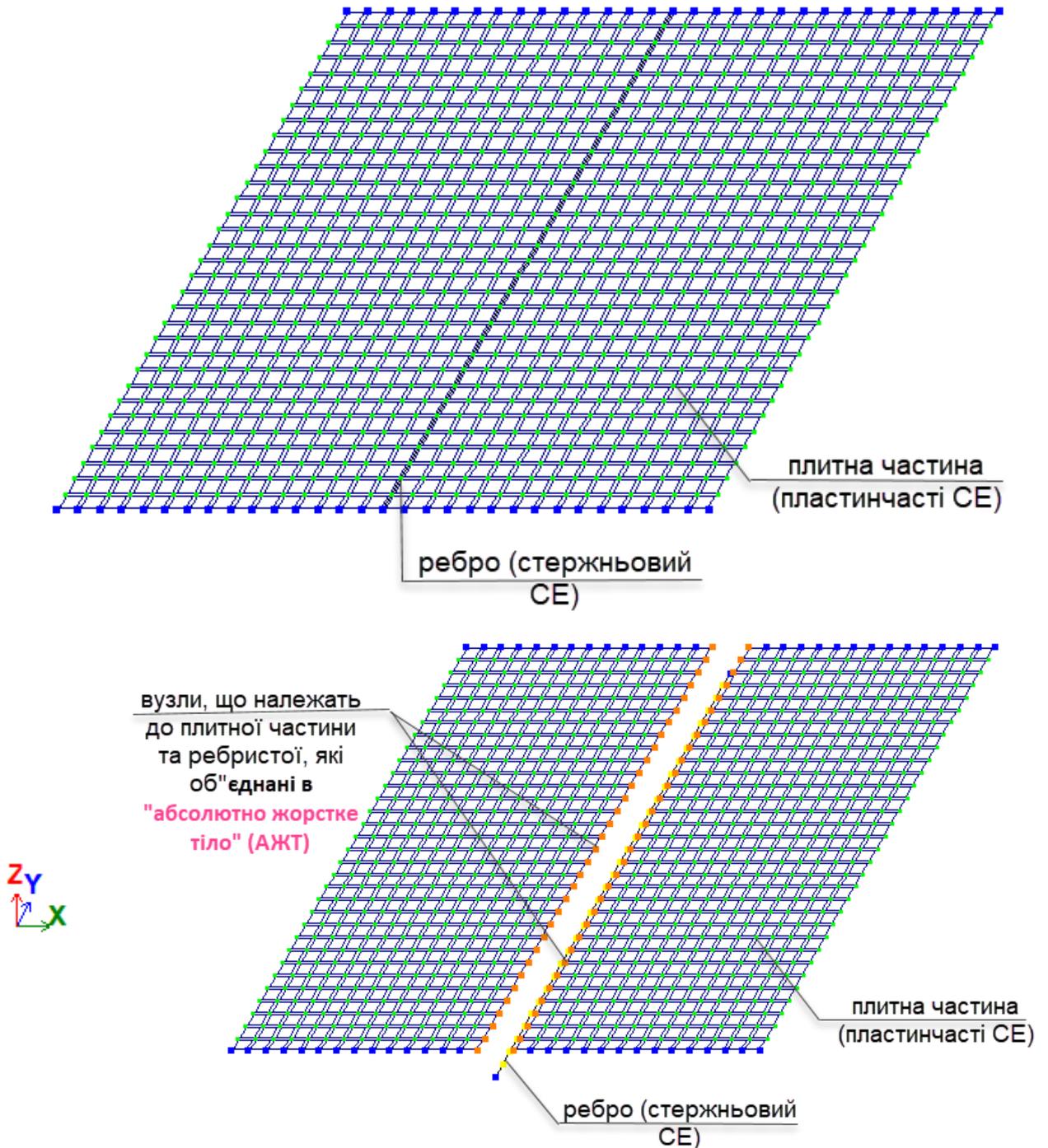


Рис. 4.8 Скінченоелементні схеми моделей ребристого перекриття, що розраховується: моделі №№1 та 2-а; моделі №№3, 4-б

Модель №1: ребро, що дорівнює висоті таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною без АЖТ ;

Модель №2: ребро, що дорівнює висоті ребра таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною без АЖТ;

Модель №3: ребро, що дорівнює загальній висоті таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною з АЖТ з висотою $c_1 = h/2 - t_{pl}/2$;

Модель №4: ребро, що дорівнює загальній висоті таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною з АЖТ з висотою $c_2 = t_{pl}/2 + h_{reb}/2$.

Для врахування ексцентриситету балок щодо серединної поверхні плитної частини до розрахункової моделі вводяться абсолютно жорсткі вставки (рис. 4.9). У цьому випадку використання жорстких вставок реалізує гіпотезу Кірхгоффа. Згідно з цією гіпотезою плоскі перерізи залишаються плоскими навіть у деформованому стані елемента. Наявність ексцентриситету балки обов'язково викликає появу мембранної групи зусиль у плиті, що знижує згинальні моменти в прольоті. Цей ефект підтверджується експериментальними даними, які демонструють сприятливий вплив розпору.

Отже, при врахуванні ексцентриситету ребер плити слід моделювати оболонковими скінченими елементами, які здатні сприймати не лише згинальну, але й мембранну групу зусиль. Варто зазначити, що використання ексцентричного з'єднання балки, з одного боку, знімає необхідність врахування частини плити (полиці) в роботі ребра, але з іншого боку призводить до появи в стержневому елементі, що моделює балку, осьової сили, яка врівноважує мембранну групу зусиль у плиті.

Через це головним внутрішнім зусиллям при оцінці напружено-деформованого стану балки стає осьова сила, ексцентрично прикладена відносно нейтральної осі, що не є типовим для балкових розверків.

Відповідно, при застосуванні автоматизованого модуля підбору арматури, армування балок (ребер) виконується як для позацентрово розтягнутих елементів.

Таким чином, при використанні автоматизованого модуля підбору арматури армування ребер (балок) виконується як для не центрово розтягнутих елементів.

На рис.4.9 наведено методики підрахунку висоти жорсткої вставки.

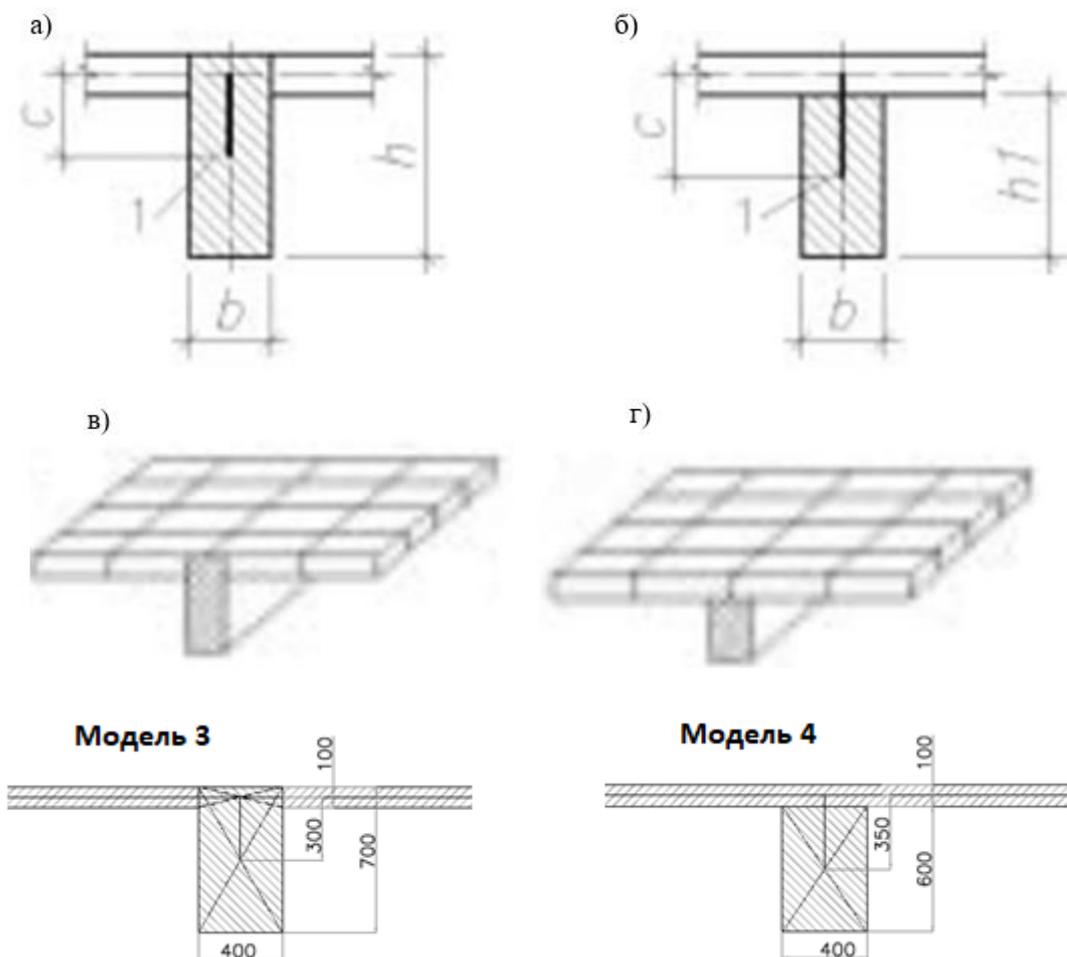


Рис. 4.9 До розрахунку величини ексцентриситету між серединною поверхнею плитної частини та центром ваги стержньової частини (ребра)

Величина ексцентриситету:

Для моделі № 3:

$$c_1 = h/2 - t_{pl}/2 \text{ (рис. 4.9 а, в);}$$

Для моделі № 4:

$$c_2 = t_{pl}/2 + h_{reb}/2 \text{ (рис. 4.9 б, г).}$$

Метою введення жорстких вставок (жорстких тіл) є забезпечення кінематичного зв'язку переміщень.

При додаванні абсолютно жорстких вставок у стрижневі елементи гнучка частина стрижня зміщується від вузлів елемента на довжину цієї вставки. У цьому випадку навантаження, які задаються на стрижень із жорсткими вставками, прив'язуються до початку гнучкої частини. Зусилля розраховуються виключно в гнучкій частині стрижня.

Тому при перевірці рівноваги у вузлі, де є такий стрижень, необхідно перенести зусилля з гнучкої частини стрижня до вузла, враховуючи навантаження, прикладене до жорсткої вставки.

Головні ребра моделюються стрижневими елементами прямокутного перерізу. Тавровий переріз ребер у цьому випадку розглядати недоцільно, по-перше, це призведе до подвійного врахування бетону в стиснутій зоні (одночасно в стрижні та плиті), що спотворить результати розрахунку. По-друге, таке моделювання буде некоректним для крайніх ребер, оскільки одна з полиць таврового перерізу виявиться зайвою.



Рис. 4.8 Схема рознесення на відстань (ексцентриситет) плитної та ребристої частини перекриття

4.5 Збір навантаження на моделі, що розраховуються

Збір навантаження на 1 м^2 ребристої плити перекриття виконуємо у табличному вигляді (таблиця 4.1)

Таблиця 4.1- Збір навантаження на 1 м^2 плити

№ з/п	Навантаження	Характеристичне значення навантаження, кг/м^2	Коефіцієнт надійності за навантаженням γ_f	Розрахункове навантаження, кг/м^2
1. Постійні навантаження				
1.1	Лінолеум без основи, $t=7\text{мм}$	9,1	1,1	10,01
1.2	Монолітна стяжка – 20 мм ($\gamma = 2200 \text{ кг/м}^3$ $= 22 \text{ кН/м}^3$) $2200 \text{ кг/м}^3 \times 0,02 \text{ м} =$ $44 \text{ кг/м}^2 = 0,42 \text{ кН/м}^2$	44,85	1,3	58,305
1.3	Звукоізоляція ($\gamma = 1200 \text{ кг/м}^3$), $t=40 \text{ мм}$	48	1,2	57,6
	Постійне без врахування власної ваги	101,95		125,92
1.4	Власна вага плити	437,65	1,1	481,4
Всього постійні навантаження:		539,6		607,3
2. Тимчасове навантаження				
	Тимчасове навантаження	150	1,3	195
	в тому числі:			
2.1	- довготривале	35	1,3	45,5
2.2	- короткочасне	115	1,3	146,8
Всього навантаження (постійне+тимчасове)		689,6		802,3

З огляду на особливості моделювання розрахункових схем із використанням абсолютно жорстких вставок (чи абсолютно жорстких тіл), на стрижневі елементи (ребра плити) задається рівномірно розподілене навантаження вздовж їхньої довжини, еквівалентне рівномірно розподіленому навантаженню на плитну частину розрахункової моделі.

4.6 Граничні умови

Для моделі задаємо зв'язки, характерні для шарнірно обпертої балки. З одного боку балки обмежуємо лінійні переміщення вздовж осей X, Y і Z, моделюючи шарнірно нерухому опору. З іншого боку обмежуємо лінійні переміщення лише вздовж осей X і Y, що відповідає шарнірно рухомій опорі.

РОЗДІЛ 5

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ЧИСЛОВОГО ЕКСПЕРІМЕНТУ

5.1 Аналіз напружено-деформованого стану моделей, що досліджуються

5.1.1 Аналіз деформативності моделей

В таблицях 5.1 наведено значення максимальних прогинів від навантаження для ребристої та плитної частини моделей, що розглядаються.

Таблиця 5.1 Максимальні переміщення f_z (мм) вузлів моделей

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
Ребриста частина			
-3,16	-4,89	-0,703	-0,723
Плитна частина			
-19	-20,5	-14,3	-14,3

На рис.5.1 наведено дані із таблиці 5.1

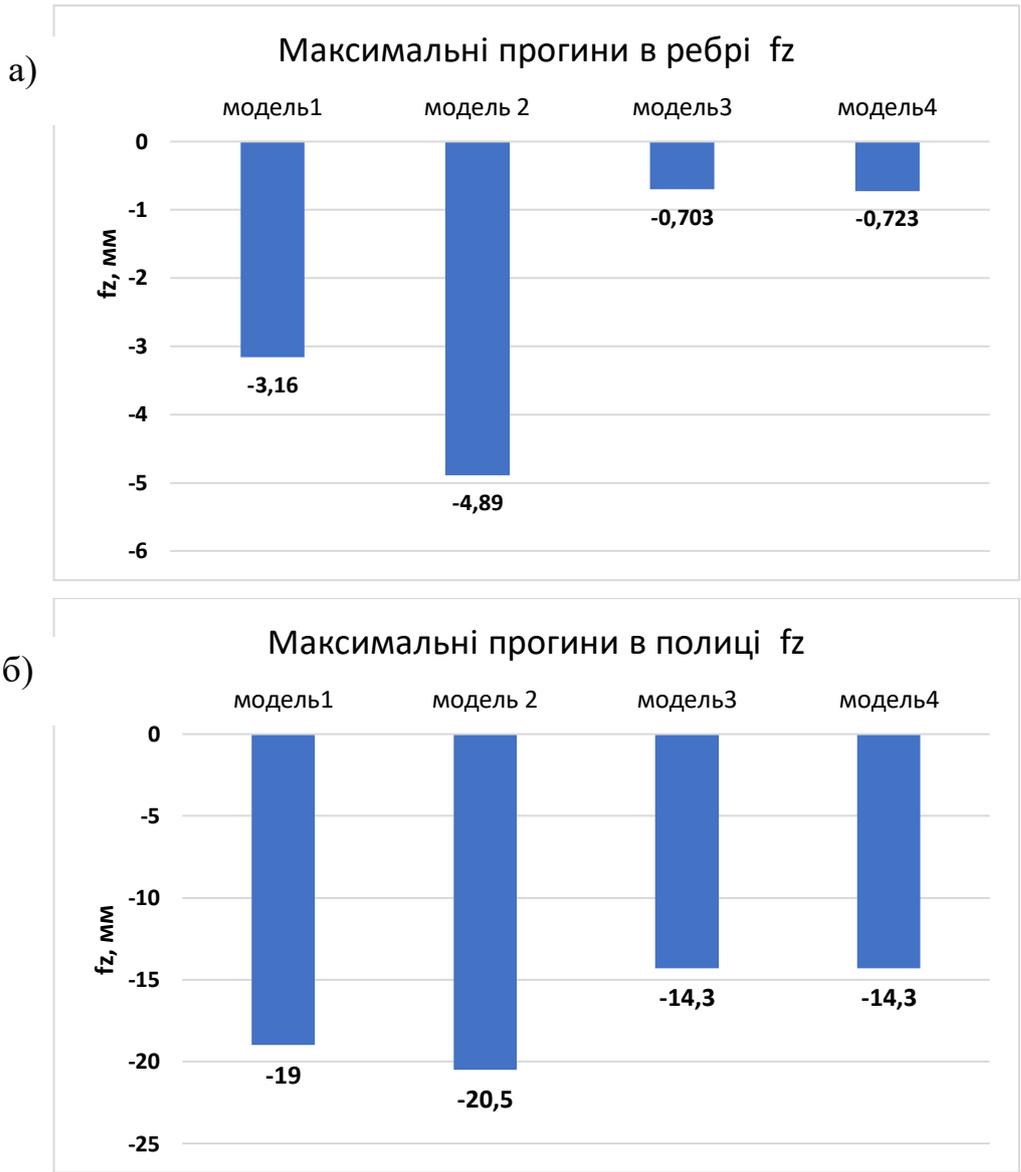
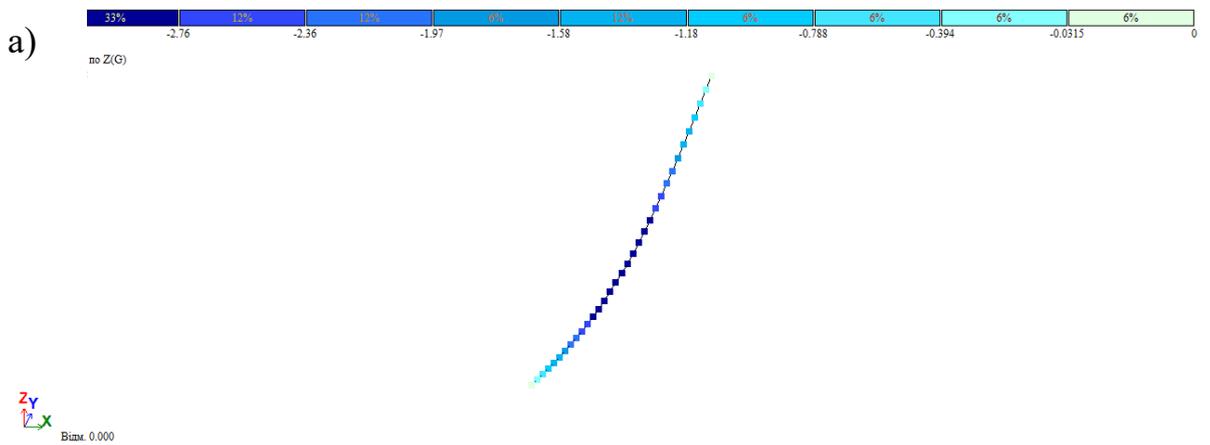


Рис. 5.1 Максимальні переміщення вузлів розрахункових моделей: для ребристої частини-а; для плитної частини -б



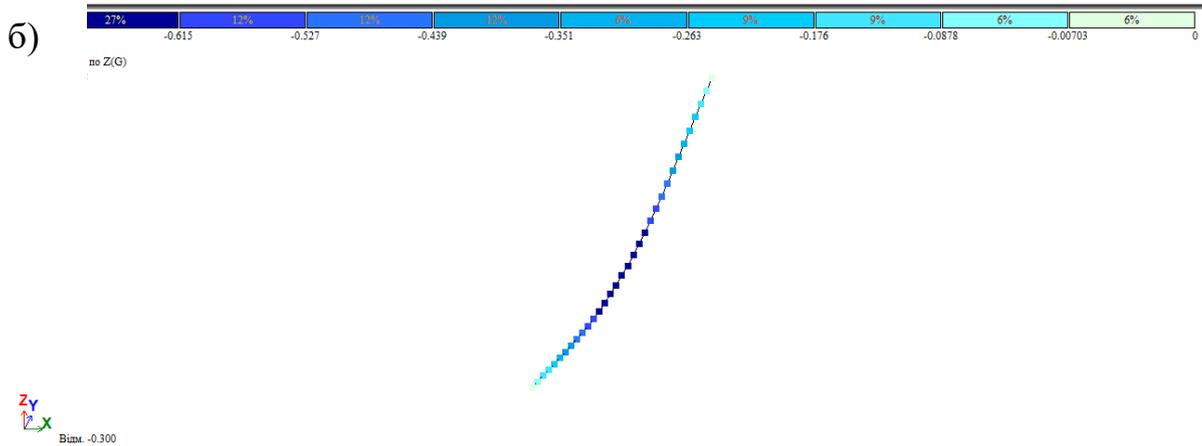
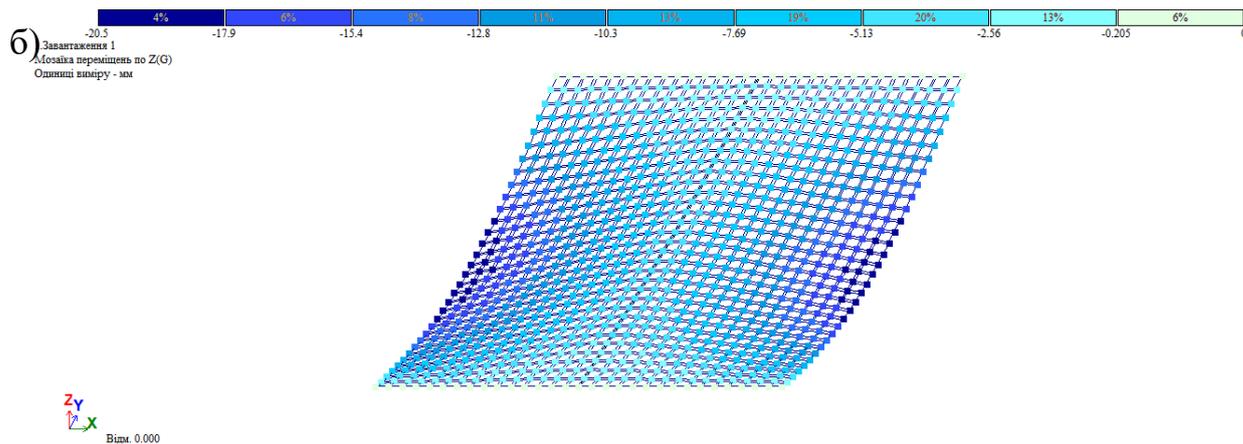
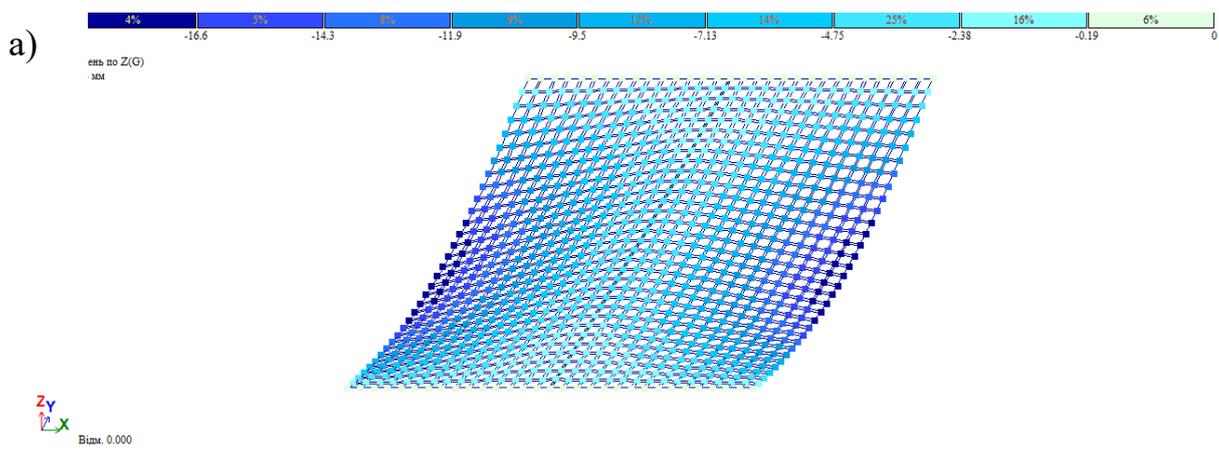


Рис. 5.2 Деформована схема ребра моделей та мозаїка переміщень вузлів ребра: для схеми 1-а; для схеми 4-б

На рис.5.3 наведено мозаїки вертикальних переміщень вузлів вздовж осі Z.



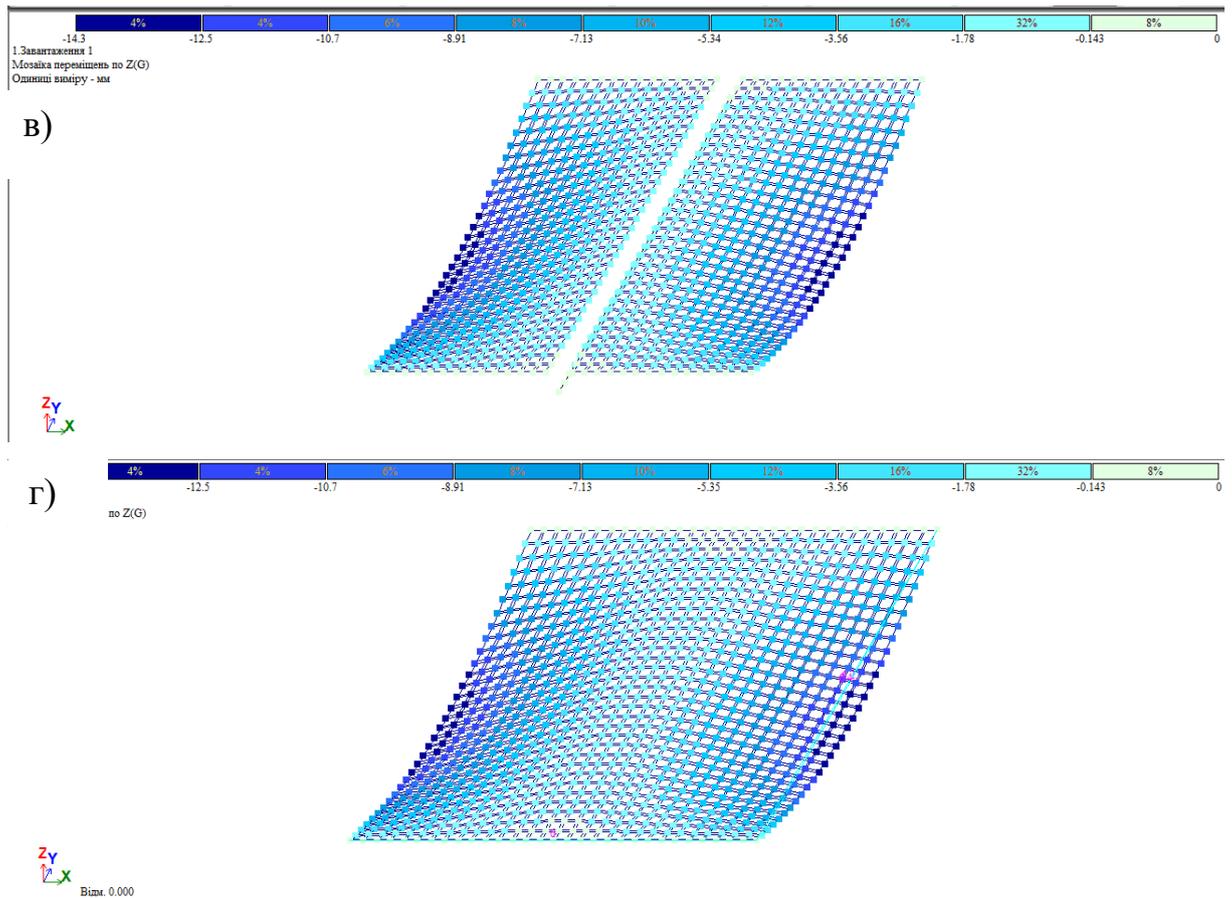


Рис. 5.3 Деформована схема полки моделей та мозаїка переміщень вузлів ребра: для схеми 1-а; для схеми 2-б; для схеми 3-в; для схеми 4-г

Із рис.5.1, а очевидно, що максимальні прогини ребристої частини в моделях без АЖТ в 3-5 разів перевищують максимальні прогини в ребристій частині в моделях, що мають АЖТ. Це обумовлено характером деформацій ребристої частини – чистий вигин.

Із рис.5.1, б очевидно, що максимальні прогини в моделях з АЖТ (№№3,4) є однаковими. Прогини в моделях без АЖТ (№№1, 2) перевищують максимальні прогини в моделях без АЖТ в 1,3-1,4 рази. Така різниця у величинах прогинів обумовлена характером зусиль та напружень (груп зусиль), що виникають в плитній частині моделей (див. п. 5.1.2).

5.1.2 Аналіз напруженого стану скінченоелементних моделей

В таблиці 5.2 наведено значення внутрішніх зусиль в ребристій частині скінченоелементних моделей.

Таблиця 5.2 Внутрішні зусилля в ребристій частині скінченоелементних моделей

Назва силового фактору	Модель1		Модель 2		Модель3		Модель4	
M_y (тм)	26,2		25,6		-3,19	6,96	-4,6	5,01
N (т)	0	0	0	0	-40,15	16,8	-46,12	20,2
Q_z (т)	-9,2	14,13	-8,9	13,8	-13,9	14,2	-15,5	15,3

Зміст таблиці 5.2 відображено на графіках на рис. 5.4 -5.6.

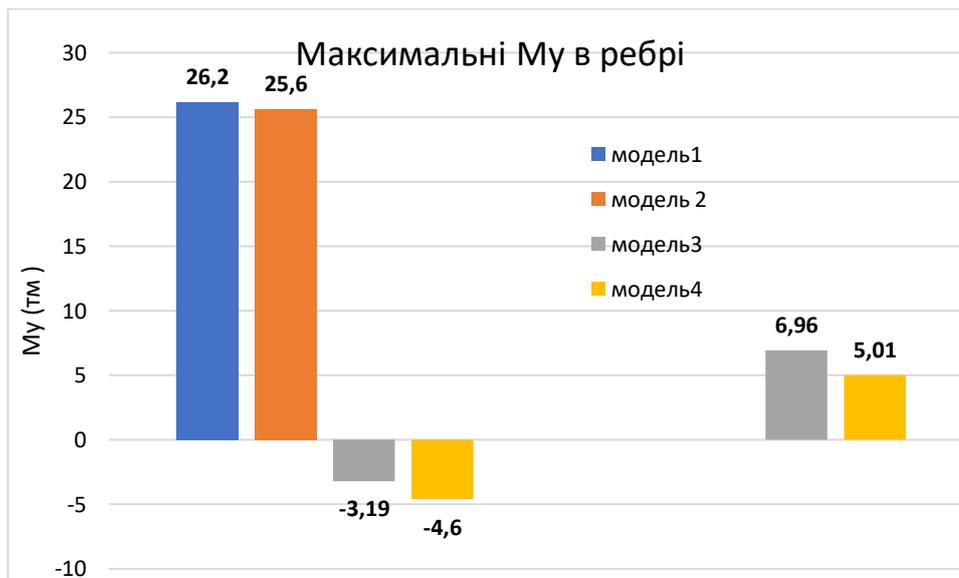


Рис. 5.4 Максимальні моменти згину M_y в ребрі моделей скінченоелементних ребристих плит

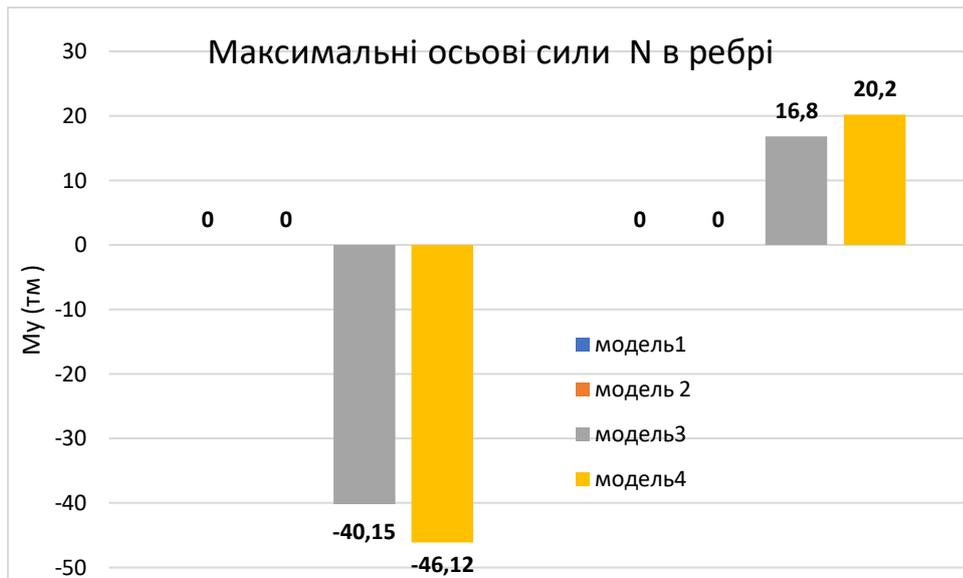


Рис. 5.5 Максимальні осьові зусилля N в ребрі моделей скінченоелементних ребристих плит

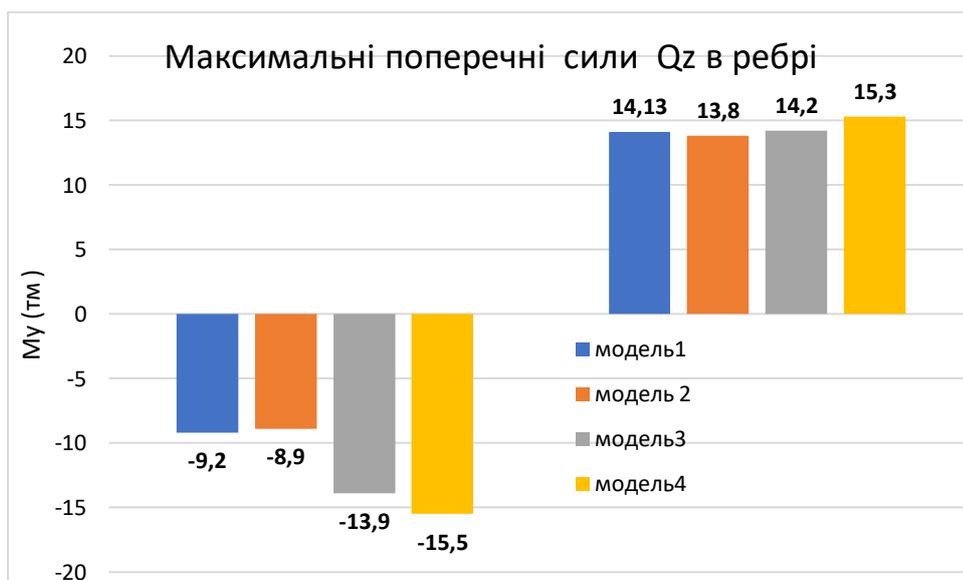


Рис. 5.6 Максимальні поперечні сили Q_z в ребрі моделей скінченоелементних ребристих плит

На рис. 5.7-5.9 наведено епюри моментів вигину M_y , що виникають в ребристій частині моделей.

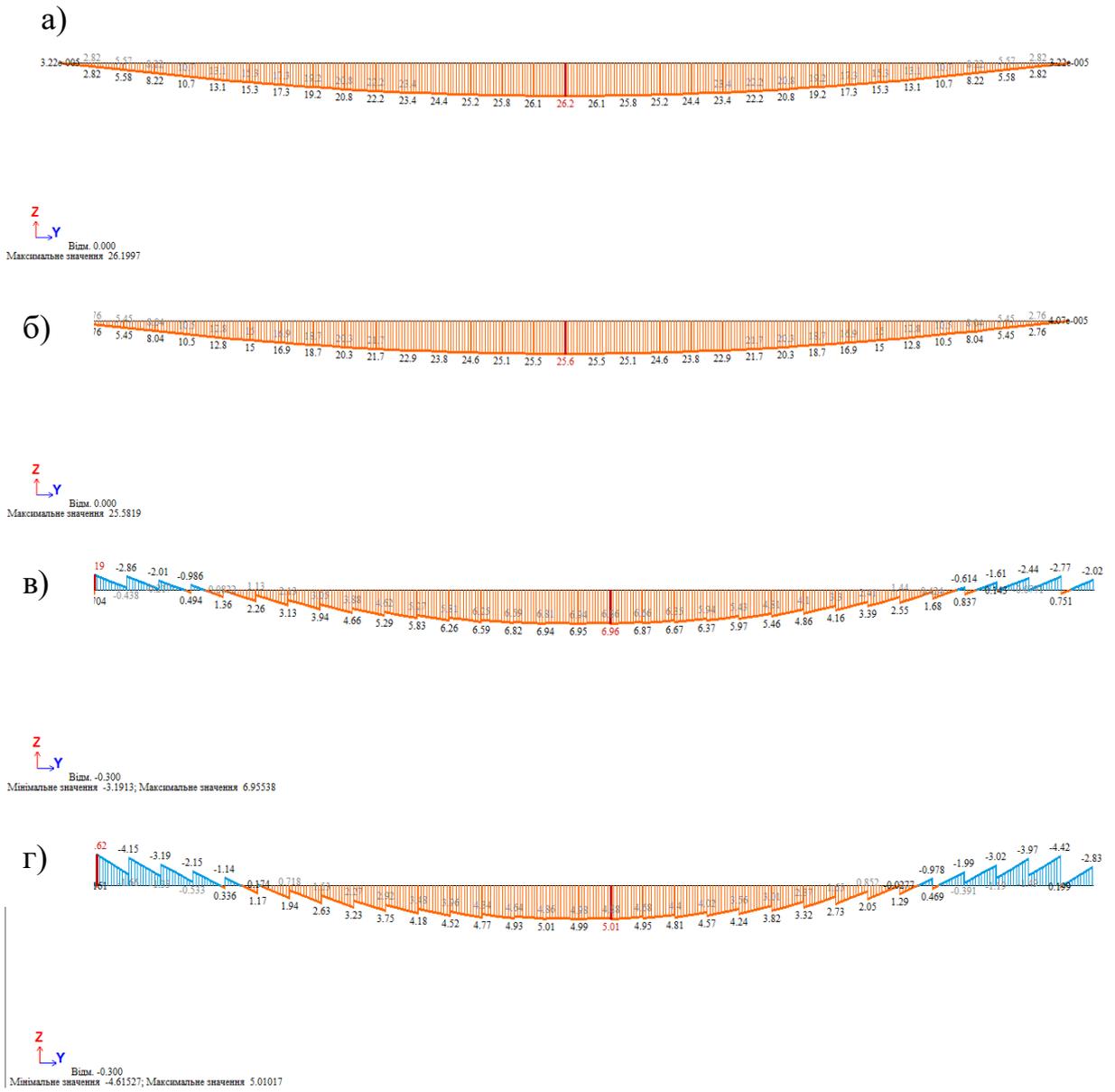
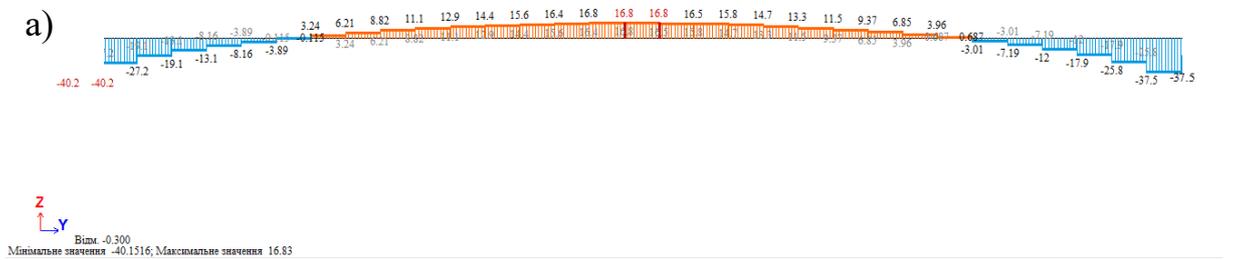


Рис. 5.7 Епюри моментів вигину M_y , що виникають в ребристій частині моделей: в схемі 1-а; в схемі 2-б; в схемі 3-в; в схемі 4-г



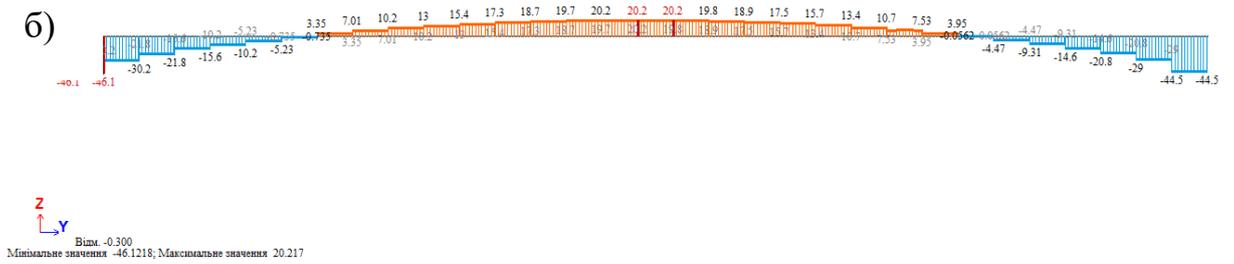


Рис. 5.8 Епюра осьових сил N , що виникають в ребристій частині моделей: в схемі 3-а; в схемі 4-б

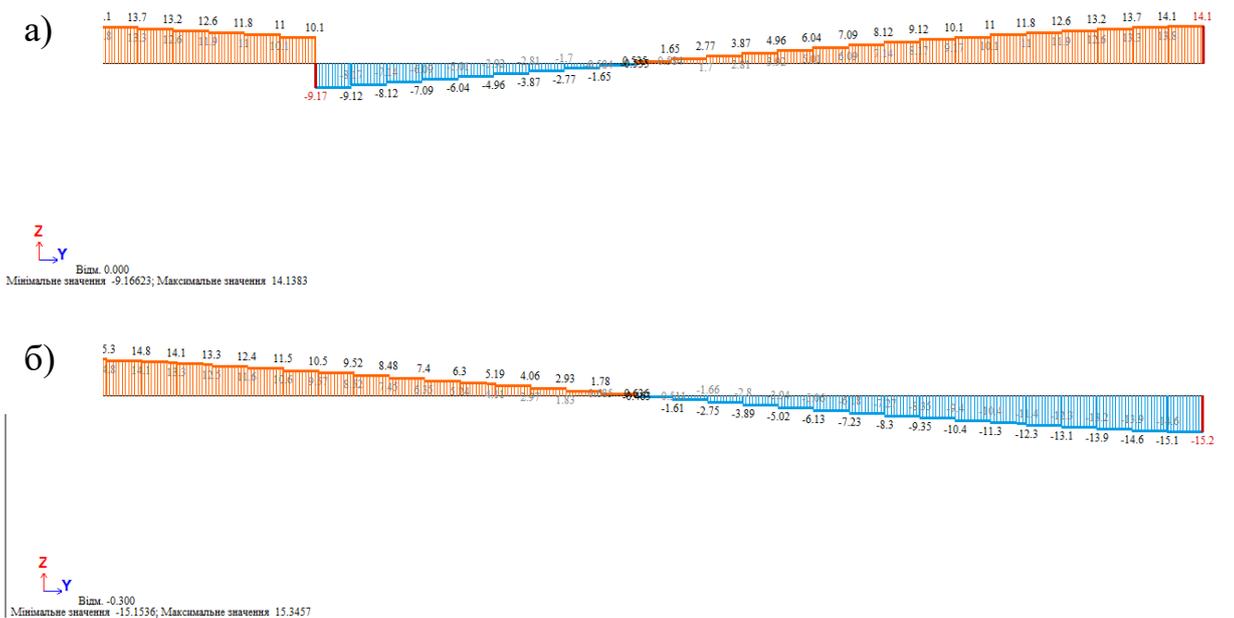


Рис. 5.9 Епюра поперечних сил в ребрі: для моделі 1-а; для моделі 4-б

З табл. 5.2 та рис. 5.3-5.8 видно, наявність чи відсутність рознесення центру ваги ребристої частини та серединної поверхні плитної частини на відстань суттєвим чином впливає на характер роботи, тобто напружений стан ребристої частини.

Так, наявність такого рознесення центрів ваги частин плити (завдяки введенню абсолютно жорсткої вставки чи абсолютно жорсткого тіла) обумовлює виникнення в ребристій частини зусиль розтягу (осьової розтягуючої сили N). **Наявність цієї сили відповідає дійсному характеру роботи ребристої плити.**

В моделях, де таке рознесення (ексцентриситет) відсутній зусилля N не виникає. Ребро зазнає лише деформації чистого згину. Такий напружений стан не відповідає дійсним напруженням в ребрі.

Тому, виконуючі загальний висновок, слід узагальнити, що в числових розрахунках, при моделюванні залізобетонних ребристих перекриттів (збірних, монолітних) для отримання коректного напруженого стану ребристої частин, насамперед, і вірного її армування, слід такі перекриття моделювати із рознесенням на необхідний ексцентриситетом плитну й ребристу частину.

Таблиця 5.3 Внутрішні зусилля в плитній частині скінченоелементних моделей

Назва силового фактору	Модель №1		Модель №2		Модель №3		Модель №4	
M_x (Т·м)/м	-2,25	0,21	-2,18	0,215	-2,16	0,16	-2,15	0,16
M_y (Т·м)/м	-0,256	1,02	-0,136	1,11	-0,378	0,739	-0,37	0,74
M_{xy} (Тм)/м	-0,7	0,7	-0,7	0,7	-0,656	0,656	-0,659	0,659
Q_x (Т/м)	-2,55	2,55	-2,49	2,49	-2,74	2,74	-2,46	2,46
Q_y (Т/м)	-1,33	1,33	-1,24	1,24	-1,41	1,4	-1,47	1,46
N_x (Т/м ²)	0	0	0	0	-180	51,7	-149	57,2
N_y (Т/м ²)	0	0	0	0	-104	361	-125	302
t_{xy} (Т/м ²)	0	0	0	0	-395	395	-311	311

Зміст таблиці 5.3 відображено на графіках на рис. 5.10 -5.17.

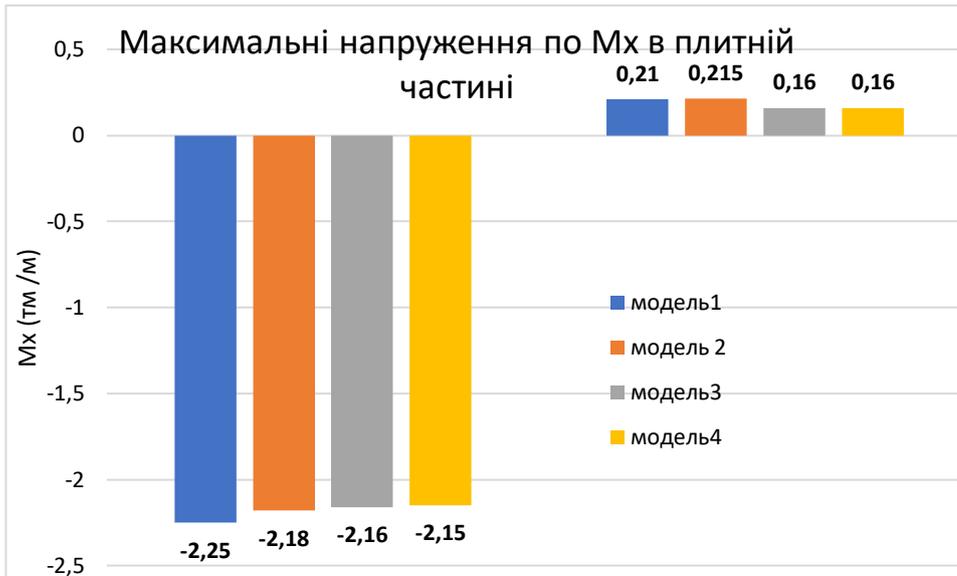


Рис. 5.10 Максимальні напруження по M_x в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

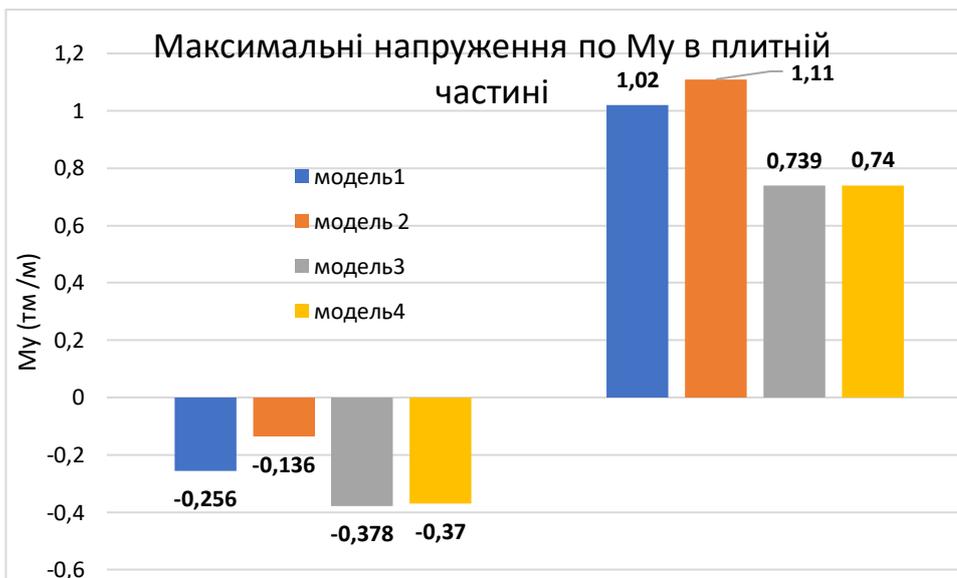


Рис. 5.11 Максимальні напруження по M_y в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

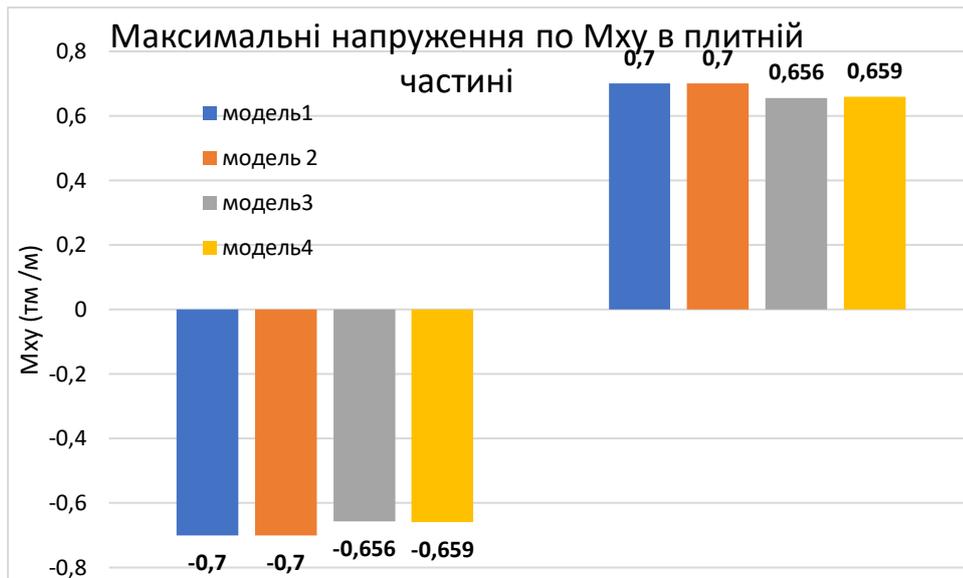


Рис. 5.12 Максимальні напруження по M_{xy} в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

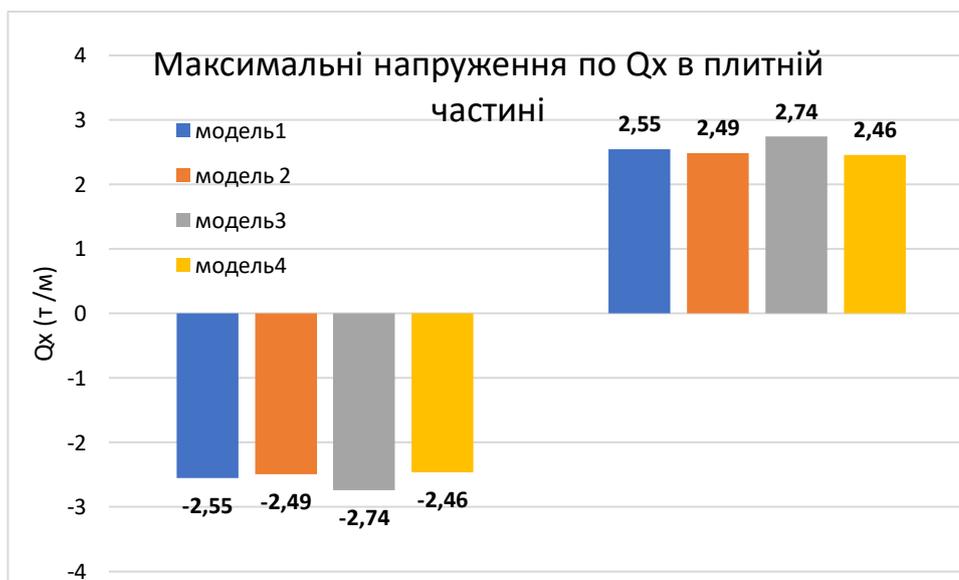


Рис. 5.13 Максимальні напруження по Q_x в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

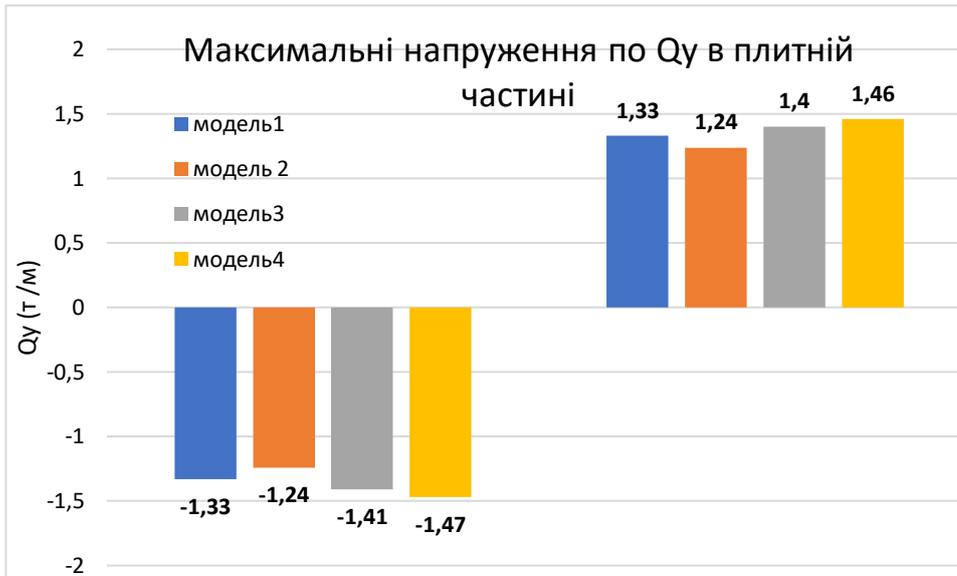


Рис. 5.14 Максимальні напруження по Q_y в плитній частині скінченоелементних ребристих плит



Рис. 5.15 Максимальні напруження по N_x в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

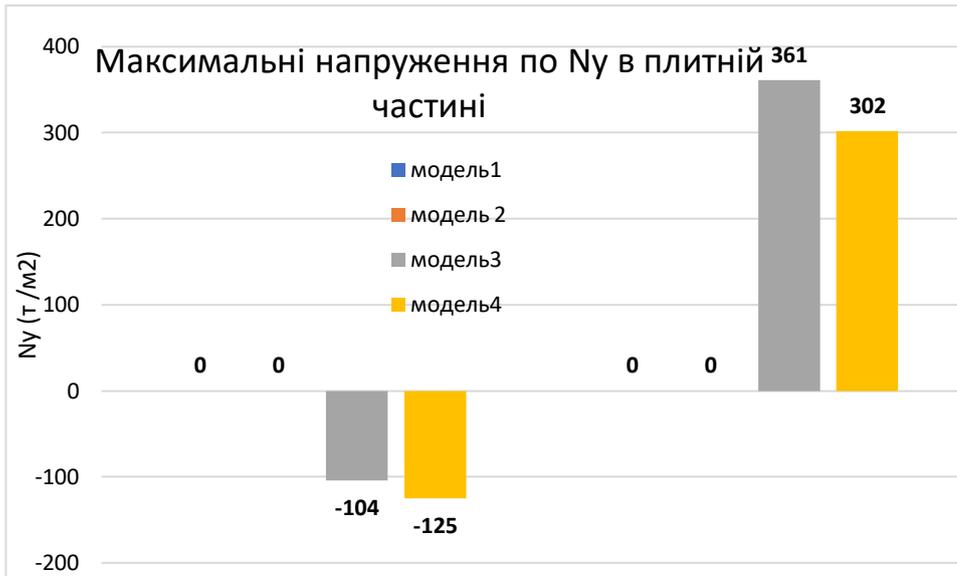


Рис. 5.16 Максимальні напруження по N_y в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

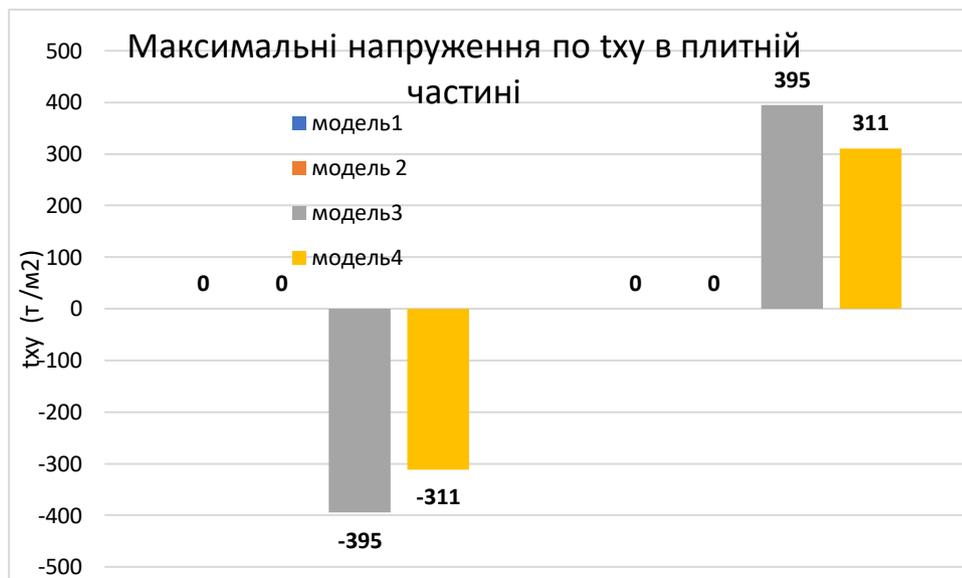
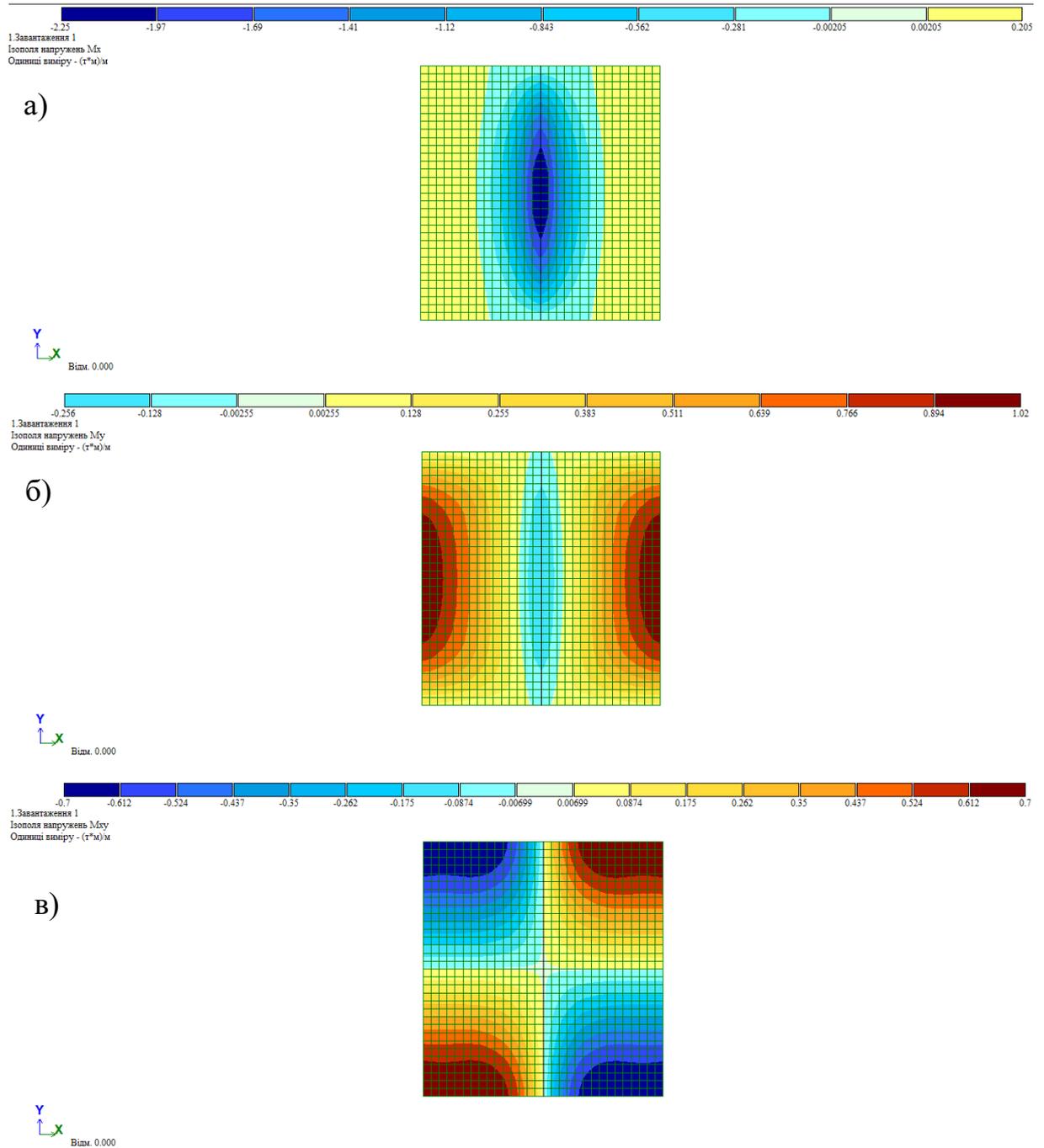


Рис. 5.17 Максимальні напруження по t_{xy} в плитній частині скінченоелементних ребристих плит

Аналізуючі дані з таблиці 5.3 слід відмітити, що рознесення на певну відстань плитної та ребристої частини ребристого перекриття обумовлює також виникнення в плитній частині не лише згинної групи зусиль (M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y), але й мембранної групи зусиль (N_x , N_y , t_{xy}). Мембранна група зусиль впливає на величини деформацій плитної частини (вони є меншими в порівнянні з плитною частиною, де такі зусилля відсутні). Наявність чи

відсутність мембранної групи зусиль в полці також впливає й на її армування.

На рис.5.18 наведено епюри групи згинних зусиль в плитній частині на прикладі моделі №1.



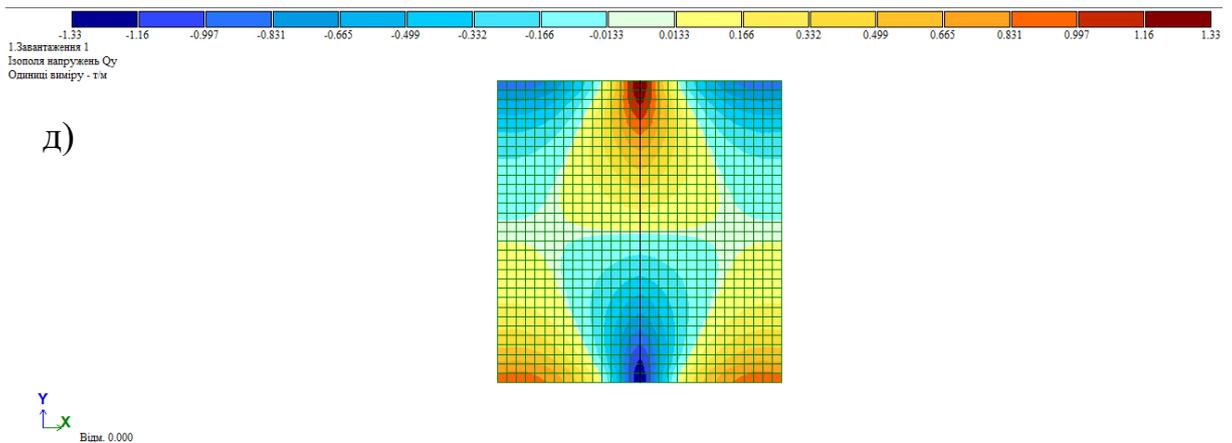
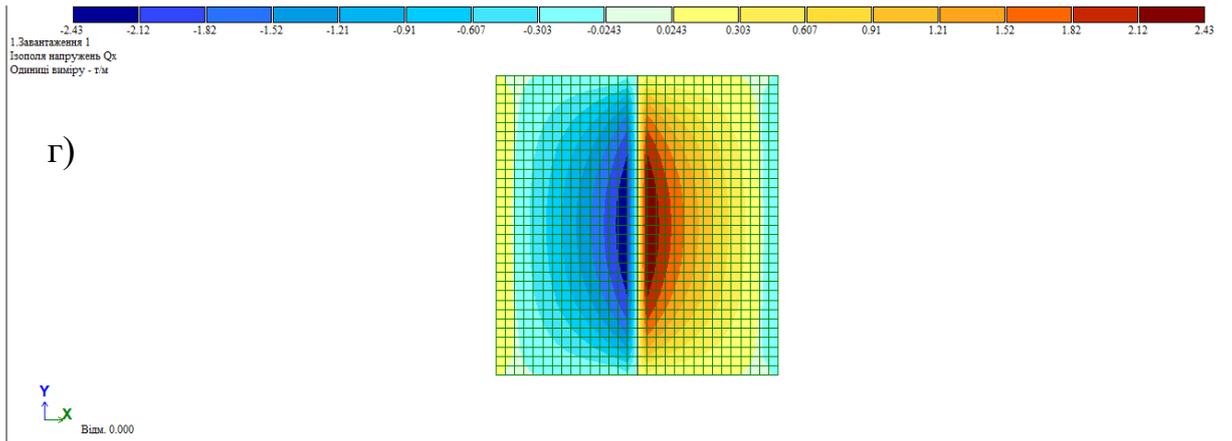
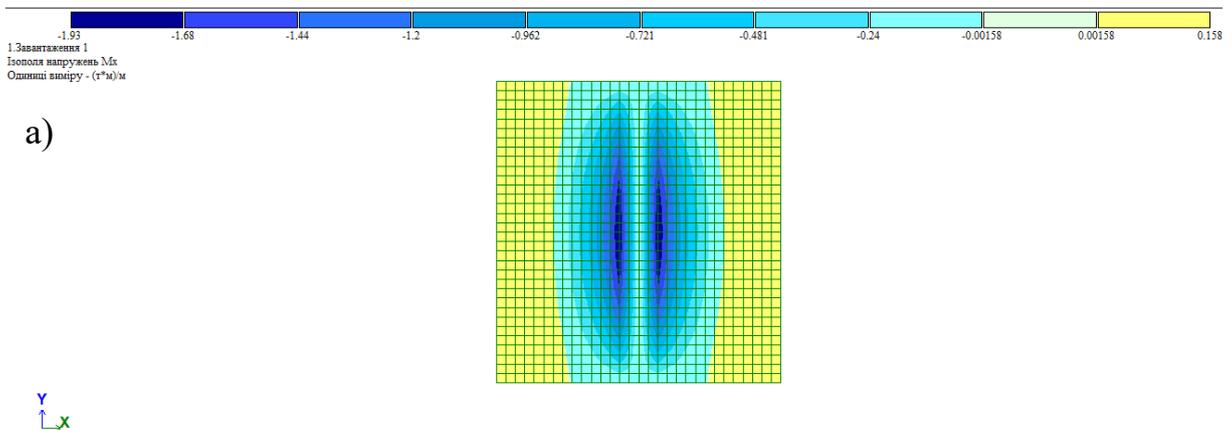
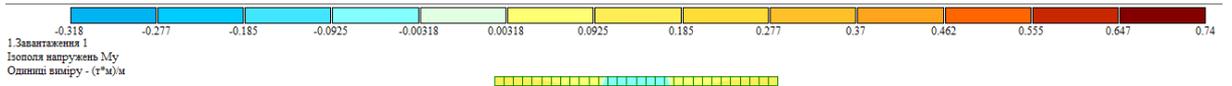


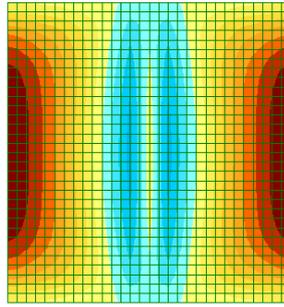
Рис. 5.18 Епюри групи згинних зусиль в плитній частині на прикладі моделі №1 (без АЖВ): ізополя напружень M_x -а; ізополя напружень M_y -б; ізополя напружень M_{xy} -в; ізополя напружень Q_x -г; ізополя напружень Q_y -д

На рис. 5.19 наведено епюри групи згинних зусиль та групи мембранних зусиль в плитній частині на прикладі моделі №4.





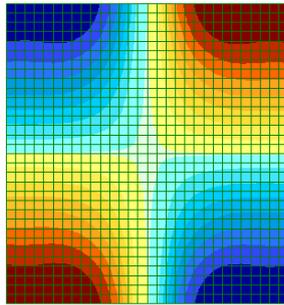
б)



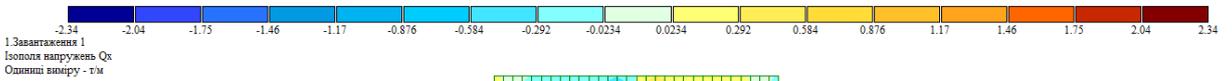
Y
X



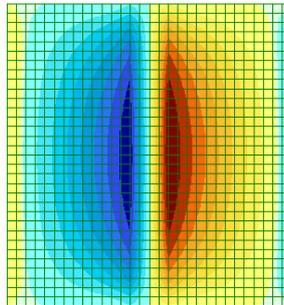
в)



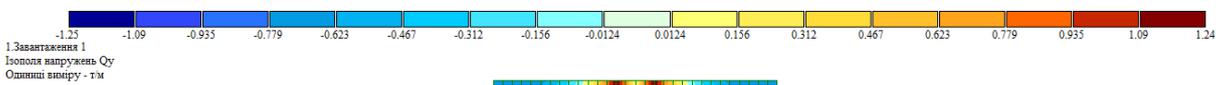
Y
X



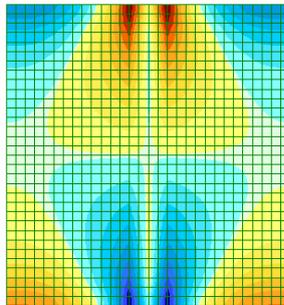
г)



Y
X



д)



Y
X

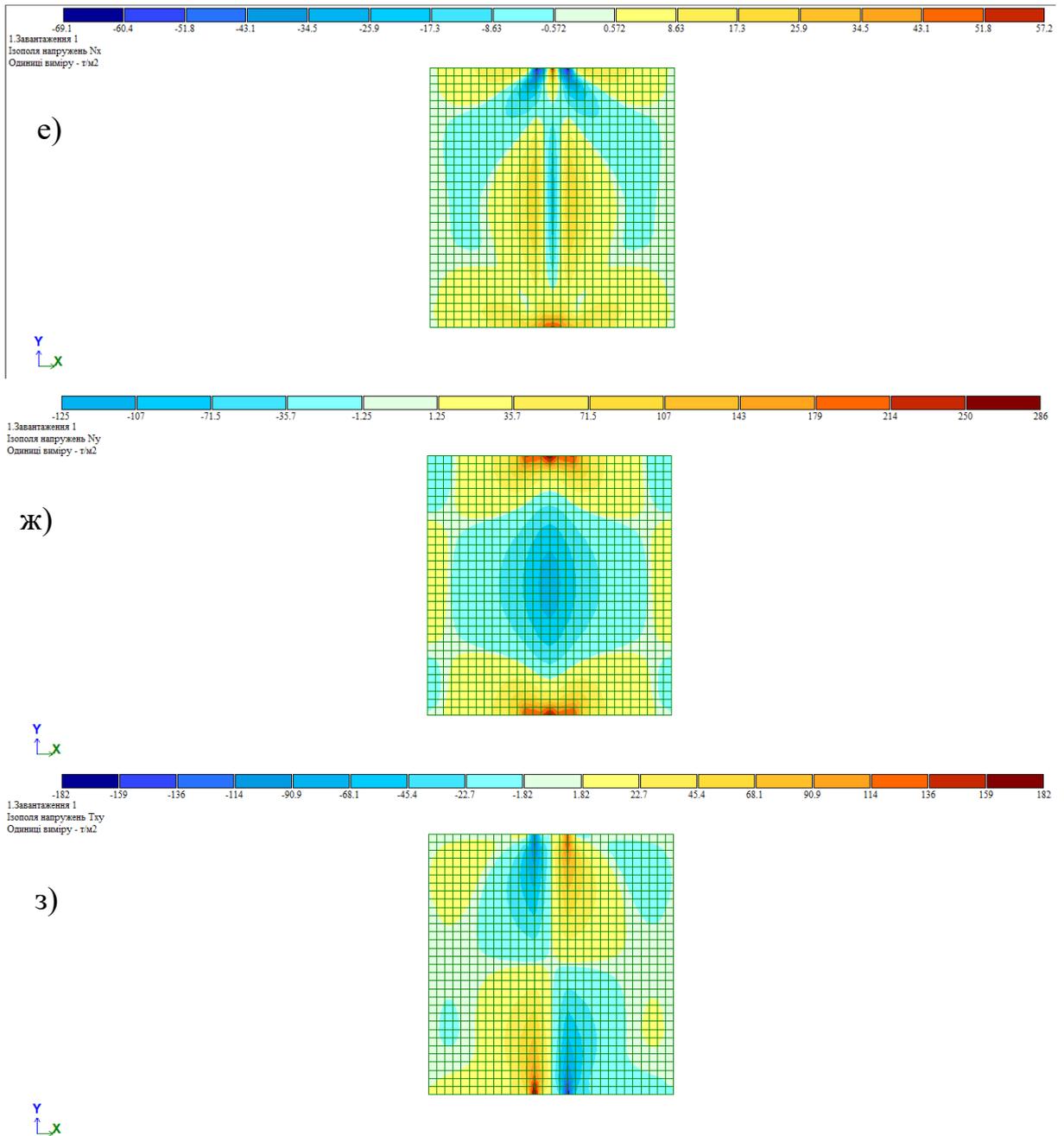


Рис.5.19 Епюри групи згинних зусиль та групи мембранних зусиль в плитній частині на прикладі моделі №4 (наявна АЖТ): ізополя напружень M_x -а; ізополя напружень M_y -б; ізополя напружень M_{xy} -в; ізополя напружень Q_x -г; ізополя напружень Q_y -д; ізополя напружень N_x -е; ізополя напружень N_y -ж; ізополя напружень t_{xy} -з

РОЗДІЛ 6

НАПРУЖЕННЯ В РЕБРАХ ТА ЇХ АРМУВАННЯ

6.1 Визначення площі арматури для розрахункових моделей

Спрощена схема розрахунку зусиль і напружень у прямокутному перерізі згинального елемента з одиночним армуванням представлена на рисунку 6.1.

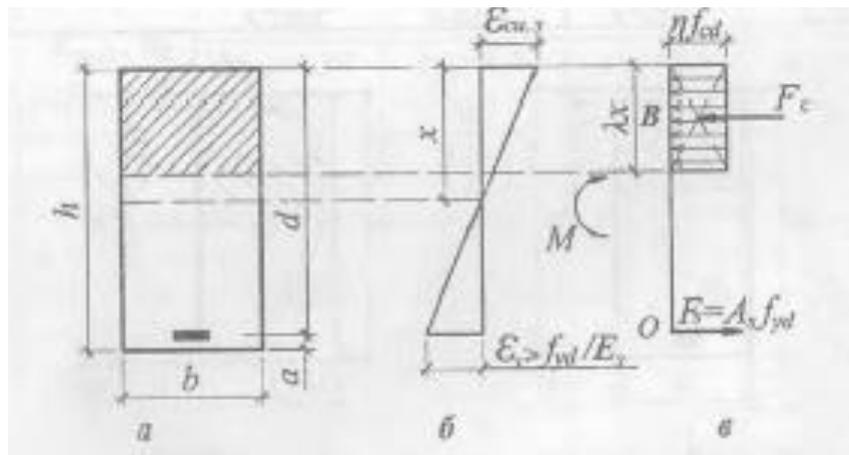


Рис.6.1 Розподіл деформацій, напружень та зусиль в нормальному перерізі з одиночним армуванням: а – переріз з одиночним армуванням, б – епюра напружень, в – розрахункова схема зусиль

Послідовність обчислення площі розтягнутої арматури для елементів з прямокутними перерізами з одиночним армуванням наведено в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1. Визначення площі розтягнутої арматури прямокутних перерізів.

№ з/п	Алгоритм
1.	$d = h - c$
2.	$\alpha_m = \frac{M}{bd^2 \cdot f_{cd}}$
3.	В залежності від α_m за табл. 2.7 визначити коефіцієнти ξ та ζ
4.	Якщо $\xi \leq \xi_R$, то перейти до п.5;

	Якщо $\xi > \xi_R$, то виконати розрахунок перерізу з подвійною арматурою.
5.	Якщо $\zeta < 0,95$, то перейти до п.6; Якщо $\zeta > 0,95$, то прийняти $\zeta = 0,95$ і перейти до п.6.
6.	$A_s = \frac{M}{f_{yd} d \zeta}, \text{ см}^2$
7.	$\rho_{\min} = 0,13\% < \rho = \frac{A_s}{bd} \cdot 100\% < 4\%$
8.	Якщо $\rho_{\min} < \rho \leq 4\%$, конструюють переріз. В інших випадках необхідно змінити вихідні дані та перейти до п.1

Далі проведемо розрахунок підбору арматури згідно з алгоритмом, представленим у таблиці 6.1. Отримані результати наведено в таблиці 6.2.

Таблиця 6.2 Результати розрахунку підбору арматури

Схема 1		Схема 2	
1	$d=h-c=0,70-0,05=0,65\text{м}$	$d=h-c=0,60-0,05=0,55\text{м}$	
	$M_{x, \max} = 257 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$M_{x, \max} = 250,16 \text{ кН}\cdot\text{м}$	
2	$\alpha_m = \frac{M}{bd^2 \cdot f_{cd}}$ $= \frac{245,2 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,65^2 \cdot 14,5 \cdot 10^6}$ $= 0,126$	$\alpha_m = \frac{M}{bd^2 \cdot f_{cd}}$ $= \frac{239,3 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,55^2 \cdot 14,5 \cdot 10^6}$ $= 0,13$	
	$\alpha_m = 0,126 \Rightarrow \xi = 0,17;$ $\zeta = 0,932.$	$\alpha_m = 0,13 \Rightarrow \xi = 0,18;$ $\zeta = 0,928$	
3	За табл.4.8: $\xi = 0,17 < \xi_R = 0,640$ (при А400С та С20/25)	За табл.4.8: $\xi = 0,18 < \xi_R = 0,640$ (при А400С та С20/25)	
4	Оскільки $\xi_R = 0,640$, то переріз приймаємо з одиночним армуванням	Оскільки $\xi_R = 0,640$, то переріз приймаємо з одиночним армуванням	

5	$\zeta = 0,932$, переходимо до п.6	$\zeta = 0,928$, переходимо до п.6
6	$A_s = \frac{M}{f_{yd} d \zeta}$ $A_s = \frac{257 \cdot 10^3}{365 \cdot 0.932 \cdot 0.65}$ $= 11,13 \text{ см}^2$	$A_s = \frac{M}{f_{yd} d \zeta}$ $A_s = \frac{250,16 \cdot 10^3}{365 \cdot 0.928 \cdot 0.55}$ $= 12,85 \text{ см}^2$
7	Прийняте армування: 4 Ø20 ($A_s = 12,56 \text{ см}^2$) Загальна площа $A_{s,tot} = 12,56 \text{ см}^2$	Прийняте армування: 4 Ø22 ($A_s = 14,20 \text{ см}^2$) Загальна площа $A_{s,tot1} = 14,20 \text{ см}^2$
8	$\rho =$ $\frac{A_s}{bd} 100\% = 12,56 / (40 \cdot 60) 100\%$ $= 0,5\% < [4\%]$	$\rho =$ $\frac{A_s}{bd} 100\% = 14,20 / (40 \cdot 55) 100\%$ $= 0,7\% < [4\%]$
Різниця $A_{s,tot}$		$\frac{A_{s,tot1}}{A_{s,tot}} = \frac{14,20}{12,56} = 1,13 (13\%)$

6.2 Порівняння напруженого стану в ребрах моделей

Так як ребра моделей №1 і №2, що не містять абсолютно жорстких тіл (АЖТ), зазнають чистого вигину, а ребра моделей №3 і №4, з'єднані з пластинчастими елементами через жорсткі вставки (тіла), знаходяться в стані позацентрового розтягу, ступінь їх напруження доцільно оцінювати шляхом порівняння напружень від вигину (для моделей №1 і №2) та позацентрового розтягу (для моделей №3 і №4).

Таким чином, для моделей №3 і №4, ребра яких одночасно зазнають напружень від розтягу та вигину, формула для визначення напружень матиме наступний вигляд:

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x, \quad (6.1)$$

де: A - площа перетину ребристої частини,

J_x - осьовий момент інерції перетину по осі x ,

J_y - осьовий момент інерції перетину по осі y ,

x (y) – відстань від осі y (x) проходить через центр ваги перерізу до точки в якій розраховується напруга.

Розрахунок осьових моментів інерції перетину по осях проводимо за формулами на рис. 6.2

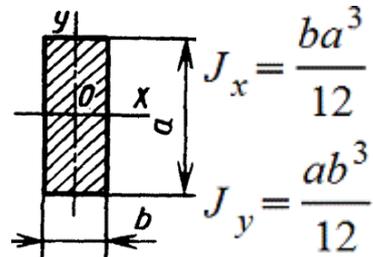


Рис.6.2 До обчислення осьових моментів інерції перетину

Для моделей №1,2, ребра яких зазнають чистого згину, обчислимо максимальні нормальні напруження за формулою:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{\max} = \frac{M_z}{W_z} \quad (6.2)$$

Для зіставлення отриманих числовим методом результатів із певним еталоном візьмемо за «еталон» дані аналітичного розрахунку.

Правомірність такого порівняння підтверджується в інших джерелах [17].

Підставляючи значення моментів, сил і моментів інерції для різних моделей, визначаємо напруження в ребрі для кожної розрахункової моделі. Отримані результати зводимо в таблицю 6.3.

Таблиця 6.3 Сумарні напруження « σ » в балочних елементах ребристого перекриття

Напруження, σ (кН/м ²)									
Аналітичний розрахунок за [11]	Модель 1	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком		Модель 2	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком		Модель 3	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком	
	1724	1437	20	1403	22,8	1363	26,4	1393,7	23,7

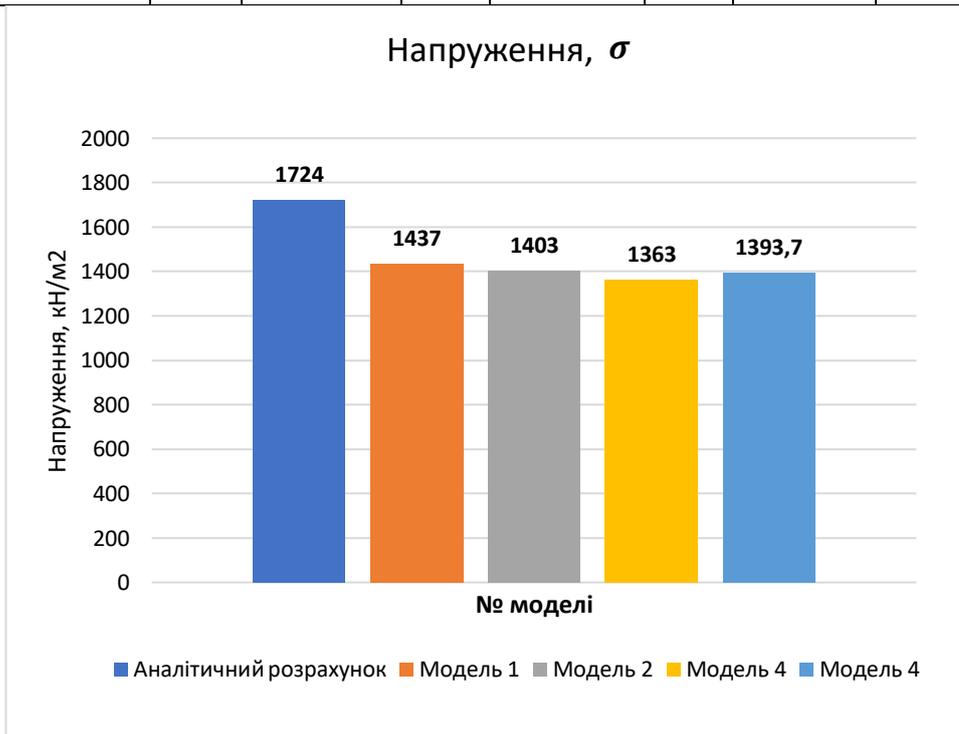


Рис. 6.3. Діаграма сумарних напружень « σ » в балочних елементах ребристого перекриття

Різниця між аналітичним та числовим підрахунком напружень в ребрі для всіх моделей показує задовільний збіг даних.

6.3 Метод врахування ексцентричності ребристої та плитної частини в інженерних розрахунках

У практичних розрахунках моделювання плит із ребрами із використанням жорстких вставок є досить трудомістким процесом. Крім того, подальший розрахунок, зокрема підбір арматури та перевірка міцності перерізу, стає доволі складним завданням.

Тому для інженерних розрахунків доцільно моделювати плитно-балочні перекриття за допомогою пластинчастих і стержньових скінчених елементів без застосування абсолютно жорстких вставок [18].

Ребро при цьому моделюється стержнем прямокутного перетину, а його жорсткість задається у вигляді «числового опису жорсткості» для стрижневого скінченого елемента №10 (рис. 6.4).

Численное описание для КЭ 10 ×

EF	<input type="text" value="0"/>	Т
Ely	<input type="text" value="0"/>	Т ⁴ М ²
Elz	<input type="text" value="0"/>	Т ⁴ М ²
GIk	<input type="text" value="0"/>	Т ⁴ М ²
Y1	<input type="text" value="0"/>	СМ
Y2	<input type="text" value="0"/>	СМ
Z1	<input type="text" value="0"/>	СМ
Z2	<input type="text" value="0"/>	СМ
Ru_Y	<input type="text" value="0"/>	СМ
Ru_Z	<input type="text" value="0"/>	СМ
q	<input type="text" value="0"/>	Т/М

Учет

<input type="checkbox"/> GF	GFy	<input type="text" value="0"/>	Т
	GFz	<input type="text" value="0"/>	Т

Комментарий

Цвет

Рис. 6.4 Вікно ПК ЛІРА для введення числового опису характеристик стрижня

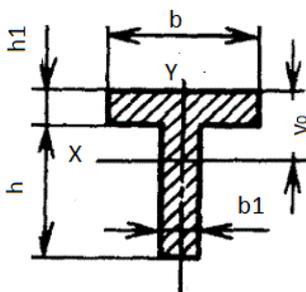
Числові значення жорсткостей при вигині EJ_y , при крученні GJ_k та розтязі-стиску (осьової жорсткості EF) збільшуються на коефіцієнт k , який відповідає відношенню відповідної жорсткості таврового перерізу до прямокутного [18].

Таким чином, у жорсткості прямокутного перетину враховується вплив полки. Аналіз результатів, що отримані за запропонованою методикою, свідчить про задовільний збіг числових розрахунків аналітичним.

Для перетину за моделлю №1 знаходимо осьовий момент інерції (рис. 6.5):

$$J_y = \frac{ab^3}{12} = \frac{0.7 \cdot 0.4^3}{12} = 0.0037 \text{ м}^4$$

Обчислюємо геометричні характеристики таврового перерізу ребристої частини перекриття, що відповідає моделі №1, яка досліджується.



$$v_o = \frac{bh_1^2 + b_1h(2h_1 + h)}{2(bh_1 + b_1h)}$$

$$J_x = \frac{bh_1^3 + b_1h^3}{12} + bh_1\left(y_o - \frac{h_1}{2}\right)^2 + b_1h\left(\frac{h}{2} + h_1 - v_o\right)^2$$

$$J_y = \frac{hb_1^3 + h_1b^3}{12}$$

Рис.6.5. До обчислення осьових моментів інерції таврового перетину

$b = 2800$ мм, $h = 600$ мм, $h_1 = 100$ мм, $b_1 = 400$ мм.

$$J_y' = \frac{hb_1^3 + h_1b^3}{12} = \frac{0.6 \cdot 0.4^3 + 0.1 \cdot 2.8^3}{12} = 0.1861 \text{ м}^4$$

Розраховуємо коефіцієнт:

$$k = \frac{0.1861}{0.0037} = 50.29$$

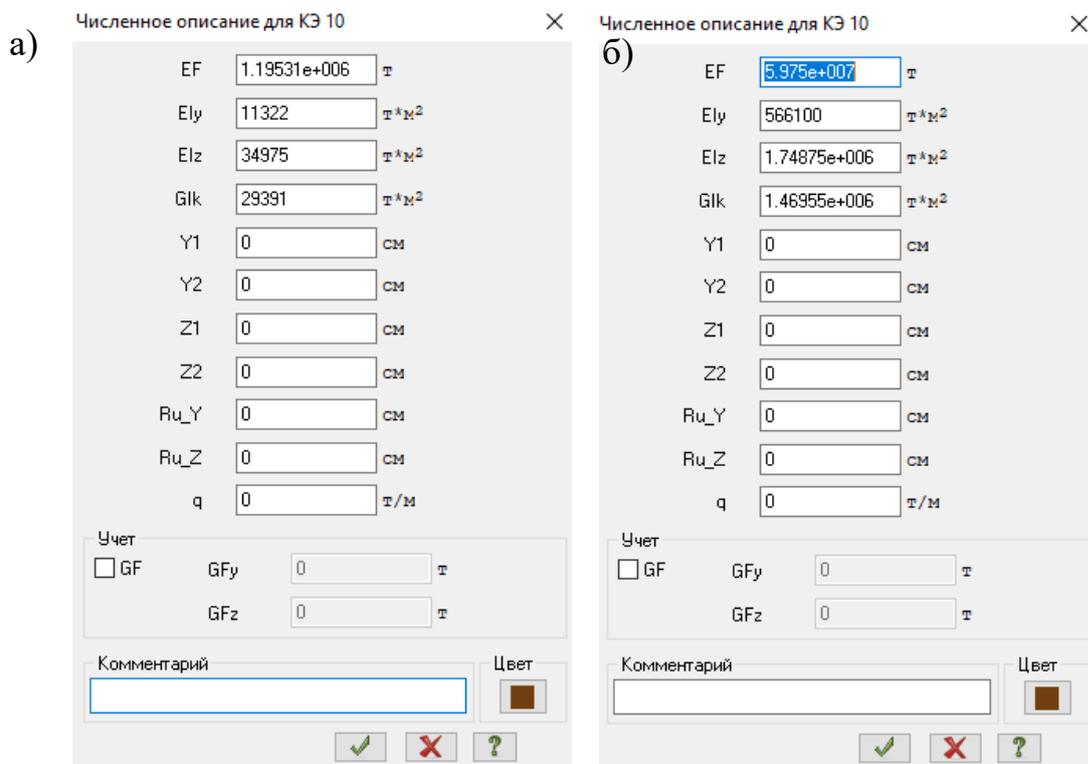


Рис.6.6. Вікно ПК ЛІРА-САПР з введеними характеристиками стержневого елемента: за прямокутним перерізом-а; жорсткість збільшена на коефіцієнт k -б

Результати розрахунку параметрів (характеристик) стержневого елемента, що збільшені на коефіцієнт k , та результат числового розрахунку стержньового елемента в ПК ЛІРА-САПР зводимо до таблиці 6.4.

Таблиця 6.4 Характеристики жорсткості моделі №1 та моделі №1 зі збільшеною жорсткістю

№ моделі	Коефіцієнт	EF, т	EJ _y , т·м ²	EJ _z , т·м ²	M _y , т·м
Модель №1	1	1,19531·10 ⁶	11322	34975	25
Модель №1 зі збільшеною жорсткістю	50,29	5,975·10 ⁷	566100	1,75·10 ⁶	29,5

Збільшена жорсткість перерізу надає змогу ураховувати вплив полиці тавра (рис. 6.6) в розрахунках прямокутного перерізу ребра.

ВИСНОВКИ

1. Моделювання плити залізобетонного ребристого перекриття за допомогою стрижневих і пластинчастих (оболонкових) елементів за схемами (рис. 4.7) є правильним відображенням реальної конструкції.

2. Аналіз різних джерел показав, що модель стикування плитної частини з ребристою із застосуванням абсолютно жорстких тіл може бути використана для подальшого скінченоелементного моделювання в ПК ЛІРА-САПР. Довжина ексцентриситету визначається як відстань від серединної площини полки до центру ваги перерізу ребра.

3. Поняття «жорстка вставка» стосується скінчених елементів, а аналогічний за змістом інструмент у ПК ЛІРА — це функція «абсолютно жорстке тіло», яка застосовується до вузлів кінцевих елементів. Об'єднуючи вузли скінченоелементної схеми різної розмірності (стержневі, пластинчасті) у **жорстке тіло**, можна також змоделювати з'єднання плити з ребром.

4. Наявність рознесення центрів ваги частин плити (завдяки введенню абсолютно жорсткої вставки чи абсолютно жорсткого тіла) обумовлює виникнення в ребристій частини зусиль розтягу (осьової розтягуючої сили N). **Наявність цієї сили відповідає дійсному характеру роботи ребристої плити.** Через це головним внутрішнім зусиллям при оцінці напружено-деформованого стану балки стає осьова сила, ексцентрично прикладена відносно нейтральної осі. Відповідно, при застосуванні автоматизованого модуля підбору арматури, армування балок (ребер) виконується як для позацентрово розтягнутих елементів.

В моделях, де таке рознесення (ексцентриситет) відсутній зусилля N не виникає, ребро зазнає лише деформації чистого згину. Такий напружений стан не відповідає дійсним напруженням в ребрі.

Тому, виконуючі загальний висновок, слід узагальнити, що в числових розрахунках, при моделюванні залізобетонних ребристих перекриттів (збірних, монолітних) для отримання коректного напруженого стану ребристої частин, насамперед, і вірного її армування, слід такі перекриття моделювати із рознесенням на необхідний ексцентриситетом плитну й ребристу частину.

5. Рознесення на певну відстань плитної та ребристої частини ребристого перекриття обумовлює також виникнення в плитній частині не лише згинної групи зусиль (M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y), але й мембранної групи зусиль (N_x , N_y , t_{xy}). Мембранна група зусиль впливає на величини деформацій плитної частини (вони є меншими в порівнянні з плитною частиною, де такі зусилля відсутні). Наявність чи відсутність мембранної групи зусиль в полці також впливає й на її армування.

6. Запропоновано метод врахування ексцентричності ребристої та плитної частини в інженерних розрахунках

ЛІТЕРАТУРА

1. Державні будівельні норми України. Конструкції будинків і споруд. БЕТОННІ ТА ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ. Основні положення. ДБН В.2.6-98:2009. Київ, Мінрегіонбуд України. 2011
2. ДСТУ Б В.2.7-221:2009 БЕТОНИ КЛАСИФІКАЦІЯ І ЗАГАЛЬНІ ТЕХНІЧНІ ВИМОГИ. Київ Мінрегіонбуд України, 2010
3. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures -Part 1-1 : General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. December 2004
4. ДБН В.1.2-2:2006 «Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування»
5. ДСТУ Б В.1.2-3:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Прогини та переміщення
6. Azizov T.N. Stem approximation to determine torsion deformations of reinforced concrete elements with normal cracks // Sciences of Europe. – 2018. – Vol 1, № 32. – P. 63-69
7. Срібняк Н.М. Алгоритм виконання числово-аналітичного експерименту з аналізу напружено-деформованого стану ребристого перекриття з нормальними тріщинами./The development of technical sciences: problems and solutions: Conference Proceedings, April 27–28, 2018. Brno: Baltija Publishing. 204 pages. P.85-88
8. Construction and calculation of reinforced concrete overlap with a high spatial work effect Azizov, T., Azizova, A., Al Ghadban, S. International Journal of Engineering and Technology(UAE), 2018, 7(3), pp. 567–574
9. Срібняк Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01 / Срібняк Наталія Миколаївна; Одеська державна академія будівництва та архітектури. – О., 2009. – 23 с.

10. Стадник В. І. Жорсткість і міцність при крученні залізобетонних таврових елементів з нормальними тріщинами : Дис... канд. наук: 05.23.01. ОДАБА, Одеса-2011
11. Орлова О.М. Жорсткість залізобетонних елементів двотаврового перерізу з нормальними тріщинами при крученні/ дис. ... кандидата техн. наук : 05.23.01/ Орлова Ольга Михайлівна - Київ, ДП НДІБК, 2021 – 188 с.
12. Мельник О.С. Жорсткість та міцність залізобетонних елементів порожнистого трикутного перерізу з нормальними тріщинами при крученні.- Дисертація канд. техн. наук: 05.23.01, ОДАБА, Одеса-2013
13. Мельник О.В. Крутильна жорсткість та міцність залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами.- Дисертація канд. техн. наук: 05.23.01. ОДАБА, Одеса-2012
14. Kosior-Kazberuk, M., Kochkarev, D., Azizov, T., Galinska, T. (2022). Approximation Model of the Method of Design Resistance of Reinforced Concrete for Bending Elements. In: Onyshchenko, V., Mammadova, G., Sivitska, S., Gasimov, A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering, vol 181. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85043-2_23
15. Гаттас А.Ф Тріщиностійкість стрижневих залізобетонних елементів дис... канд. техн. наук:05.23.01/ Гаттас Антуан Фуад. - Київ,1994. -244 с.
16. Influence of cracking on the forces in reinforced concrete slab elements. T Azizov, R Pereiras - AIP Conference Proceedings, 2023. Volume 2840, Issue 1 <https://doi.org/10.1063/5.0169454>
17. Скорук Л.М. «Пошук ефективних розрахункових моделей ребристих залізобетонних плит та перекриттів» [Електронний ресурс]. – 2004. – Режим доступу до ресурсу: <http://surl.li/nzhhk>
18. <http://www.rsa4all.com/?fbclid=IwAR1cQJHwbDsKWRP6QK0wamZGjPjCA5aYtROQWT8KI7Ze6ZcURvyQMvNQf0E>

19. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 в порівнянні з розрахунками за СНиП 2.03.01-84* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / В.М. Бабаєв, А.М Бамбура, О.М. Пустовойтова, П.А. Резник, Є.Г. Стоянов, В.С. Шмуклер. Довідково-учбовий посібник. Під загальною редакцією В.С. Шмуклера. Х.: Золотые страницы, 2015. — 240 с.
20. Ромашко В.М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону: Монографія//В.М. Ромашко. – Рівне: НУВГП, 2016. – 424 с.: іл.: 153; табл.:39; бібліогр.:518
21. Скорук Л.М. Визначення деформацій та ефективних розрахункових моделей залізобетонних плит з тріщинами. Автореф. дис. канд. техн. наук. КНУБА, Київ 2005

ДОДАТКИ



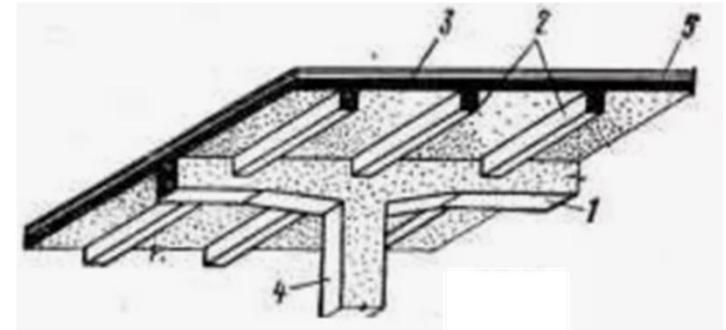
Сумський національний аграрний університет
Факультет будівництва та транспорту

Аналіз розрахункових моделей балочної залізобетонної плити будівлі центру зайнятості в м. Чернігів

- Здобувач: **Зимогляд Богдан Вячеславович**
- Керівник: **к.т.н., доцент Срібняк Н.М.**

Суми, 2025

- Ребристе перекриття створено плитою (балковою або такою, що спирається по контуру), другорядними й головними балками. Усі ці елементи перекриття жорстко (монолітно) поєднані між собою (рис. 1), утворюючи єдину цілісну конструкцію.



- Збірні ребристі плити в складі перекриття

- Збірна ребриста плита

- Фрагмент ребристого перекриття промбудівлі:

1- головна балка; 2-другорядна балка; 3-монолітна плита; 4- колона; 5- конструкція підлоги

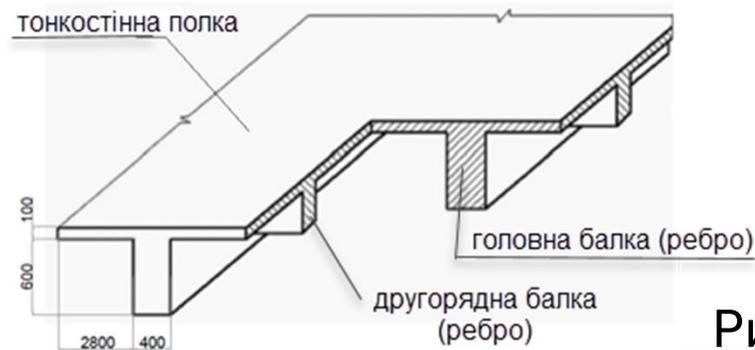
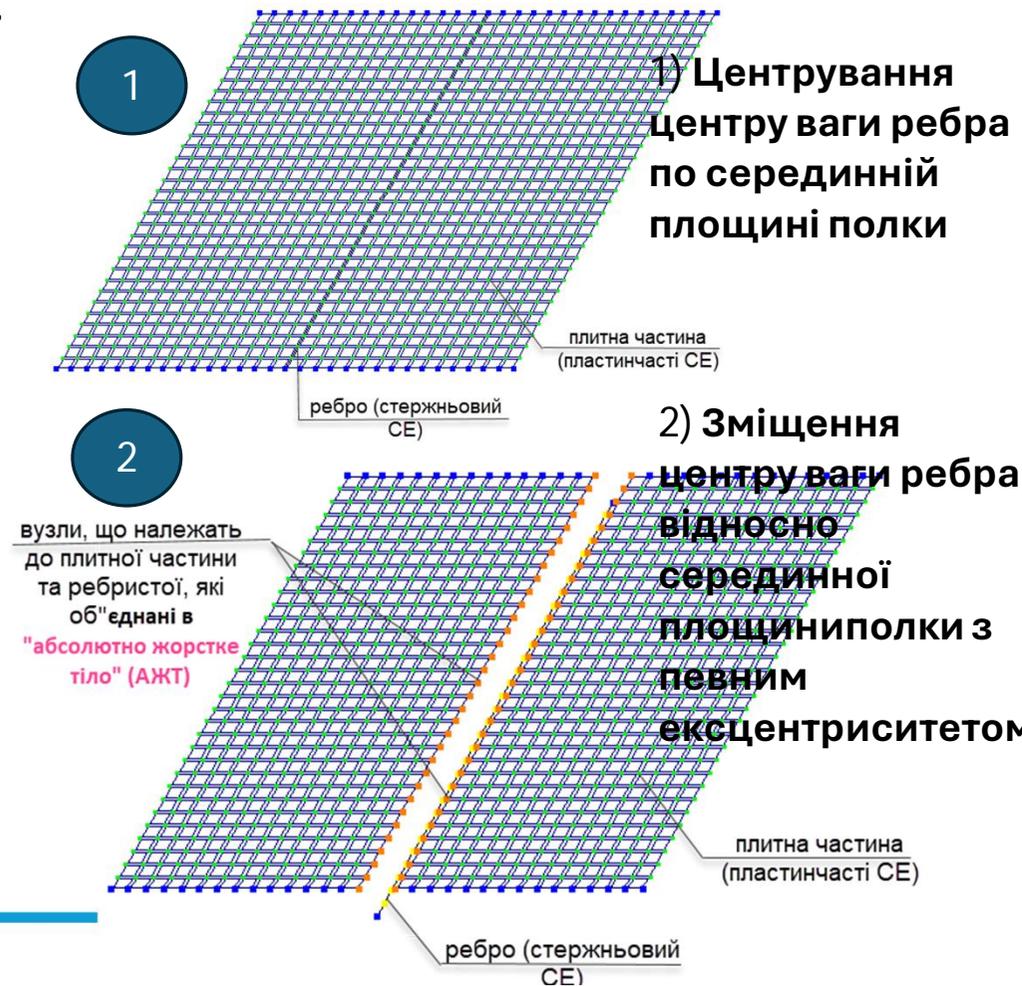


Рис.1

- **Сутність ребристої конструкції** полягає в тому, що задля економії бетону в розтягнутій зоні перерізу матеріал не використовується. В розтягнутій зоні залишені лише ребра. У цих ребрах концентрується розтягнута арматура, яка забезпечує міцність перерізу елемента за нормальними та похилими перетинами.

Під час скінченоелементного моделювання та розрахунку таких конструкцій із використанням сучасних розрахункових програм використовують загальні скінчені елементи, такі як «стрижень», «плита» та «оболонка». **Основне питання**, яке виникає під час моделювання, стосується розташування стрижневого елемента відносно плитного: **чи слід центрувати його по серединній площині плити, чи зміщувати із певним ексцентриситетом.**



Мета дослідження з використанням МСЕ є виявлення та аналіз напружено - деформованого стану скінченоелементних моделей фрагменту ребристого перекриття при різних способах його моделювання.

Задачі, що сформульовані для досягнення мети, що означена:

- Вивчення принципів й методів моделювання збірно-монолітних залізобетонних панелей перекриття.
- Аналіз особливостей скінченоелементного моделювання ребристих панелей із використанням програмних комплексів, що базуються на методі скінчених елементів.
- Розробка кінцевоелементних схем фрагментів ребристого перекриття різних типів (без абсолютно жорсткої вставки та з використанням абсолютно жорсткої вставки), враховуючи їхню реальну роботу та специфіку моделювання.
- Проведення пружного статичного розрахунку моделей, що досліджуються, із подальшим аналізом отриманих результатів.

Об'єкт дослідження - фрагмент монолітного залізобетонного плитно-балочного (ребристого) перекриття із залізобетону

Предмет дослідження – напружено-деформований стан фрагменту монолітного ребристого перекриття із залізобетону в лінійній постановці.

Практичне значення отриманих результатів.

Отримані результати мають практичне значення та призначені для того, щоб допомогти інженеру-проектувальнику обирати скніченоелементну модель, що описує реальний напружено-деформований стан в елементах ребристого перекриття під навантаженням з метою вирішення конкретних завдань проектування.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

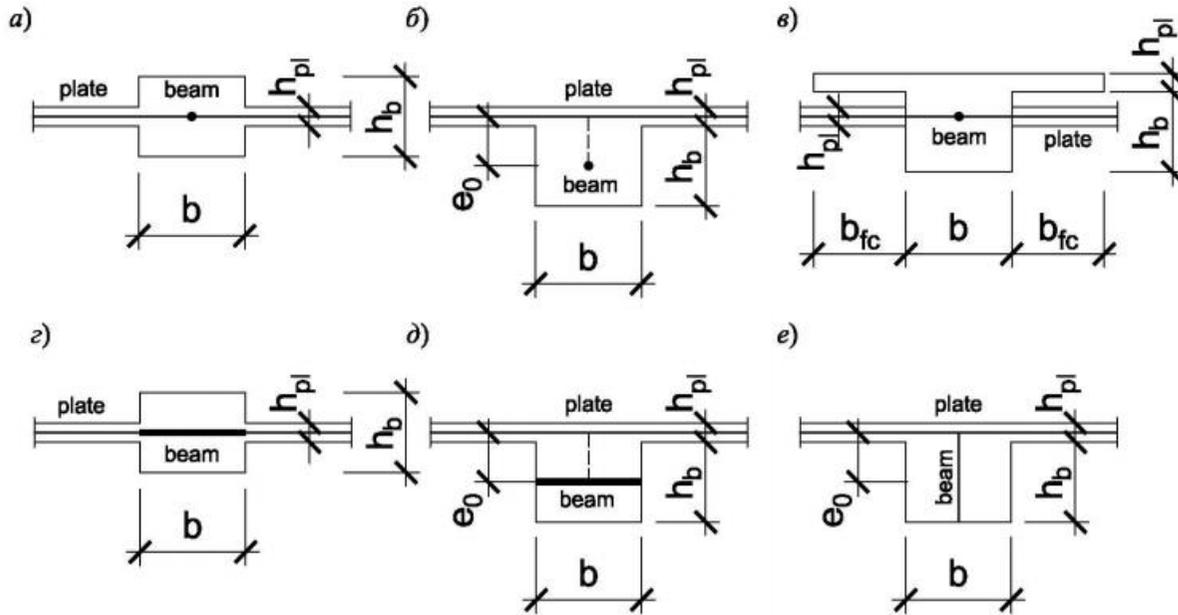
Метод 1. Аналіз даних

Метод 2. Скінченно-елементний метод у механіці будівельних конструкцій

Метод 3. Метод розрахунку за граничними станами

Метод 4. Обробка результатів числового та аналітичного розрахунків

Способи моделювання з/б ребристого покриття за допомогою скінчених елементів



Можливі моделі:

1) Плита-пластинчастий СЕ, ребро-стержень прямокутного перерізу. Центр ваги стержня та серединна поверхня пластини лежать в одній площині **(а)**

2) Плита-пластинчастий СЕ, ребро - ребро-стержень прямокутного перерізу. Центр ваги стержня та серединна поверхня **рознесені** на величину АЖВ **(б)**

3) Плита-пластинчастий СЕ, ребро-стержень таврового перерізу. Центр ваги стержня та серединна поверхня пластини лежать **в одній площині (в)**

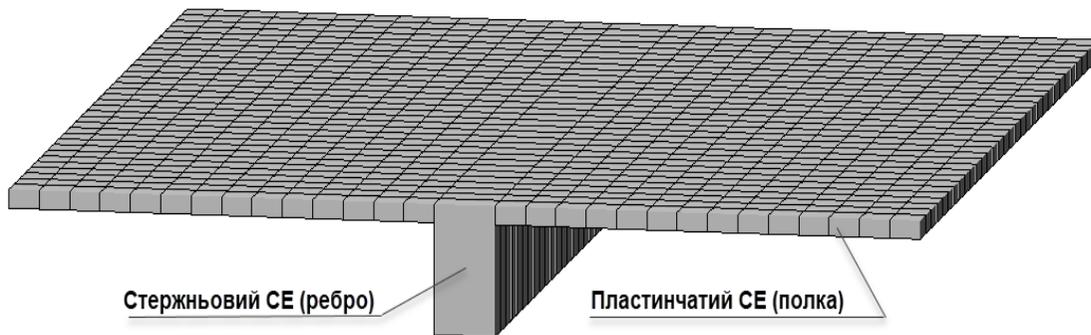
4) Плита-пластинчастий СЕ, пластинчастий СЕ. Центр ваги стержня та серединна поверхня пластини лежать **в одній площині (г)**

5) Плита-пластинчастий СЕ, ребро- пластинчастий СЕ. Серед. поверхня стержня та серединна поверхняплити розташовані паралельно та **рознесені** на величину АЖВ **(д)**

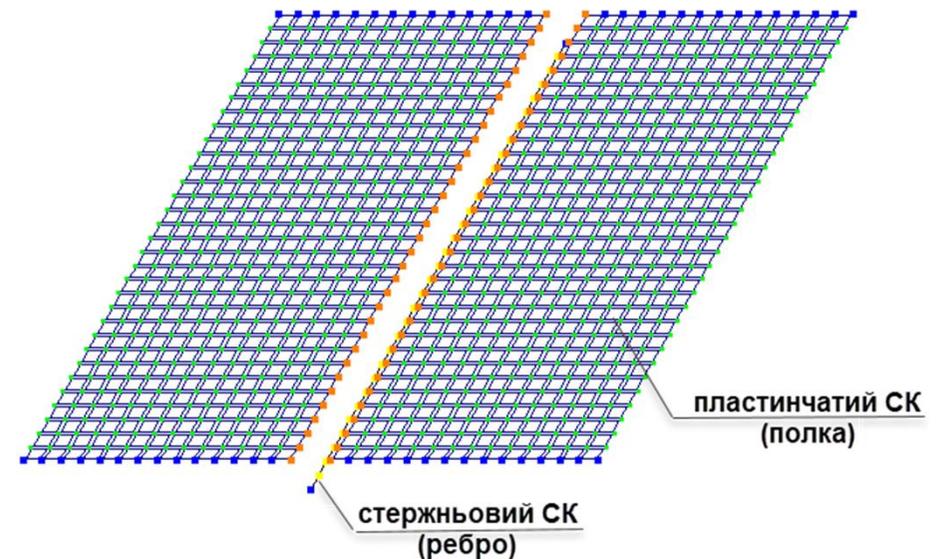
6) Плита-пластинчастий СЕ, ребро -пластинчастий СЕ. Пластинчастий СЕ ребра перпендикулярно примикає до СЕ полки **(е)**

- Широкого застосування набули дискретні моделі, в яких панелі перекриття представлено **двовимірними скінченими елементами типу пластин чи оболонок**, а ребра панелей — **одновимірними стержневими елементами**

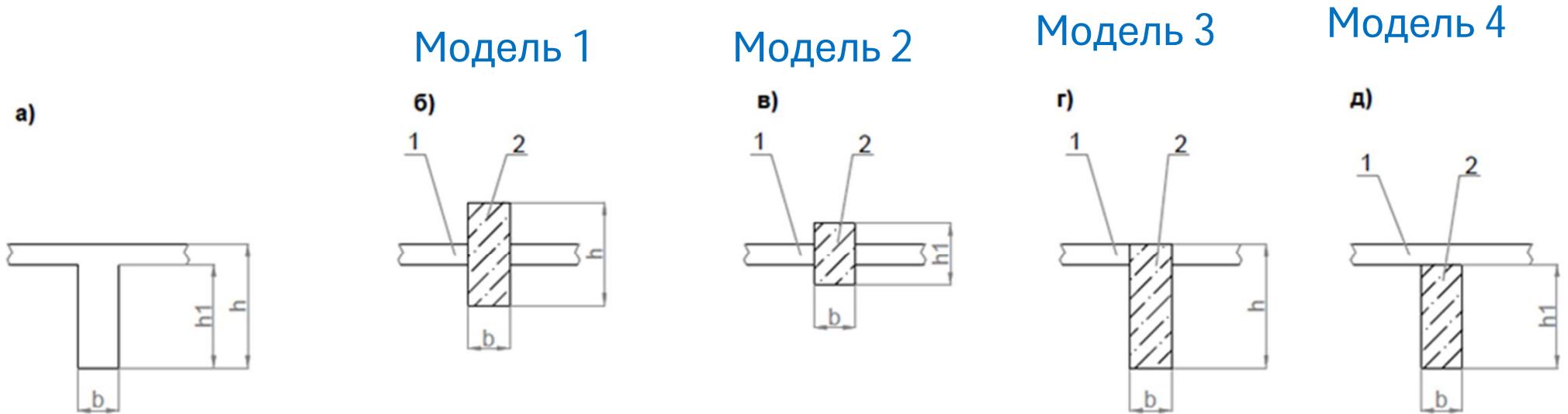
Прострова 3D модель фрагменту ребристого перекриття



Прострова 3D модель фрагменту ребристого перекриття

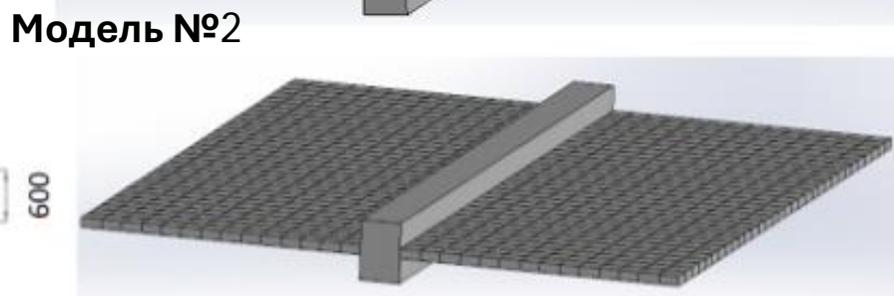
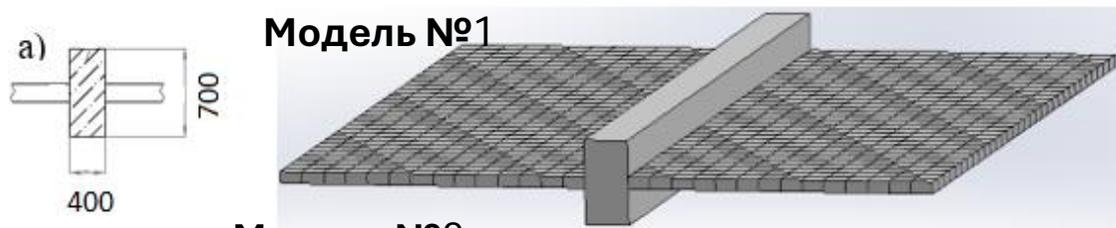


СЕ схеми, прийняті до розрахунку

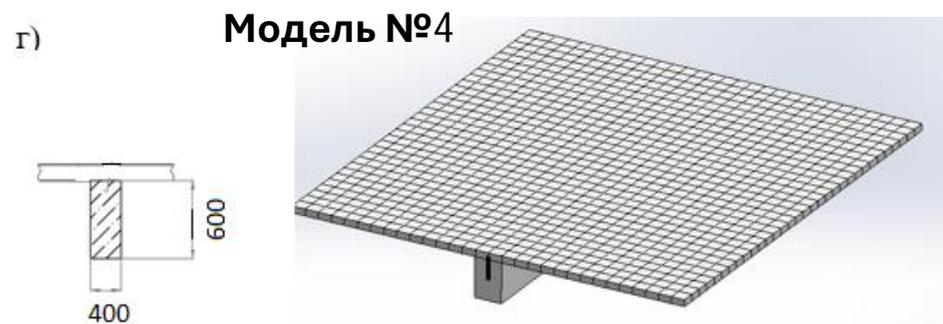
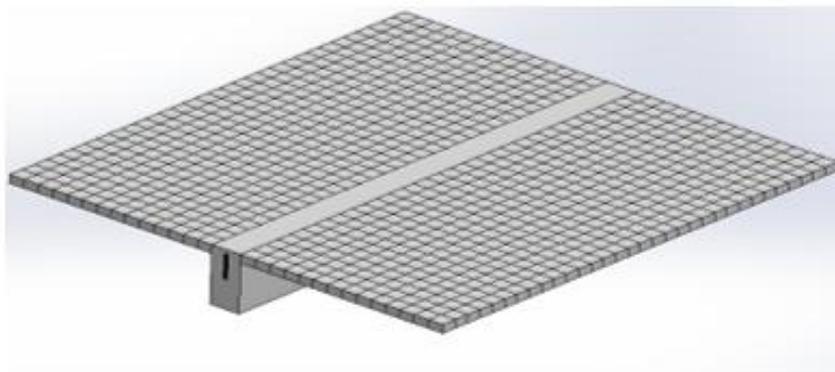


При моделюванні поля плити із залізобетону за допомогою пластинчатих або оболонкових елементів та балок через стержневі елементи **серединна площина пластин може перебувати на одному рівні або на різних рівнях відносно пружної частини стрижня**. У моделях, що є можливими, серединна площина пластин може бути розташована як на одному рівні із гнучкою частиною стрижня, так може бути розташована й на різних рівнях

Аналіз та вибір оптимальної скінченоелементної схеми СЕ схеми, прийняті до розрахунку



Модель №3



Модель №1: ребро, що дорівнює висоті таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною без АЖТ ;

Модель №2: ребро, що дорівнює висоті ребра таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною без АЖТ ;

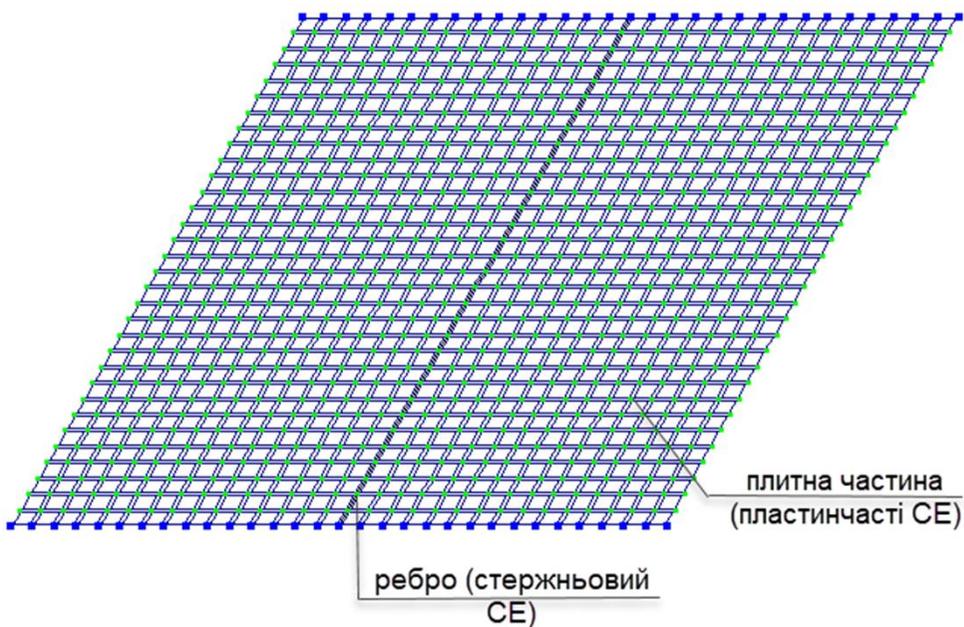
Модель №3: ребро, що дорівнює загальній висоті таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною з АЖТ з висотою

$$c_1 = h/2 - t_{pl}/2;$$

Модель №4: ребро, що дорівнює загальній висоті таврового перерізу, з'єднується з плитною частиною з АЖТ з висотою $c_2 = t_{pl}/2 + h_{reb}/2$.

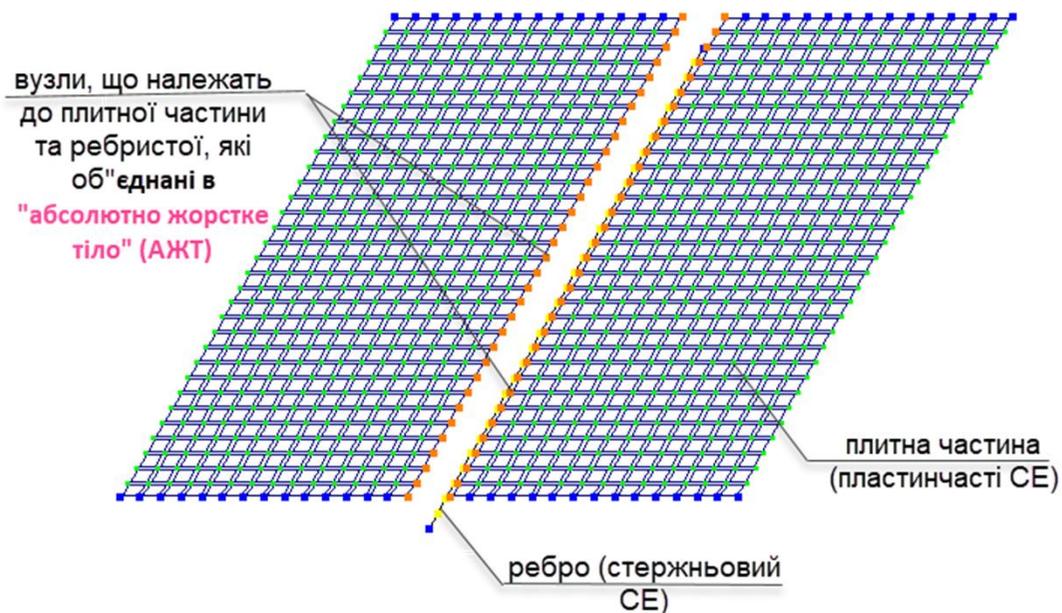
Скінченоелементна схема (для моделей №№ 1,2)

без АЖТ



Скінченоелементна схема (для моделей №№ 3,4)

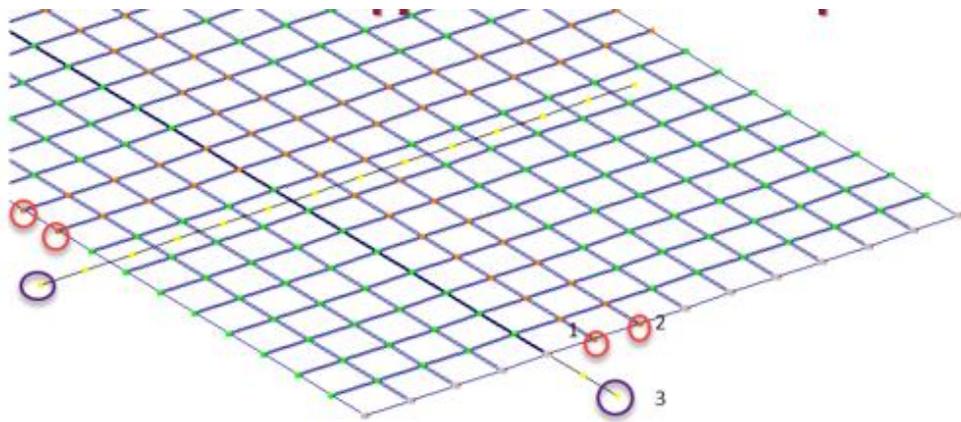
з АЖТ



Інструмент АЖТ в ПК Ліра-САПР

Рис. Моделювання ребристої плити за допомогою АЖТ:

1,2 – вузли, що належать пластинчастим скінченим елементам; 3 – вузол, що належить стержньовому скінченому елементу



Ці вузли утворюють групу (трійку вузлів) в площині XOZ, що об'єднуються в абсолютно жорстке тіло (АЖТ)

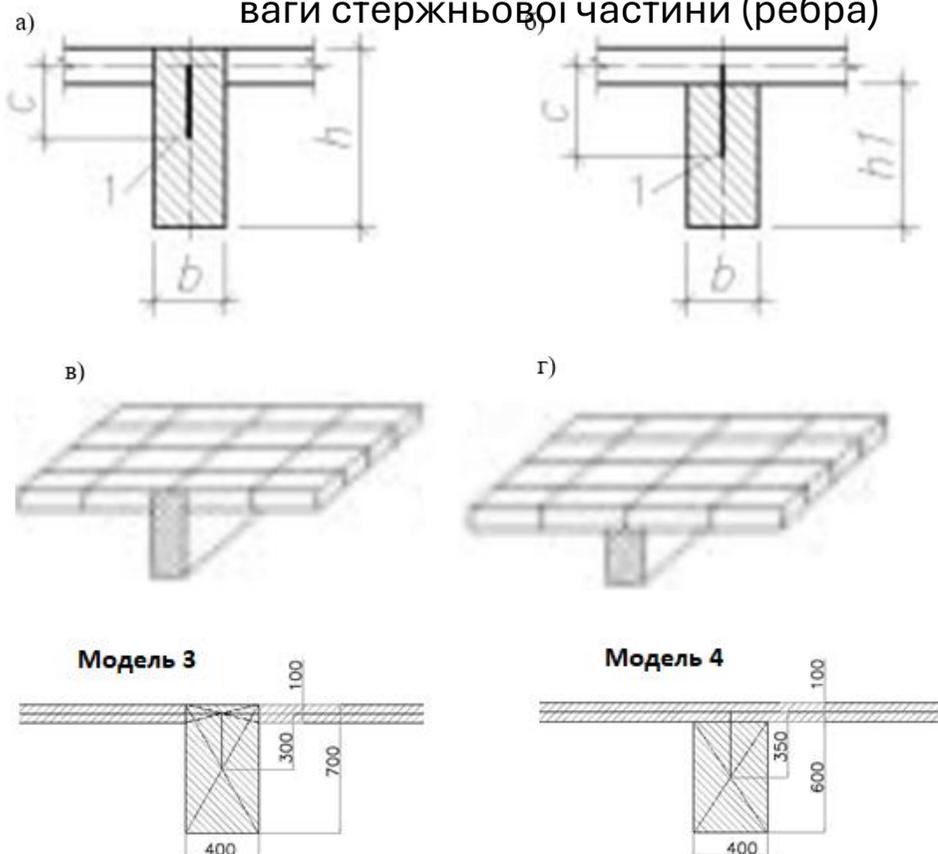
Серединний шар пластинчастого скінченого елементау (СЕ) та центр ваги стержньового СЕ прямокутного перетину зміщуються на відстань, яка відповідає:

- 1) відстані між центром ваги стержня та серединною площиною пластини або:
- 2) різниці між половиною товщини плитної частини та половиною загальної висоти плити.

Після такого зміщення, відповідно до *варіанта 1* або *варіанта 2*, пластинчасті та стержньові СЕ **об'єднуються за допомогою опції «абсолютно жорстке тіло»**. Це дозволяє поєднати вузли стержньових і пластинчастих елементів, що лежать в одній вертикальній площині.

Методики підрахунку висоти жорсткої ВСТАВКИ

Рис. 1 До розрахунку величини ексцентриситету між
серединною поверхнею плитної частини та центром
ваги стержньової частини (ребра)



Величина ексцентриситету:

Для моделі № 3:

$$c_1 = h/2 - t_{pl}/2 \quad (\text{рис. 1 а, в});$$

Для моделі № 4:

$$c_2 = t_{pl}/2 + h_{reb}/2 \quad (\text{рис. 1 б, г}).$$

Метою введення жорстких вставок (жорстких тіл) є **забезпечення кінематичного зв'язку переміщень**. При додаванні абсолютно жорстких вставок у стрижневі елементи гнучка частина стрижня зміщується від вузлів елемента на довжину цієї вставки. У цьому випадку навантаження, які задаються на стрижень із жорсткими вставками, прив'язуються до початку гнучкої частини. Зусилля розраховуються виключно в гнучкій частині стрижня.

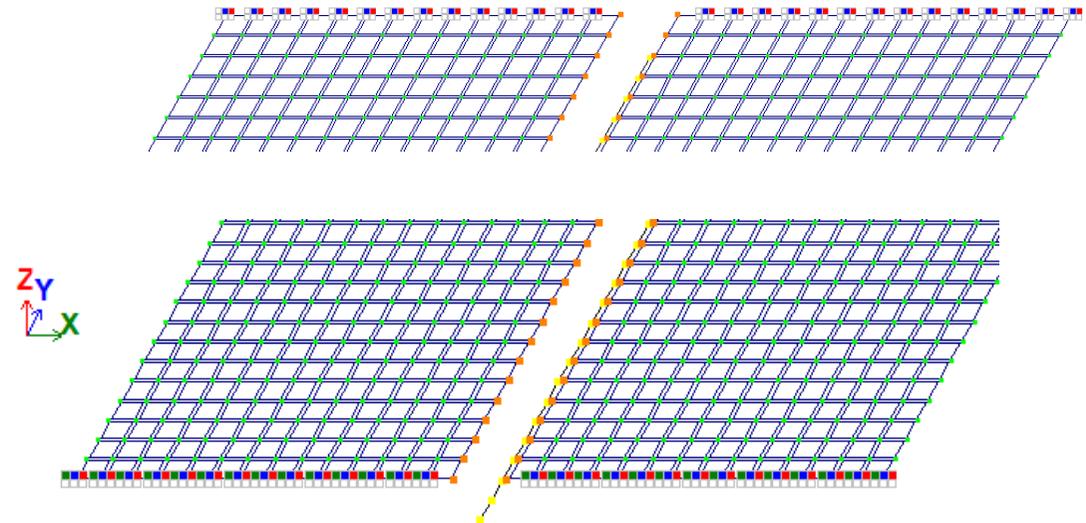
Таблиця 1- Збір навантаження на 1 м² плити

№ з/п	Навантаження	Характеристичне значення навантаження, кг/м ²	Коефіцієнт надійності за навантаженням γ_f	Розрахункове навантаження, кг/м ²
1. Постійні навантаження				
1.1	Лінолеум без основи, t=7мм	9,1	1,1	10,01
1.2	Монолітна стяжка – 20 мм ($\gamma = 2200 \text{ кг/м}^3$ $= 22 \text{ кН/м}^3$ $2200 \text{ кг/м}^3 \times 0,02 \text{ м} = 44 \text{ кг/м}^2 = 0,42 \text{ кН/м}^2$)	44,85	1,3	58,305
1.3	Звукоізоляція ($\gamma = 1200 \text{ кг/м}^3$), t=40 мм	48	1,2	57,6
	Постійне без врахування власної ваги	101,95		125,92
1.4	Власна вага плити	437,65	1,1	481,4
Всього постійні навантаження:		539,6		607,3
2. Тимчасове навантаження				
	Тимчасове навантаження	150	1,3	195
	в тому числі:			
2.1	- довготривале	35	1,3	45,5
2.2	- короткочасне	115	1,3	146,8
Всього навантаження (постійне+тимчасове)		689,6		802,3

Граничні умови

Для моделі задаємо зв'язки, характерні для шарнірно опертій балки. З одного боку балки обмежуємо лінійні переміщення вздовж осей X, Y і Z, моделюючи шарнірно нерухому опору.

З іншого боку обмежуємо лінійні переміщення лише вздовж осей X і Y, що відповідає шарнірно рухомій опорі.



Аналіз напруженого стану моделей, що досліджуються

Таблиця 1. Максимальні переміщення f_z (мм) вузлів моделей

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
Рєбриста частина			
-3,16	-4,89	-0,703	-0,723
Плитна частина			
-19	-20,5	-14,3	-14,3

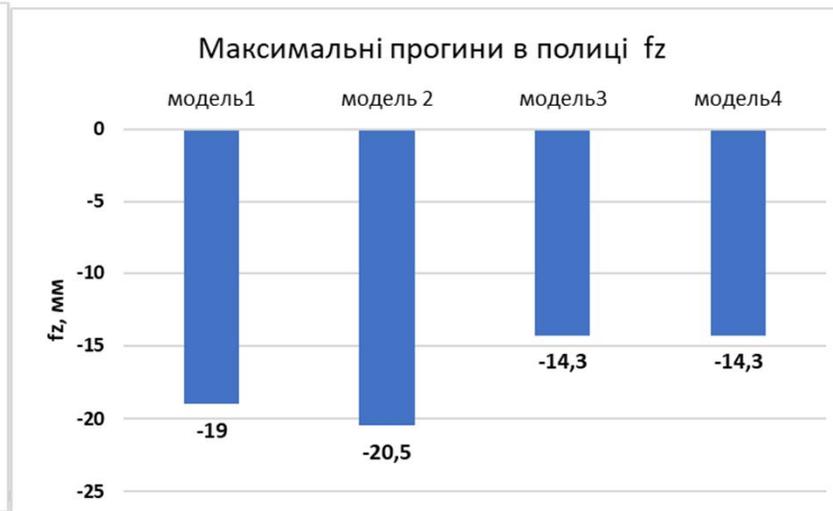
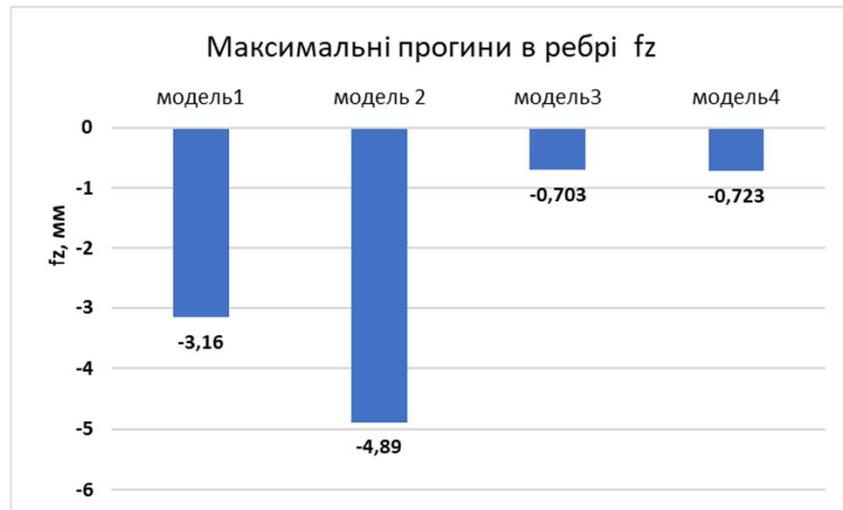


Рис. 1 Деформована схема ребра для моделі 1

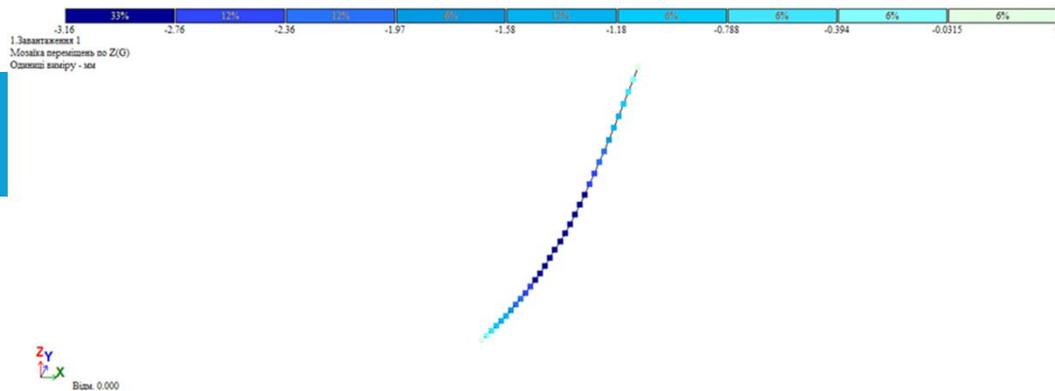
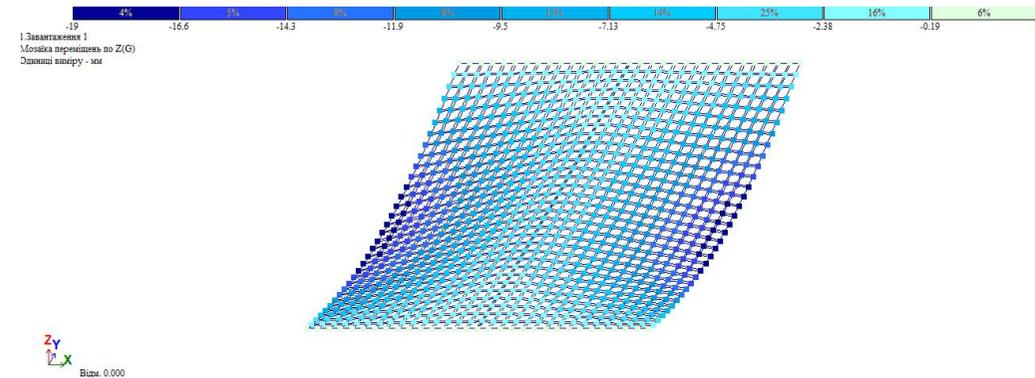


Рис. 2 Деформована схема полки для моделі 1



Максимальні прогини ребристої частини в моделях без АЖТ в 3-5 разів перевищують максимальні прогини в ребристій частині в моделях, що мають АЖТ. Це обумовлено характером деформацій ребристої частини – чистий вигин.

Максимальні прогини в моделях з АЖТ (№№3,4) є однаковими. Прогини в моделях без АЖТ (№№1, 2) перевищують максимальні прогини в моделях без АЖТ в 1,3-1,4 рази.

Така різниця у величинах прогинів обумовлена характером зусиль та напружень (груп зусиль), що виникають в плитній частині моделей

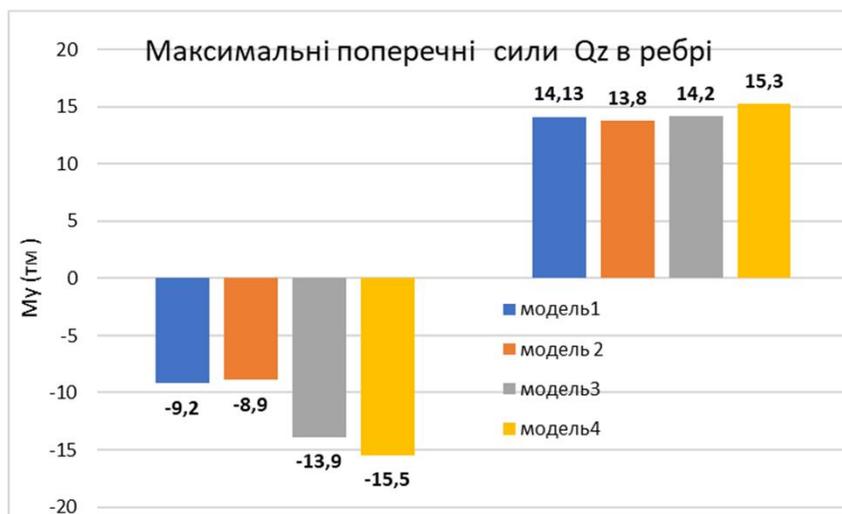
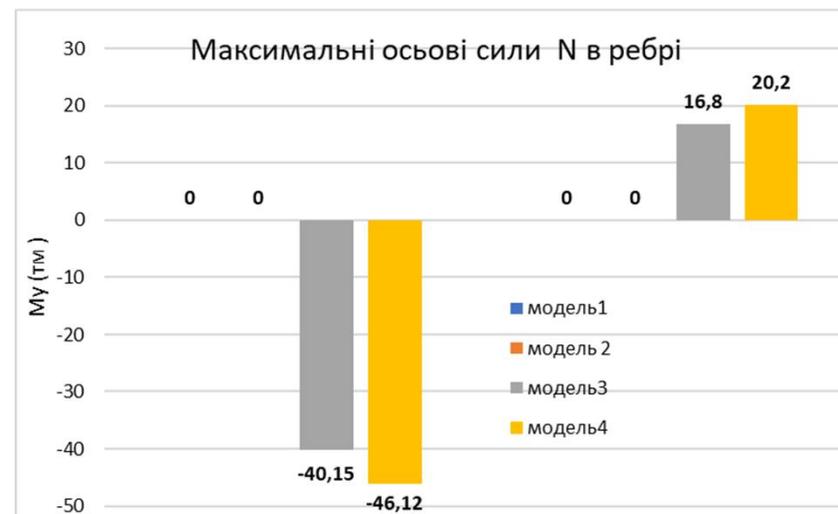
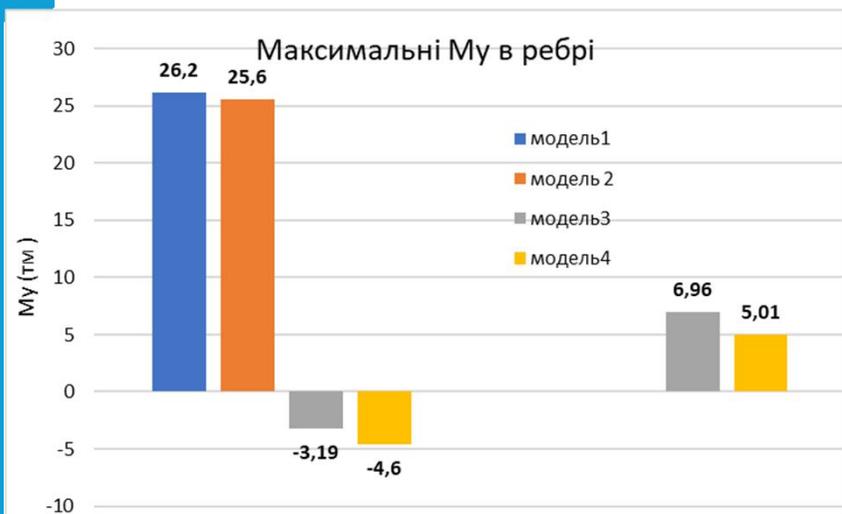
**Таблиця 1. Внутрішні зусилля в ребристій частині
скінченоелементних моделей**

Назва силового фактору	Модель 1		Модель 2		Модель 3		Модель 4	
	M_y (ТМ)	26,2		25,6		-3,19	6,96	-4,6
N (Т)	0	0	0	0	-40,15	16,8	-46,12	20,2
Q_z (Т)	-9,2	14,13	-8,9	13,8	-13,9	14,2	-15,5	15,3

**Таблиця 2. Внутрішні зусилля в плитній частині
скінченоелементних моделей**

Назва силового фактору	Модель №1		Модель №2		Модель №3		Модель №4	
	M_x (Т·М)/М	-2,25	0,21	-2,18	0,215	-2,16	0,16	-2,15
M_y (Т·М)/М	-0,256	1,02	-0,136	1,11	-0,378	0,739	-0,37	0,74
M_{xy} (ТМ)/М	-0,7	0,7	-0,7	0,7	-0,656	0,656	-0,659	0,659
Q_x (Т/М)	-2,55	2,55	-2,49	2,49	-2,74	2,74	-2,46	2,46
Q_y (Т/М)	-1,33	1,33	-1,24	1,24	-1,41	1,4	-1,47	1,46
N_x (Т/М ²)	0	0	0	0	-180	51,7	-149	57,2
N_y (Т/М ²)	0	0	0	0	-104	361	-125	302
t_{xy} (Т/М ²)	0	0	0	0	-395	395	-311	311

Максимальні зусилля в ребрі



Наявність чи відсутність рознесення центру ваги ребристої частини та серединної поверхні плитної частини на відстань суттєвим чином впливає на характер роботи, тобто напружений стан ребристої частини. Так, наявність такого рознесення центрів ваги частин плити (завдяки введенню абсолютно жорсткої вставки чи абсолютно жорсткого тіла) обумовлює виникнення в ребристій частини **зусиль розтягу (осьової розтягуючої сили N)**. **Наявність цієї сили відповідає дійсному характеру роботи ребристої плити.**

Епюри зусиль в ребристій частині моделі

Рис.1 Епюри моментів вигину M_y , що виникають в ребристій частині моделей

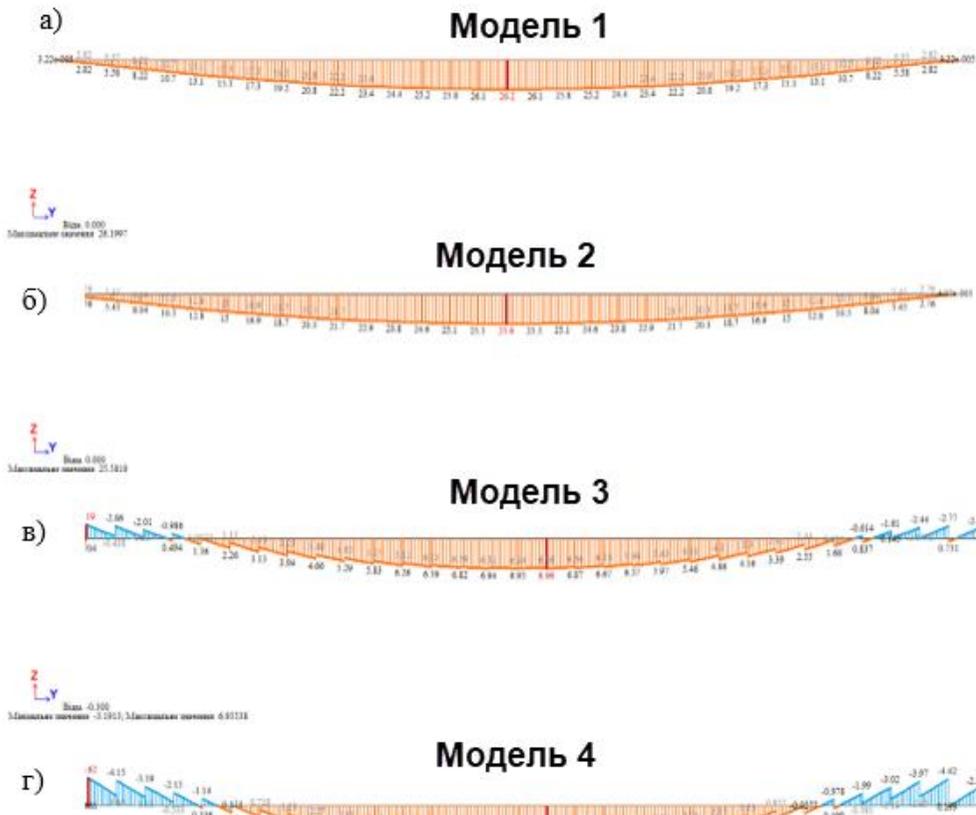
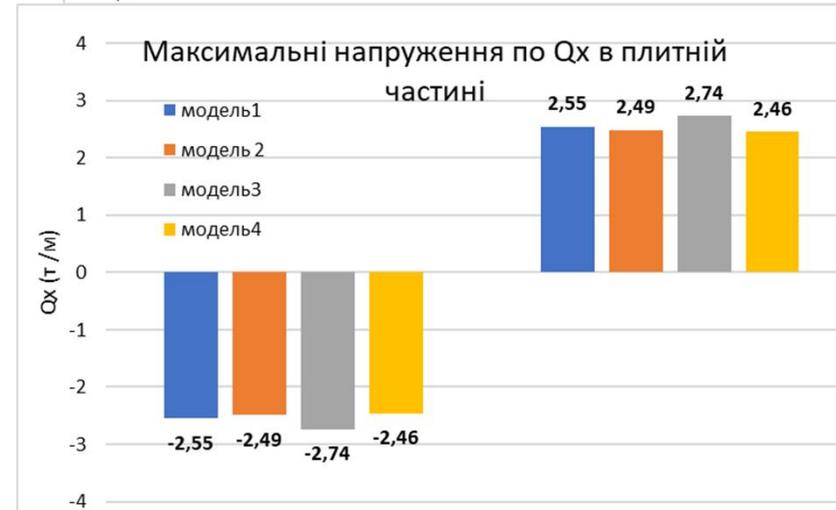
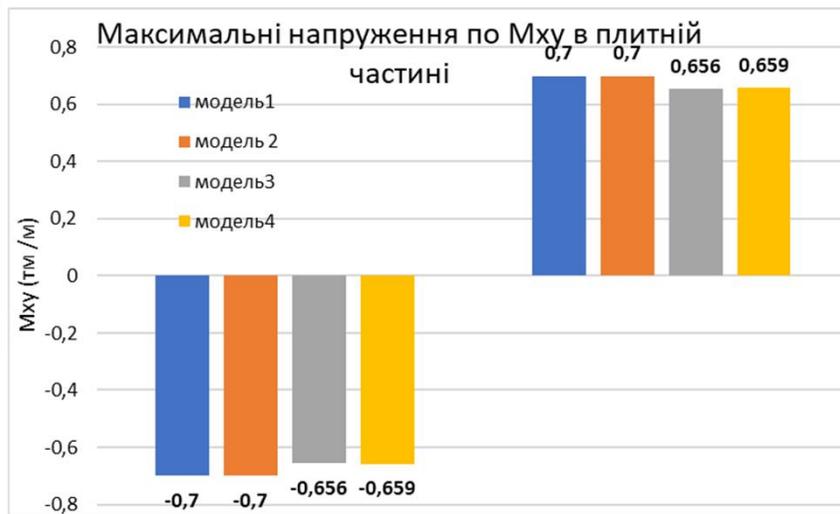
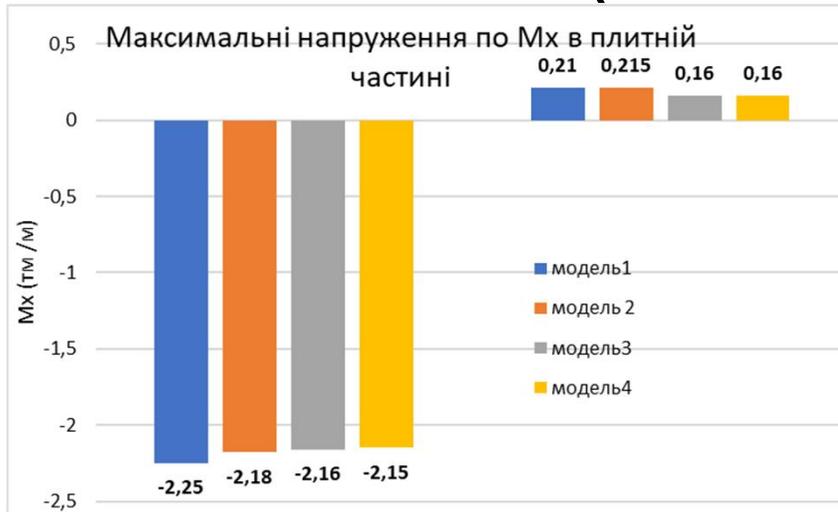


Рис.2 Епюри осьових сил N , що виникають в ребристій частині моделей

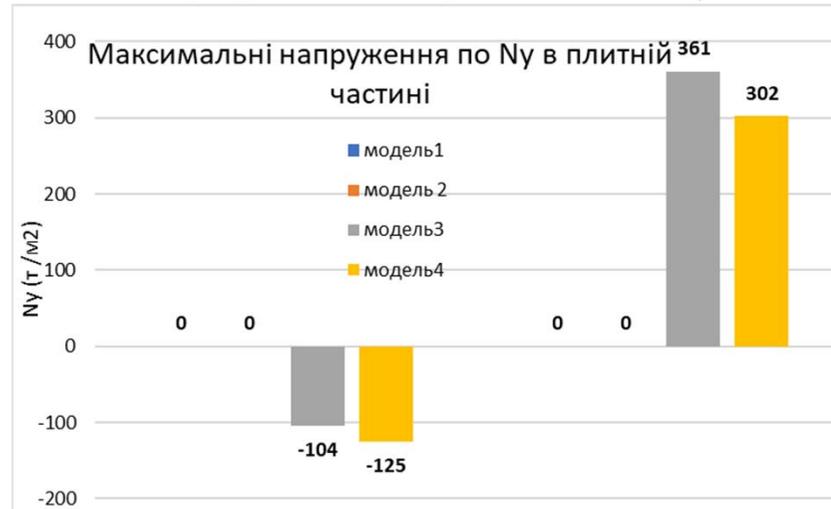
В моделях без АЖТ (моделях №№1 та 2)
осьова сила N відсутня



Епюри зусиль в плитній частині моделі (згинна група зусиль)



Епюри зусиль в плитній частині моделі (мембаннна група зусиль)



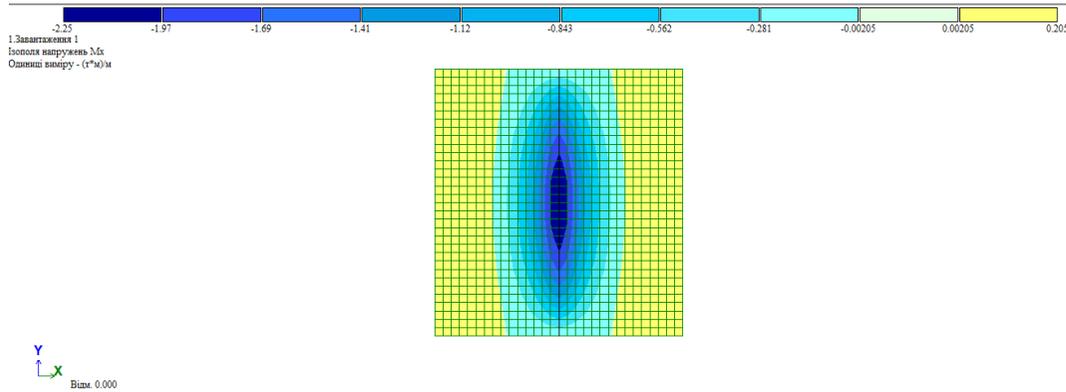
Мембранна група зусиль виникає лише в полках моделей №№ 3 та 4.



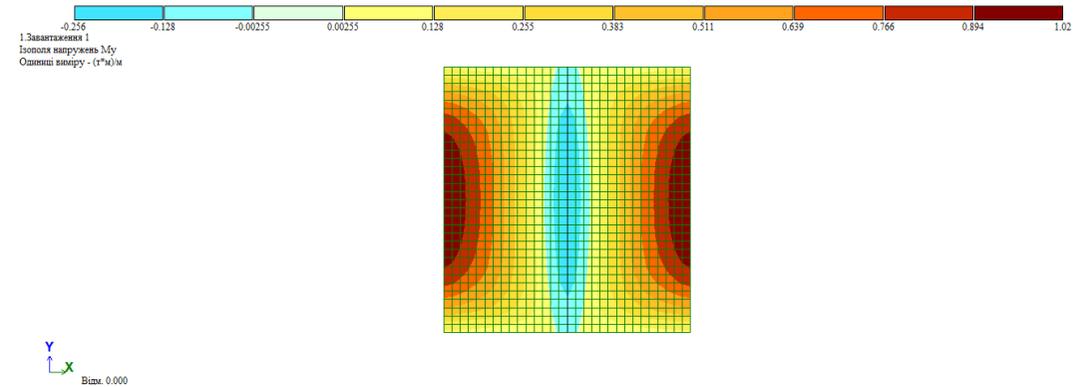
Рознесення на певну відстань (ексцентриситет) плитної та ребристої частини ребристого перекриття обумовлює також виникнення в плитній частині не лише згинної групи зусиль (M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y), але й мембранної групи зусиль (N_x , N_y , t_{xy}). **Мембранна група зусиль впливає на величини деформацій плитної частини (вони є меншими в порівнянні з плитною частиною, де такі зусилля відсутні).**

Епюри групи згинних зусиль в плитній частині на прикладі моделі №1

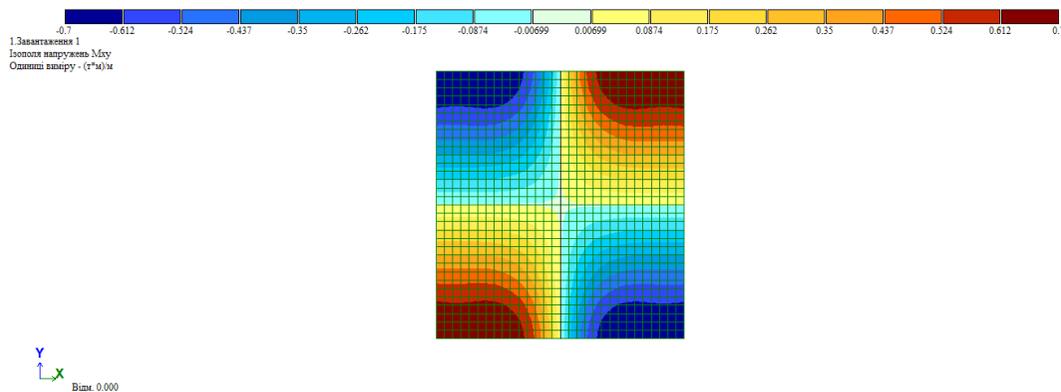
Ізополя напружень M_x



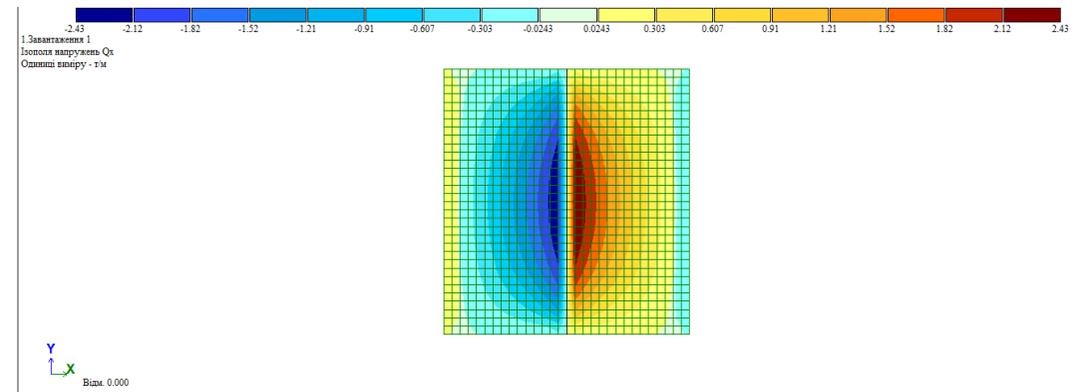
Ізополя напружень M_y



Ізополя напружень M_{xy}

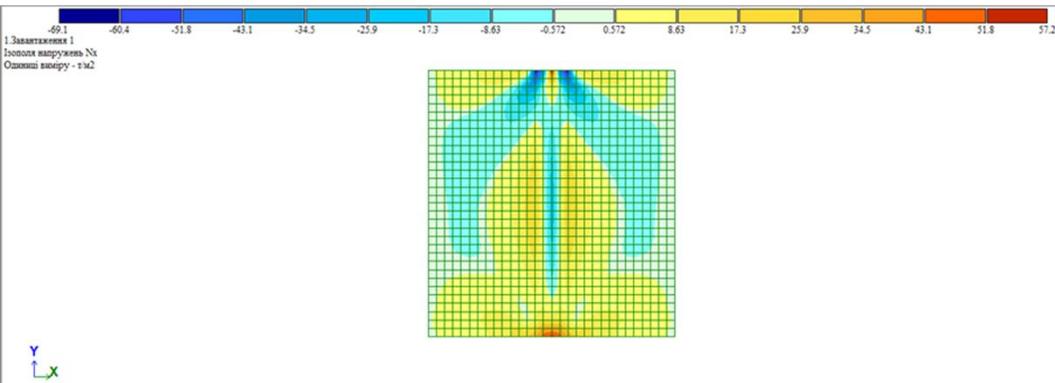


Ізополя напружень Q_x

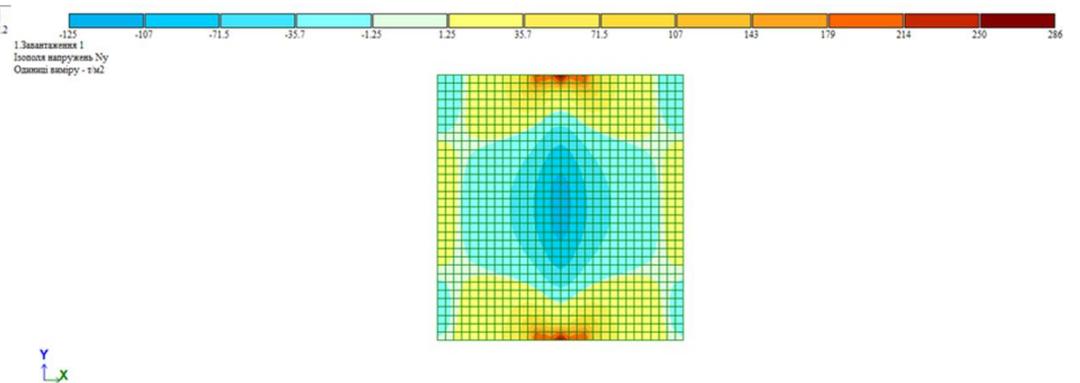


Епюри групи мембранних зусиль в плитній частині на прикладі моделі №4 (наявне АЖТ)

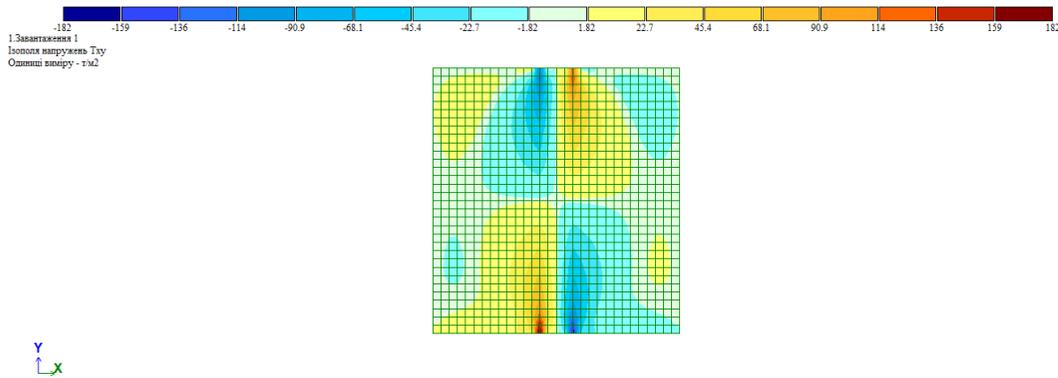
Ізополя напружень N_x



Ізополя напружень N_y

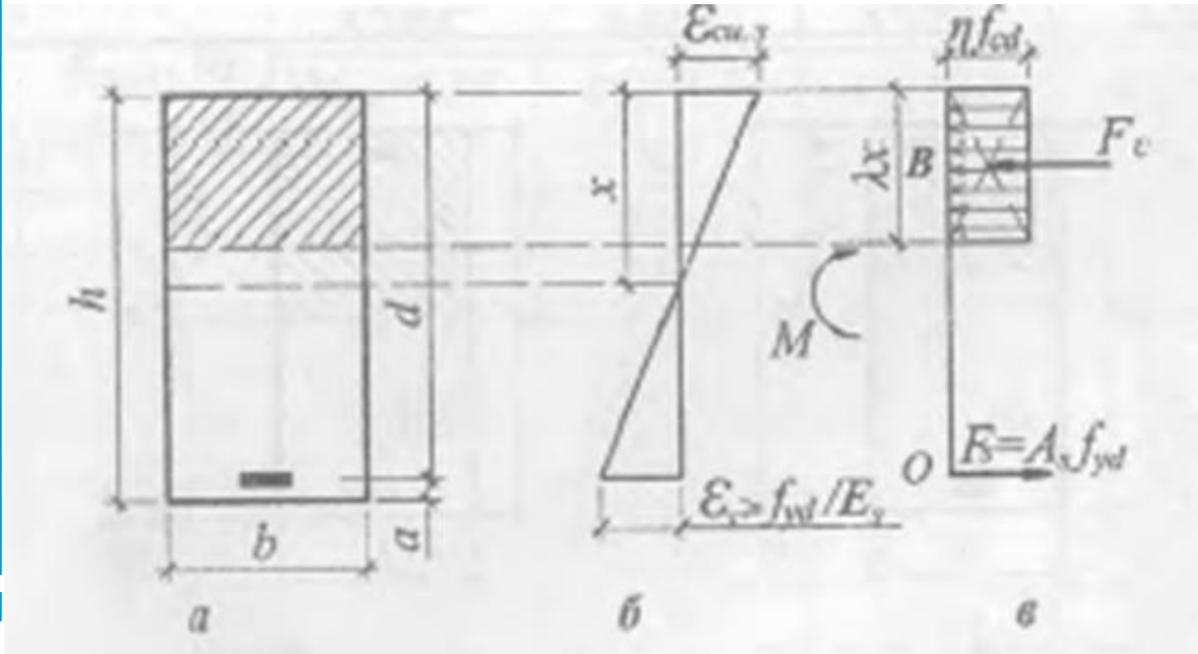


Ізополя напружень t_{xy}



Визначення площі арматури для розрахункових моделей

Рис.1 Розподіл деформацій, напружень та зусиль в нормальному перерізі з одиночним армуванням: а – переріз з одиночним армуванням, б – еюра напружень, в – розрахункова схема зусиль



Таблиця 1. Визначення площі розтягнутої арматури прямокутних перерізів (алгоритм)

№ з/п	Алгоритм
1.	$d = h - c$
2.	$\alpha_m = \frac{M}{bd^2 \cdot f_{cd}}$
3.	В залежності від α_m за табл. 2.7 визначити коефіцієнти ξ та ζ
4.	Якщо $\xi \leq \xi_R$, то перейти до п.5; Якщо $\xi > \xi_R$, то виконати розрахунок перерізу з подвійною арматурою.
5.	Якщо $\zeta < 0,95$, то перейти до п.6; Якщо $\zeta > 0,95$, то прийняти $\zeta = 0,95$ і перейти до п.6.
6.	$A_s = \frac{M}{f_{yd} d \zeta}$, см ²
7.	$\rho_{min} = 0,13\% < \rho = \frac{A_s}{bd} \cdot 100\% < 4\%$
8.	Якщо $\rho_{min} < \rho \leq 4\%$, конструюють переріз. В інших випадках необхідно змінити вихідні дані та перейти до п.1

Таблиця 2. Результати розрахунку підбору арматури

	Схема 1	Схема 2
1	$d=h-c=0,70-0,05=0,65\text{м}$	$d=h-c=0,60-0,05=0,55\text{м}$
	$M_{x, \max} = 257 \text{ кН}\cdot\text{м}$	$M_{x, \max} = 250,16 \text{ кН}\cdot\text{м}$
2	$\alpha_m = \frac{M}{bd^2 \cdot f_{cd}}$ $= \frac{245,2 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,65^2 \cdot 14,5 \cdot 10^6}$ $= 0,126$	$\alpha_m = \frac{M}{bd^2 \cdot f_{cd}}$ $= \frac{239,3 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,55^2 \cdot 14,5 \cdot 10^6}$ $= 0,13$
	$\alpha_m = 0,126 \Rightarrow \xi = 0,17;$ $\zeta = 0,932.$	$\alpha_m = 0,13 \Rightarrow \xi = 0,18;$ $\zeta = 0,928$
3	За табл.4.8: $\xi = 0,17 < \xi_r = 0,640$ (при А400С та С20/25)	За табл.4.8: $\xi = 0,18 < \xi_r = 0,640$ (при А400С та С20/25)
4	Оскільки $\xi_r = 0,640$, то переріз приймаємо з одиночним армуванням	Оскільки $\xi_r = 0,640$, то переріз приймаємо з одиночним армуванням
5	$\zeta = 0,932$, переходимо до п.6	$\zeta = 0,928$, переходимо до п.6
6	$A_s = \frac{M}{f_{yd}d\zeta}$ $A_s = \frac{257 \cdot 10^3}{365 \cdot 0,932 \cdot 0,65}$ $= 11,13\text{см}^2$	$A_s = \frac{M}{f_{yd}d\zeta}$ $A_s = \frac{250,16 \cdot 10^3}{365 \cdot 0,928 \cdot 0,55}$ $= 12,85\text{см}^2$
7	Прийняте армування: 4 Ø20 ($A_s = 12,56 \text{ см}^2$) Загальна площа $A_{s, \text{tot}} = 12,56 \text{ см}^2$	Прийняте армування: 4 Ø22 ($A_s = 14,20 \text{ см}^2$) Загальна площа $A_{s, \text{tot}} = 14,20 \text{ см}^2$
8	$\rho = \frac{A_s}{bd} 100\% = 12,56 / (40 \cdot 60) 100\%$ $= 0,5\% < [4\%]$	$\rho = \frac{A_s}{bd} 100\% = 14,20 / (40 \cdot 55) 100\%$ $= 0,7\% < [4\%]$

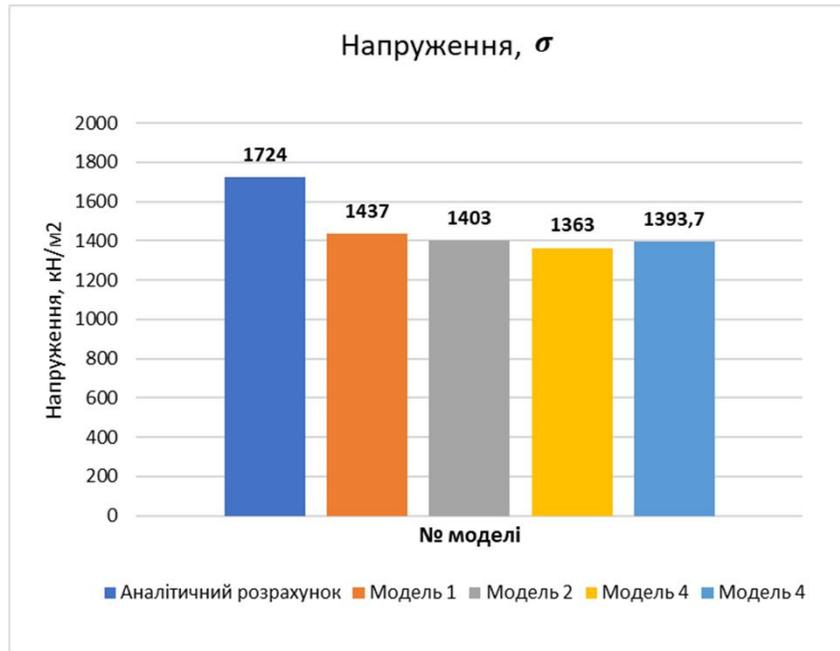
Так як ребра моделей №1 і №2, що не містять абсолютно жорстких тіл (АЖТ), зазнають чистого вигину, а ребра моделей №3 і №4, з'єднані з пластинчастими елементами через жорсткі вставки (тіла), знаходяться в стані позацентрального розтягу, ступінь їх напруження доцільно оцінювати шляхом порівняння напружень від вигину (для моделей №1 і №2) та позацентрального розтягу (для моделей №3 і №4).

Таким чином, для **моделей №3 і №4**, ребра яких одночасно зазнають напружень від розтягу та вигину, формула для визначення напружень матиме наступний вигляд:

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x$$

де: **A**- площа перетину ребристої частини,
J_x– осьовий момент інерції перетину по осі x,
J_y– осьовий момент інерції перетину по осі y,
x (y)– відстань від осі y(x) проходить через центр ваги перерізу до точки в якій розраховується напруга.

Діаграма сумарних напружень « σ »
в балочних елементах ребристого перекриття



Таблиця 1. Сумарні напруження « σ » в балочних елементах ребристого перекриття

Напруження, σ (кН/м ²)								
Аналітичний розрахунок за [11]	Модель 1	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком	Модель 2	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком	Модель 3	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком	Модель 4	Різниця, % відсотках між аналітичним та числовим розрахунком
1724	1437	20	1403	22,8	1363	26,4	1393,7	23,7

Різниця між аналітичним та числовим підрахунком напружень в ребрі для всіх моделей показує задовільний збіг даних.

Метод врахування ексцентричності ребристої та плитної частини в інженерних розрахунках

У практичних розрахунках моделювання плит із ребрами із використанням жорстких вставок є досить трудомістким процесом. Крім того, подальший розрахунок, зокрема підбір арматури та перевірка міцності перерізу, стає доволі складним завданням.

Тому для інженерних розрахунків доцільно моделювати плитно-балочні перекриття за допомогою пластинчастих і стержневих скінчених елементів без застосування абсолютно жорстких вставок.

Ребро при цьому моделюється стержнем прямокутного перетину, а його жорсткість задається у вигляді «числового опису жорсткості» для стрижневого скінченого елемента №10

Числові значення жорсткостей при вигині EJ_y , при крученні GJ_k та розтязі-стиску (осьової жорсткості EF) збільшуються на коефіцієнт K , який відповідає відношенню відповідної жорсткості таврового перерізу до прямокутного [18].

Таким чином, у жорсткості прямокутного перетину враховується вплив полки.

Аналіз результатів, що отримані за запропонованою методикою, свідчить про задовільний збіг числових розрахунків аналітичним.

Численное описание для КЭ 10

EF	<input type="text" value="0"/>	т
Ely	<input type="text" value="0"/>	т ⁴ /м ²
Elz	<input type="text" value="0"/>	т ⁴ /м ²
GIk	<input type="text" value="0"/>	т ⁴ /м ²
Y1	<input type="text" value="0"/>	см
Y2	<input type="text" value="0"/>	см
Z1	<input type="text" value="0"/>	см
Z2	<input type="text" value="0"/>	см
Ru_Y	<input type="text" value="0"/>	см
Ru_Z	<input type="text" value="0"/>	см
q	<input type="text" value="0"/>	т/м

Учет
 GF GFy т
GFz т

Комментарий

Цвет

Висновки

1. Моделювання плити залізобетонного ребристого перекриття за допомогою стрижневих і пластинчастих (оболонкових) елементів за схемами є правильним відображенням реальної конструкції.
2. Аналіз різних джерел показав, що модель стикування плитної частини з ребристою із застосуванням абсолютно жорстких тіл може бути використана для подальшого скінченоелементного моделювання в ПК ЛІРА-САПР. Довжина ексцентриситету визначається як відстань від серединної площини полки до центру ваги перерізу ребра.
3. Поняття «жорстка вставка» стосується скінчених елементів, а аналогічний за змістом інструмент у ПК ЛІРА — це функція «абсолютно жорстке тіло», яка застосовується до вузлів кінцевих елементів. Об'єднуючи вузли скінченоелементної схеми різної розмірності (стержневі, пластинчасті) у жорстке тіло, можна також змоделювати з'єднання плити з ребром.

4. Наявність рознесення центрів ваги частин плити (завдяки введенню абсолютно жорсткої вставки чи абсолютно жорстокого тіла) обумовлює виникнення в ребристій частини зусиль розтягу (осьової розтягуючої сили N). **Наявність цієї сили відповідає дійсному характеру роботи ребристої плити.** Через це головним внутрішнім зусиллям при оцінці напружено-деформованого стану балки стає осьова сила, ексцентрично прикладена відносно нейтральної осі. Відповідно, при застосуванні автоматизованого модуля підбору арматури, армування балок (ребер) виконується як для позацентрово розтягнутих елементів.

В моделях, де таке рознесення (ексцентриситет) відсутній зусилля N не виникає, ребро зазнає лише деформації чистого згину. **Такий напружений стан не відповідає дійсним напруженням в ребрі.**

Тому, виконуючі загальний висновок, слід узагальнити, що в числових розрахунках, при моделюванні залізобетонних ребристих перекриттів (збірних, монолітних) для отримання коректного напруженого стану ребристої частин, насамперед, і **вірного її армування, слід такі перекриття моделювати із рознесенням на необхідний ексцентриситетом плитну й ребристу частину**

5. Рознесення на певну відстань плитної та ребристої частини ребристого перекриття обумовлює також виникнення в плитній частині не лише згинної групи зусиль (M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y), але й мембранної групи зусиль (N_x , N_y , t_{xy}). Мембранна група зусиль впливає на величини деформацій плитної частини (вони є меншими в порівнянні з плитною частиною, де такі зусилля відсутні). Наявність чи відсутність мембранної групи зусиль в полці також впливає й на її армування.

6. Запропоновано метод врахування ексцентричності ребристої та плитної частини в інженерних розрахунках