

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет будівництва та транспорту
Кафедра будівельних конструкцій

До захисту
Допускається
Завідувач кафедри
Будівельних конструкцій

/...../

підпис

«__» _____ 2025 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим рівнем вищої освіти

На тему: «Робота та моделювання ребристого перекриття»

Виконав (ла)	_____	Рябокоть Ю.М.
	(підпис)	(Прізвище, ініціали)
Група	_____	_____
(Науковий)	_____	_____
керівник		Срібняк Н.М.
	(підпис)	(Прізвище, ініціали)

Суми – 2025 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра: будівельних конструкцій

Спеціальність: 192 "Будівництво та цивільна інженерія"

ЗАВДАННЯ

НА МАГІСТЕРСЬКУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Рябоконт Юлія Миколаївна

Тема роботи: Робота та моделювання ребристого перекриття

Затверджено наказом по університету № _____ від "___" _____ 2025р.
Строк здачі студентом закінченої роботи: "___" _____ 2025 р.

Вихідні дані до роботи:

Об'ємно-планувальне рішення будівлі цивільного призначення

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що підлягають розробці)

Провести огляд літературних джерел щодо впливу тріщиноутворення на зміну жорсткості елементів залізобетонних перекриттів при вигині та крученні. Розробити скінченоелементну модель кесонного перекриття та виконати числовий експеримент із використанням різних варіантів статичних розрахунків балочної плити, що досліджується. Проаналізувати отримані результати та сформулювати висновки.

5. Перелік графічного матеріалу (з точною вказівкою обов'язкових креслень)

Мультимедійна презентація в форматі Microsoft PowerPoint

Керівник :


(підпис)

Н.М. Срібняк
(Прізвище, ініціали)

Консультант


(підпис)

В.М. Луцьковський
(Прізвище, ініціали)

Завдання прийняв до виконання:

Здобувач

(підпис)

Ю.М. Рябоконт
(Прізвище, ініціали)

Анотація

Рябоконт Юлія Миколаївна. Робота та моделювання ребристого перекриття – Кваліфікаційна робота магістра на правах рукопису

Кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія». – Сумський національний аграрний університет, Суми, 2025

Робота складається із змісту, загальної характеристики роботи та її кваліфікаційних ознак, опису об'ємно-планувального та конструктивного рішення будівлі, огляду досліджень за обраною темою, розділів основної частини, висновків за результатами досліджень (українською та англійською мовами).

Сформульовано мету, задачі, об'єкт та предмет дослідження, методи наукового дослідження.

Результати досліджень надають можливість за результатами числового експерименту встановити значення переміщень та зусиль при статичних розрахунках системи часторебристого перекриття при різних типах жорсткостей.

Аналіз наукових публікацій та досліджень показав, що тріщиностійкість є важливим аспектом теорії бетону та залізобетону. Тріщини, які виникають перпендикулярно до поздовжньої осі елемента під впливом згинального моменту, є основними для балочних конструкцій, що працюють на згин. Їхня поява знижує жорсткість бетонного елемента, що, у свою чергу, спричиняє перерозподіл внутрішніх зусиль у статично невизначуваних системах.

Залізобетонні перекриття також зазнають значних моментів кручення, тому важливо враховувати зміну жорсткості не лише при вигині, а й при крученні. Метою дослідження є визначення та оцінка напружено-деформованого стану

скінченоелементної моделі монолітного часторебристого (кесонного) залізобетонного перекриття з урахуванням утворення нормальних тріщин. Зокрема, необхідно дослідити вплив зміни жорсткості при крученні внаслідок появи таких тріщин.

Основна частина містить опис скінченоелементної плитно-балкової моделі кесонного перекриття. Подано покроковий алгоритм проведення числового експерименту, який включає статичний розрахунок із пружними жорсткостями, розрахунок із зниженою жорсткістю лише на вигин, а також розрахунок із пониженими жорсткостями як на вигин, так і на кручення. Проведено порівняння результатів усіх варіантів статичних розрахунків.

У **висновках** встановлено, що врахування змін крутильних жорсткостей суттєво впливає як на розподіл переміщень, так і на характер згинальних і крутильних моментів у елементах досліджуваного перекриття. На практиці фактичні прогини плитних систем виявляються більшими за теоретичні, оскільки традиційне проектування враховує лише зміну жорсткості на вигин. Включення до розрахунків зміни жорсткості на кручення дозволяє отримати значення вертикальних прогинів, що ближчі до реальних, які перевищують теоретичні показники.

Ключові слова: кесонне перекриття, часторебристе перекриття, крутильна жорсткість, нормальні тріщини, пластична стадія роботи

Список публікацій та/або виступів на конференціях студента:

Срібняк Н.М., Галушка С.А., Гопка В.С., Рябоконт Ю.М. Дослідження роботи будівельних систем на прикладі диска перекриття із збірних плит. Міжнародна науково-практична конференція «GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION» 10-12.03.2025 року Київ, Україна

В **додатках** наведено; тези конференції, сертифікат учасника конференції, альбом слайдів мультимедійної презентації.

Структура роботи. Робота складається з основного тексту на 42 сторінках, у тому числі 6 таблиць, 34 рисунка. Текст роботи містить 7 розділів, що включають загальну характеристику роботи й висновки, список з 27 джерел, 2 додатків на 36 сторінках. Графічна частина складається з 24 слайдів мультимедійної презентації.

Abstract

Riabokon Yuliia Behaviour and modelling of a ribbed slab – Master's qualification work with manuscript rights.

Master's qualification work in specialty 192 "Construction and civil engineering". – Sumy National Agrarian University, Sumy, 2025.

The **manuscript consists** of the content, the general characteristics of the work and its qualification features, a description of the volume-planning and constructive solution of the building, an overview of research on the chosen topic, sections of the main part, conclusions based on the results of research (in Ukrainian and English).

The **goal, tasks, object and subject of research, methods of scientific research** are formulated.

The **research results** make it possible to determine the values of displacements and forces in the static calculations of the system of a frequently ribbed slab at different types of stiffnesses based on the results of a numerical experiment.

An **analysis of scientific publications** and research has shown that crack resistance is an important aspect of concrete and reinforced concrete theory. Cracking,

which occurs perpendicular to the longitudinal axis of an element under the influence of a bending moment, is the main problem for beam structures in bending. Their appearance reduces the stiffness of the concrete element, which, in turn, causes a redistribution of internal forces in statically indeterminate systems.

Reinforced concrete slabs are also subjected to significant torsional moments, so it is important to take into account the change in stiffness not only in bending but also in torsion. The aim of the study is to determine and evaluate the stress-strain state of a finite element model of a monolithic ribbed (caisson) reinforced concrete slab with consideration of normal crack formation. In particular, it is necessary to study the effect of changes in torsional stiffness due to the appearance of such cracks.

The **main part** contains a description of the finite element slab-beam model of the caisson slab. A step-by-step algorithm for conducting a numerical experiment is presented, which includes a static analysis with elastic stiffnesses, an analysis with reduced bending stiffness only, and an analysis with reduced bending and torsional stiffnesses. The results of all variants of static analysis are compared.

The **conclusions** show that taking into account changes in torsional stiffnesses significantly affects both the distribution of displacements and the nature of bending and torsional moments in the elements of the studied slab. In practice, the actual deflections of slab systems are higher than the theoretical ones, as traditional design only takes into account the change in bending stiffness. Including the change in torsional stiffness in the calculations allows us to obtain values of vertical deflections that are closer to the real ones, which exceed the theoretical values.

Key words: caisson floor, multi-ribbed floor, torsional stiffness, normal cracks, plastic stage of behaviour

A list of the student's publications and/or speeches at conferences:

Sribniak N.M., Halushka S.A., Hopka V.S., Riabokon Yu.M. Study of the operation of building systems on the example of a floor disc made of precast slabs. International

scientific and practical conference 'GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION' 10-12.03.2025 Kyiv, Ukraine

In the **appendices** are given; abstracts of the conference, an album of multimedia presentation slides.

Structure of manuscript. The manuscript consists of the main text on 42 pages, including 6 tables and 34 figures. The text of the work contains 7 chapters, including a general description of the work and conclusions, a list of 27 references, 2 appendices on 36 pages. The graphic part consists of 24 slides of a multimedia presentation.

ЗМІСТ

Завдання	
Анотація	
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ	
1.1 Актуальність теми	
РОЗДІЛ 2. БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ	
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ	
РОЗДІЛ 4. ОБ'ЄМНО-ПЛАНУВАЛЬНЕ ТА КОНСТРУКТИВНЕ ВИРІШЕННЯ БУДІВЛІ	
4.1 Об'ємно-планувальне рішення будівлі	
4.2 Конструктивне рішення будівлі.....	
4.3 Конструктивне рішення монолітного кесонного перекриття.....	
РОЗДІЛ 5. МОДЕЛЮВАННЯ РЕБРИСТОГО ПЕРЕКРИТТЯ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МСЕ	
5.1 Способи, які застосовуються для моделювання ребристої плити.....	
5.2 Вибір найбільш ефективної скінченоелементної моделі	
РОЗДІЛ 6. МОДЕЛЮВАННЯ СКІНЧЕНОЕЛЕМЕНТНОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ЧАСТОРЕБРИСТОГО ПЕРЕКРИТТЯ	
6.1 Скінченоелементна модель часторебристого перекриття	
6.2 Призначення параметрів жорсткості елементам схеми	
6.3 Навантаження та граничні умови	
6.4 Алгоритм виконання числового експерименту.....	
РОЗДІЛ 7. РЕЗУЛЬТАТИ СТАТИЧНОГО АНАЛІЗУ	
7.1 Аналіз ступеня деформативності схеми.....	
7.2 Аналіз напруженого стану ребристої частини перекриття.....	
7.3 Аналіз напруженого стану плитної частини перекриття.....	

ВИСНОВКИ

Література.....

Додатки.....

Додаток 1.Тези доповіді на конференції, сертифікат про участь

Додаток 2.Графічний матеріал (презентація)

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

1.1 Актуальність теми

Тріщиностійкість є ключовим аспектом теорії бетону та залізобетону. Сучасні розрахункові підходи, що належать до так званої «деформаційної моделі», відображають процеси деформування залізобетонних елементів, а також описують механізми утворення, розвитку та розкриття тріщин. Дослідження [2-5] показали, що основними факторами, що впливають на появу, розвиток і ширину розкриття нормальних (перпендикулярних) тріщин, є [1]. У дослідженнях Мурашева В.І. вказано, що напруження в арматурних стержнях залежать від різниці між ділянками з тріщинами та без них. Також встановлено зв'язок між силами зчеплення арматури з бетоном у цих зонах. Ці параметри пов'язані з діаметром арматурних стержнів та площею бетонного перерізу, розташованого в розтягнутій зоні, обмеженій зовнішнім контуром, а також з радіусом активної взаємодії (дослідження О.Я. Берга).

Параметри, що залежать від товщини захисного шару бетону та співвідношення площі розтягнутого бетону в зоні зчеплення до периметра арматурних стержнів [2]. Фактори, що залежать не тільки від граничних деформацій розтягнутого бетону, але й від усереднених деформацій бетону та арматури в зоні між тріщинами (Немировський Я.М.).

Нормальні тріщини, розташовані перпендикулярно до поздовжньої осі елемента, утворюються під впливом згинального моменту. Такий тип тріщин є найбільш поширеним у балкових елементах конструкцій, які працюють на згин, зокрема в плитах перекриття та покриття, як збірних, так і монолітних. Поява тріщин призводить до зниження жорсткості бетонного елемента та його поперечного перерізу. У статично невизначуваних системах ця зміна викликає перерозподіл внутрішніх зусиль у конструкції [6-12]. Більшість дисків перекриття та покриття, незалежно від того, чи складаються вони зі збірних елементів або виконані як монолітна

конструкція, належать до таких систем. У статично невизначуваних системах перекриття за певних умов виникають не лише згинальні моменти, а й крутні моменти, що впливають на переріз. Значні крутні моменти можуть спостерігатися при локальному навантаженні окремої ділянки перекриття або за умови несиметричного розташування головних балок у системі монолітного перекриття.

Оскільки в зазначених умовах залізобетонні елементи перекриття піддаються значним крутним моментам, **важливим завданням** є врахування змін жорсткості **не тільки при вигині, але й при крученні** в статичних розрахунках.

Метою роботи є визначення та оцінка напружено-деформованого стану скінченоелементної моделі монолітного часторебристого (кесонного) залізобетонного перекриття з урахуванням утворення нормальних тріщин. Зокрема, необхідно дослідити вплив змін жорсткості при крученні елемента, спричинених виникненням цих тріщин.

Для досягнення мети необхідно вирішити такі завдання дослідження:

- 1) вивчення та аналіз наукових робіт, присвячених розрахунку залізобетонних конструкцій перекриття з урахуванням деформацій як вигину, так і кручення;
- 2) формулювання висновків на основі досліджень, визначення проблеми та планування числового експерименту;
- 3) аналіз методів моделювання ребристих перекриттів, вибір оптимального способу моделювання часторебристого перекриття для досягнення цілей дослідження;
- 4) розробка скінченоелементної моделі ребристого перекриття за обраним методом моделювання із використанням програмного комплексу ЛІРА-САПР;
- 5) виконати статичний розрахунок скінченоелементної моделі з заданими пружними жорсткостями елементів;

- 6) обчислити момент виникнення тріщин для ребер часторебристого перекриття;
- 7) зменшити жорсткість при вигині в 4 рази на ділянках ребер де $M_{max} \geq M_{crс}$ і виконати статичний розрахунок;
- 8) зменшити обидві жорсткості — при вигині та крученні в 4 рази на ділянках ребер де $M_{max} \geq M_{crс}$ і виконати статичний розрахунок;
- 9) порівняти результати статичних розрахунків (параметри напружено-деформованих станів) за пружним розрахунком та з із зниженими жорсткостями в результаті утворення тріщин;
- 10) сформулювати висновки та визначити перспективи для наступних досліджень.

Об'єкт дослідження – часторебристе монолітне перекриття будівлі із розміром у плані 10,0х10,0 м.

Предмет дослідження – напружено-деформований стан скінченоелементної моделі ребристого перекриття з урахуванням утворення тріщин, а також оцінювання впливу змін жорсткостей при крученні та вигині на напружено-деформований стан конструктиву перекриття.

Практичне значення отриманих результатів

Результати числового аналізу дають змогу оцінити значущість урахування жорсткості при крученні в статичних розрахунках залізобетонних систем перекриття.

Апробація та публікація результатів роботи

Результати роботи опубліковано в збірнику тез конференції «GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION» 10-12.03.2025 року Київ, Україна

Срібняк Н.М., Галушка С.А., Гопка В.С., Рябоконт Ю.М. Дослідження роботи будівельних систем на прикладі диска перекриття із збірних плит. Міжнародна науково-практична конференція «GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION» 10-12.03.2025 року Київ, Україна

РОЗДІЛ 2

БІБЛОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ

Різні фактори, такі як локальне навантаження залізобетонного диска перекриття, наявність отворів у конструкції, несиметричне навантаження тощо, спричиняють виникнення в елементах перекриття не лише згинальних, а й значних крутних моментів [7,8,9,10,11,12,13]. Навіть при проведенні пружного розрахунку системи без урахування нормальних тріщин можна стверджувати, що в елементах перекриття виникають значні моменти кручення. Очевидно, що зменшення жорсткості як на кручення, так і на вигин спричинить перерозподіл крутних і згинальних моментів.

Як свідчать дослідження [13,14,15,16], значення крутних моментів можуть збільшуватися в кілька разів порівняно з результатами, отриманими під час пружного розрахунку. На перерозподіл зусиль у пластичній стадії роботи подібних систем суттєво впливають тріщини різних типів і характеру утворення. Для плитно-балочних систем перекриттів найбільш типовими є нормальні тріщини, що утворюються перпендикулярно до поздовжньої осі елемента. Їхнє виникнення зумовлене впливом згинального моменту (рис. 2.1).

а)



б)



Рис. 2.1 Приклади нормальних від вигину тріщин на мостових балочних конструкціях

На рис. 2.1 представлено зображення залізобетонної мостової балки, що є прикладом конструкції в умовах складного напруженого стану. На її гранях добре помітні нормальні тріщини, спричинені згинальними навантаженнями.

РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Серед методів, що застосовувалися в цій роботі слід виділити наступні:

- 1) **метод синтезу та аналізу інформації** – пошук і вивчення літературних джерел та публікацій, що стосуються розрахунків залізобетонних перекриттів у пластичній стадії роботи з урахуванням тріщиноутворення, а також аналіз досліджень і публікацій, присвячених методам моделювання ребристих плит;
- 2) **метод скінчених елементів** – математичний підхід, використаний для моделювання скінченоелементної моделі ребристого залізобетонного перекриття та визначення його напружено-деформованого стану в межах числового експерименту.

Метод скінчених елементів (МСЕ) є апроксимаційним тобто наближеним методом, і його точність залежить від кількості вузлів, оскільки умови спільності деформацій виконуються лише у вузлових точках. Між

вузлами значення зусиль або деформацій можуть відрізнятися від реальних (рис.3.1), що є цілком можливим у практичних випадках, наприклад, у зонах зосередженого навантаження, різкої зміни перерізу конструкції тощо.

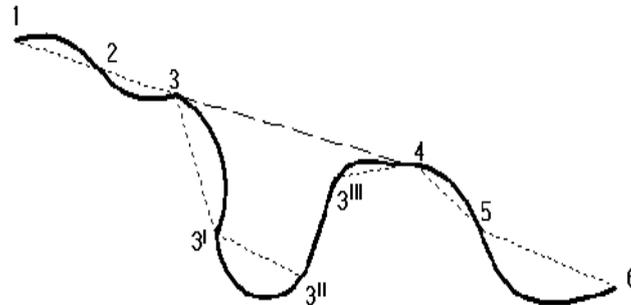


Рис. 3.1 До питання точності МСЕ

_____ - реальна крива

----- - апроксимуюча лінія МСЕ

Визначення напружено-деформованого стану (НДС) континуальної системи (тобто суцільного середовища) за допомогою методу скінченних елементів передбачає отримання НДС дискретизованої системи, який відповідає умовам спільності деформацій та рівноваги.

3) **аналітичний метод** обробки результатів статичного розрахунку розрахунків за допомогою ПК Microsoft Excel.

Основні можливості Excel для обробки дослідницьких даних

Опрацювання великих масивів даних

Excel дозволяє впорядковувати, сортувати та фільтрувати результати експериментів чи спостережень, що спрощує аналіз.

Автоматизація розрахунків

Вбудовані математичні та статистичні функції (SUM, AVERAGE, STDEV, REGRESSION тощо) допомагають швидко виконувати обчислення, оцінювати середні значення, знаходити стандартні відхилення, кореляції між змінними тощо.

Побудова графіків і діаграм

Excel дозволяє створювати лінійні графіки, гистограми, кругові діаграми та інші типи візуалізації, що допомагають краще розуміти закономірності в отриманих даних.

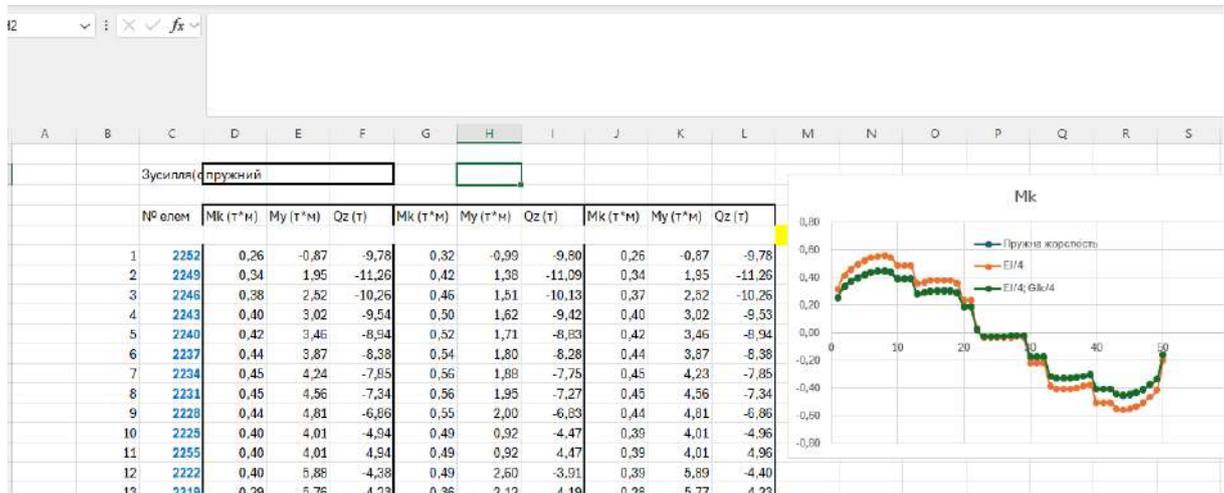


Рис.3.2 Скрін до побудови епюри моментів кручення в ПК Microsoft Excel.

Статистичний аналіз

Завдяки вбудованому інструменту "Аналіз даних" можна проводити регресійний аналіз, перевірку гіпотез, дисперсійний аналіз (ANOVA) та багато інших статистичних досліджень.

Обробка експериментальних результатів

Дослідники можуть використовувати Excel для аналізу лабораторних вимірювань, оцінки тенденцій та прогнозування майбутніх значень на основі наявних даних.

Автоматизація процесів за допомогою макросів

Використання VBA (Visual Basic for Applications) у Microsoft Excel дає змогу автоматизувати рутинні завдання, що значно підвищує ефективність роботи.

Завдяки цим можливостям Microsoft Excel залишається важливим інструментом для науковців, інженерів, економістів та інших фахівців, які працюють із великими наборами даних та потребують ефективного їх аналізу.

РОЗДІЛ 4

ОБ'ЄМНО-ПЛАНУВАЛЬНЕ ТА КОНСТРУКТИВНЕ ВИРІШЕННЯ БУДІВЛІ

4.1 Об'ємно-планувальне рішення будівлі

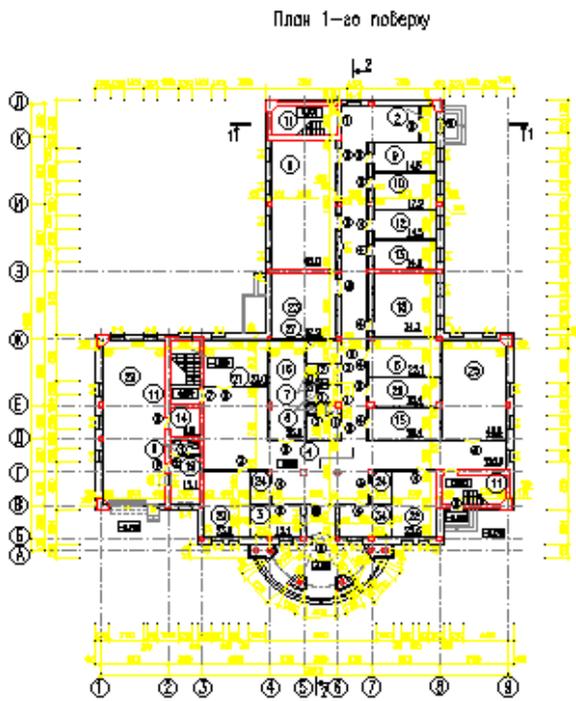
Будівля центру адміністративних послуг (ЦНАП) у Житомирі є громадською спорудою зі складною неправильною формою в плані. Її основні габарити складають 36,1×40 м. Будівля має чотири поверхи, кожен з висотою 3,6 м. На другому поверсі, з боку головного фасаду, передбачено їдальню.

На рисунках 4.1–4.4 представлено плани, фасади, й розрізи будівлі, в якій запроєктовано міжповерхове кесонне перекриття.



Рис.4.1 Фасад в осях 1-9

а)



б)

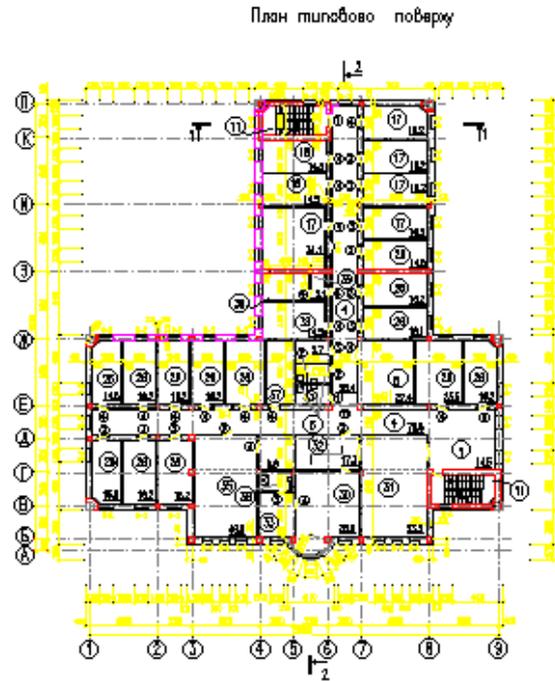


Рис. 4.2 Плани поверхів: першого-а; типового-б

Розріз 1-1

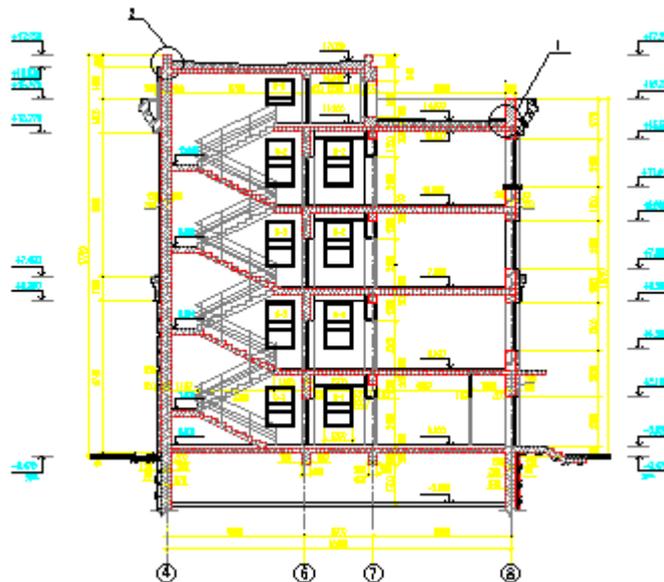


Рис.4.3 Розріз 1-1

Висота будівлі ЦНАП від рівня чистої підлоги 1-го поверху становить 16,0 м, а висота підвалу – 2,5 м. Вхід до підвалу передбачено через перший поверх через спеціальну сходову клітку. У будівлі спроектовано два під'їзди.

Доступ до приміщення здійснюється через сходову клітку або запасний вихід, розташований у внутрішньому дворі. Сходи виконані в

незадимлюваному варіанті, а перехід від сходової клітки до ліфтів передбачено через балкон. Також передбачено тамбури.

Для вертикального сполучення між поверхами встановлено три ліфти та три сходові клітки. Розміри сходових кліток в осях становлять 6,0×3,0 м.



Рис. 4.4 Розріз 2-2

4.2 Конструктивне рішення будівлі

Несуча система будівлі є змішаною, поєднуючи монолітний залізобетонний каркас із нерівномірною сіткою колон (3–6 м) та опиранням плит перекриття на несучі стіни. Просторова жорсткість каркаса забезпечується поперечними та поздовжніми рамами, діафрагмами жорсткості, а також стінами сходових кліток товщиною 400 мм. Конструкції каркаса виконані з важкого бетону.

Фундаменти під колони передбачені стовпчастого типу з неглибоким закладенням, а під монолітні стіни підвалу та несучі стіни з цегли – стрічкового типу.

Колони запроектовані з важкого бетону та мають переріз 400×400мм, 400×600 мм. Діафрагми жорсткості передбачені товщиною 200 мм.

Зовнішні стіни нижче позначки $-0,100$ м виконані з монолітного залізобетону класу $C 20/25$. за [17] товщиною в 400 мм На окремих ділянках зовнішні стіни зведені з керамічної цегли.

Перегородки виконані з блоків із пористого бетону за [18] товщиною ..., встановлених на розчині.

Перекриття прийнято монолітним із залізобетону кесонним (часторебристим). Бетон прийнято важкий із класом на міцність $C 20/25$.

4.3 Конструктивне рішення монолітного кесонного перекриття

Диск перекриття представлений часторебристою (кесонною) плитою, виконаною з важкого бетону класу $C 20/25$.

Загальний вигляд кесонного монолітного перекриття розміром $10,0 \times 10,0$ м у плані зображено на рис. 4.5. Статичний розрахунок може бути виконаний із застосуванням числового методу – методу скінчених елементів.

Для визначення зусиль (згинальних моментів, моментів кручення, перерізуючих сил) у елементах конструкції кесонного перекриття (ребрах і плитах) необхідно виконати статичний розрахунок.

Монолітне ребристе перекриття, представлене на рис. 4.5, відповідає вимогам щодо «нескладної конфігурації ребер».

Полка плити має шарнірне спирання на стіни з усіх чотирьох боків.

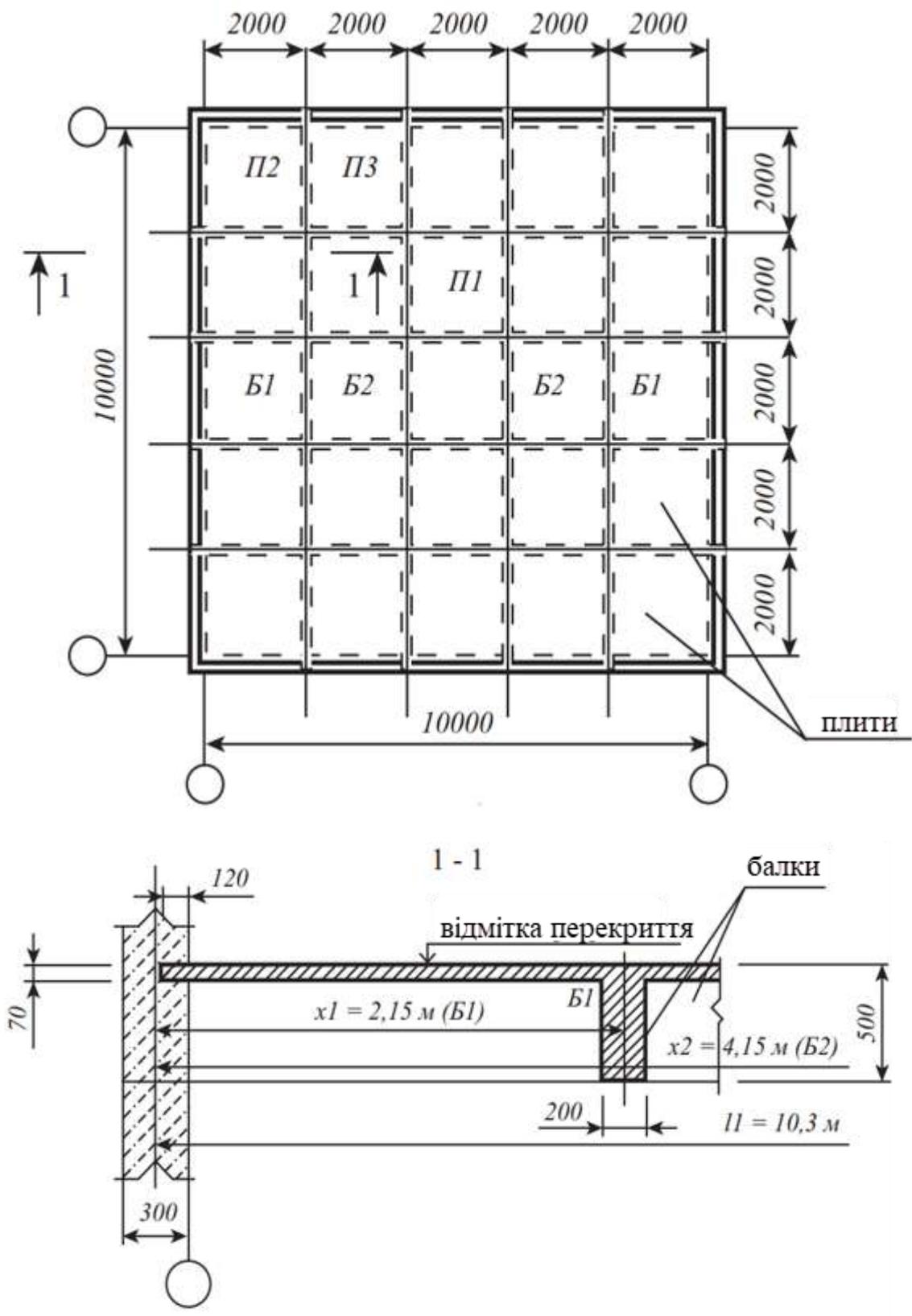


Рис. 4.5. Загальний вигляд монолітного кесонного перекриття

РОЗДІЛ 5

МОДЕЛЮВАННЯ РЕБРИСТОГО ПЕРЕКРИТТЯ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МСЕ

5.1 Способи, які застосовуються для моделювання ребристої плити

Аналітичні методи розрахунку кесонних перекриттів, створені в часи, коли комп'ютери ще не використовувалися, можна знайти в численних посібниках з залізобетонних конструкцій. Ці методи є досить громіздкими і доцільно застосовувати їх для простих конструкцій, таких як перекриття із протсою конфігурацією ребер. Проте, навіть з розвитком обчислювальних методів та програмних комплексів, що їх використовують, залишається чимало питань щодо моделювання та оцінки результатів розрахунку моделей.

Часторебристе (кесонне) перекриття має конструкцію, при якій його верхня поверхня є гладкою, і балки не висуваються за межі площини перекриття. При розрахунку цих конструкцій за допомогою сучасних програмних комплексів, що використовують метод скінчених елементів, виникає необхідність використовувати такі поняття як «стержень», «плита» чи «оболонка». Постає питання, як «з'єднати» два скінчених елементи різних розмірностей, тобто як правильно розташувати стрижневий елемент відносно плитного: чи розміщувати його по центральній (серединній) лінії плити, чи зміщувати з певним ексцентриситетом? Мова йде про те, як змоделювати поздовжні й поперечні ребра в розрахунковій схемі. Важливим є питання, яка з моделей найбільш точно відобразить реальну роботу конструкції під навантаженням [20].

Практичний досвід свідчить, що розрахункові схеми, які використовують проектувальники, часто не відповідають фізичній реальності роботи конструкції. Це пов'язано з необхідністю поєднання в вузлах розрахункової скінченоелементної моделі елементів різної розмірності (стрижневих й пластинчастих скінчених елементів). Цій

проблемі присвячено численні публікації авторів, таких як Перельмутер А.В., Слівкер В.І., Городецький О.С., Маркович А.С., Мастаченко В.М., Семенов В.А. та інших. Питання оптимальності схеми є дискусійним. Розрахункова схема повинна бути такою, щоб дозволяла вирішити задачі розрахунку, які поставлені.

Розрахункові моделі часторебристих (кесонних) перекриттів можна змоделювати за допомогою стандартного набору скінчених елементів. Способи моделювання балочних плит наведено на рис. 5.1.



Рис.5.1 Способи моделювання ребристих (балочних) плит за допомогою скінчених елементів

На рис. 5.2 представлені можливі скінченоелементні схеми, які можуть бути використані для апроксимації ребристої (балочної) плити. На цьому рисунку показані варіанти комбінацій елементів для моделювання плитно-балочної плити. Зокрема, на рис. 5.2 а, б, в показано способи моделювання плитної та балочної частини за допомогою скінчених елементів типу пластина для плитної частини та стрижневих елементів для балочної частини.

На рис. 5.2, а середній шар пластинчатого СЕ збігається з центром ваги прямокутного перерізу стрижня, тобто немає рознесення між серединною лінією та центром ваги стержня. На рис. 5.2, б середній шар пластинчатого скінченного елемента зміщений на певну відстань (розмір жорсткої вставки) від центру ваги прямокутного перетину стрижня. На рис. 5.2, в середина площина пластинчатого скінченного елемента збігається з центром ваги перетину стрижня, при цьому переріз стрижня моделюється у вигляді тавра з полкою зверху.

На рис. 5.2 г, д, е показано моделювання плитної та ребристої частин з використанням одного типу скінчених елементів – пластинчатих. На рис. 5.2 ,г середній шар пластинчатого СЕ плитної частини та середній шар СЕ, що моделює ребристу частину, співпадають. На рис. 5.2 ,д плита та ребриста частини віддалені одна від одної на величину жорсткої вставки (ексцентриситету). На рис. 5.2, е відсутнє рознесення по висоті плитної та ребристої частин. При цьому пластинчаті скінчені елементи плитної та ребристої частин розміщені перпендикулярно.

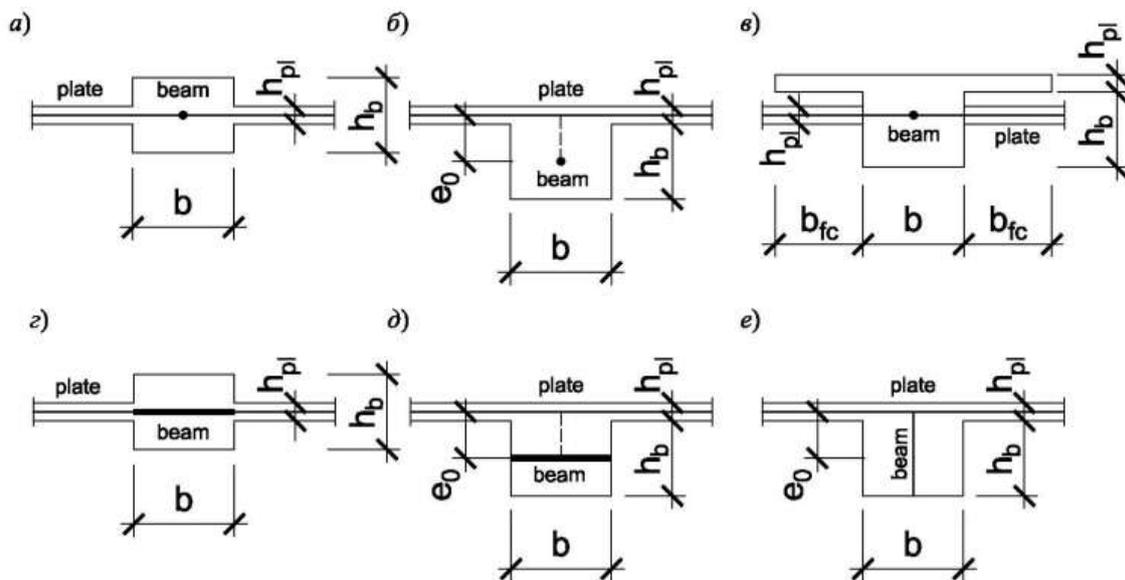


Рис.5.2 Комп'ютерні моделі часторебристого перекриття

Дискретні моделі, у яких плити перекриття моделюються двомірними скінченими елементами (пластинчастими чи оболонковими), а ребра плит (балки) — одновимірними стрижневими скінченими елементами, є доволі

поширеними (рис. 5.2 *а, б, в*). Значна популярність таких схем пояснюється відносною сумісністю двомірних скінчених елементів типу «пластина», які ефективно передають зусилля при згині, та одновимірних скінчених елементів типу «стержень». Застосування зазначених типів скінчених елементів дає змогу окремо розраховувати армування як плит, так і ребер, що ефективно реалізується за допомогою модулів автоматизованого розрахунку арматури, зокрема в ПК Ліра-САПР [21].

5.2 Вибір найбільш ефективної скінченоелементної моделі

Для коректного створення комп'ютерної моделі балочної плити необхідно забезпечити спільну взаємодію плити та її ребер. Це вимагає врахування роботи балок у контексті плити. Отже, модель, представлена на рис. 5.2, *а*, не відповідає цим вимогам [20].

Щоб врахувати ексцентриситет між центром ваги перетину ребра та середньою поверхнею плити, застосовують інструмент **абсолютно жорстких вставок** (рис. 5.2, *б*). У цьому випадку використання таких вставок реалізує гіпотезу Кірхгофа. Згідно з цією гіпотезою, плоскі перетини залишаються плоскими навіть у деформованому стані елементу. Ексцентриситет стрижньового скінченного елемента спричиняє появу в плитній частині **мембранних зусиль, які зменшують згинальні моменти в прольоті**. Це підтверджується результатами експериментальних досліджень, що свідчать про позитивний вплив розпірних зусиль. Тому, враховуючи ексцентриситет балок, плиту доцільно моделювати скінченими елементами типу **оболонки**. **Такі елементи можуть сприймати не лише згинальні зусилля, а й мембранну групу зусиль**. Варто зазначити, що ексцентричне з'єднання балки, з одного боку, дозволяє не враховувати участь частини плити (полиці) в роботі балки (ребра), а з іншого – призводить до появи в стрижньовому елементі поздовжньої осьової сили N , яка врівноважує мембранну групу зусиль у плиті. Таким чином,

ключовим внутрішнім зусиллям у ребрах при оцінці їхнього напружено-деформованого стану є осьове зусилля, ексцентрично прикладене відносно нейтральної осі. Така картина розподілу зусиль не є характерною для балкових розвертків. Отже, при використанні постпроцесора для підбору арматури армування балок виконуватиметься за принципом позацентрово розтягнутих елементів.

Аналіз різних джерел [20, 22, 23, 24, 26] показав, що модель з'єднання плитної частини та ребра із застосуванням абсолютно жорстких вставок (рис. 5.3), яка також відповідає схемі на рис. 5.2, б, може бути доцільною для подальшого скінченоелементного моделювання в ПК ЛИРА-САПР. Інструмент «абсолютно жорстке тіло» виконує аналогічну функцію до «абсолютно жорсткої вставки». Детальніше про особливості їх застосування дивись у п. 6.1.



Рис.5.3 Ексцентричність стиків в узлах плитного та стержньового елементів

Величина жорсткої вставки є рівною відстані від центру ваги перетину полки (чи її серединної поверхні) до центру ваги перетину прямокутного ребра.

Якщо (за рис.5.2,б): $h_{\text{плити}} = 0,07 \text{ м}$, $h_{\text{стілки балки}} = 0,5 - 0,07 = 0,43 \text{ м}$, то величина жорсткої вставки за рис. 5.3 становить:

$$\frac{0,07}{2} + \frac{0,43}{2} = 0,25 \text{ м.}$$

Отже, стержні з поперечним перетином $0,2 \times 0,43$ м закріплюються до вузлів плитної частини, змодельованої пластинами, за допомогою жорстких вставок. Вузли розташовані в серединній поверхні пластин.

У джерелі [26] зазначено, що розглянута модель (рис. 5.2, б) найточніше відображає реальну роботу балочного перекриття. Крім того, цей підхід до моделювання дозволяє усунути питання щодо ступеня залучення плити до роботи при згині балок.

РОЗДІЛ 6

МОДЕЛЮВАННЯ СКІНЧЕНОЕЛЕМЕНТНОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ЧАСТОРЕБРИСТОГО ПЕРЕКРИТТЯ

6.1 Скінченоелементна модель часторебристого перекриття

Перекриття характеризується розміром у плані $10,0 \times 10,0$ м (рис. 6.1, б). Перетин ребер прийнято однаковим за двома напрямками розташування ребер (вздовж осі X та осі Y, (рис. 6.1, а).

В ПК ЛІРА-САПР 2024 змодельємо скінченоелементну схему часторебристого перекриття (рис. 6.2).

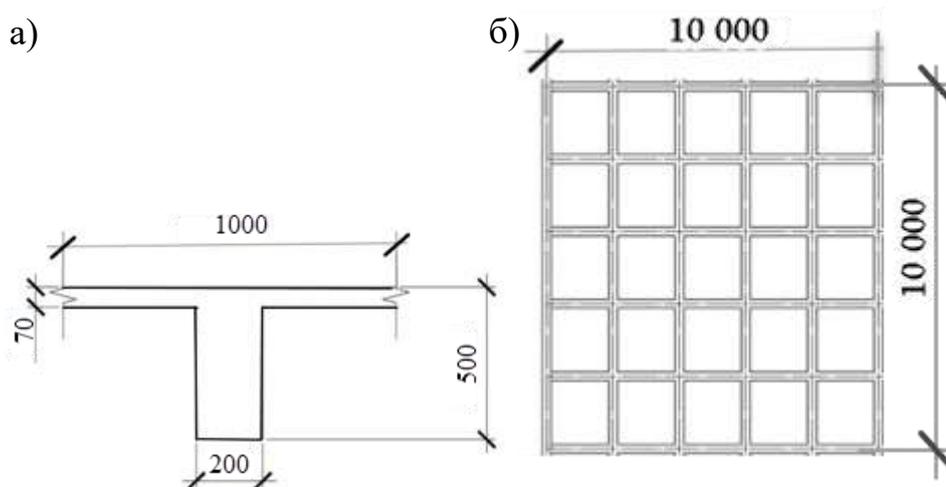


Рис. 6.1. Поперечний переріз залізобетонної кесонної плити перекриття –а;
загальний вигляд в плані перекриття –б

Виконаємо числовий розрахунок кесонного монолітного перекриття, схема якого представлена на рис. 6.1. Плитна частина моделюється

пластинчастими скінченними елементами (СЕН№41) завтовшки 7,0 см, а ребра – стрижньовими скінченними елементами загального типу (СЕН№10) з перерізом 20x43 см.

Кожне ребро часторебристого перекриття поділено на відрізки довжиною 0,2 м. Такий поділ обрано для зручності визначення величин згинальних моментів на цих ділянках.

У розділі 5 цієї роботи представлено методику створення скінченоелементної моделі ребристої плити з використанням опції «абсолютно жорстка вставка». Розмір цієї вставки визначає розташування ребра відносно плитної частини (рис. 6.2).

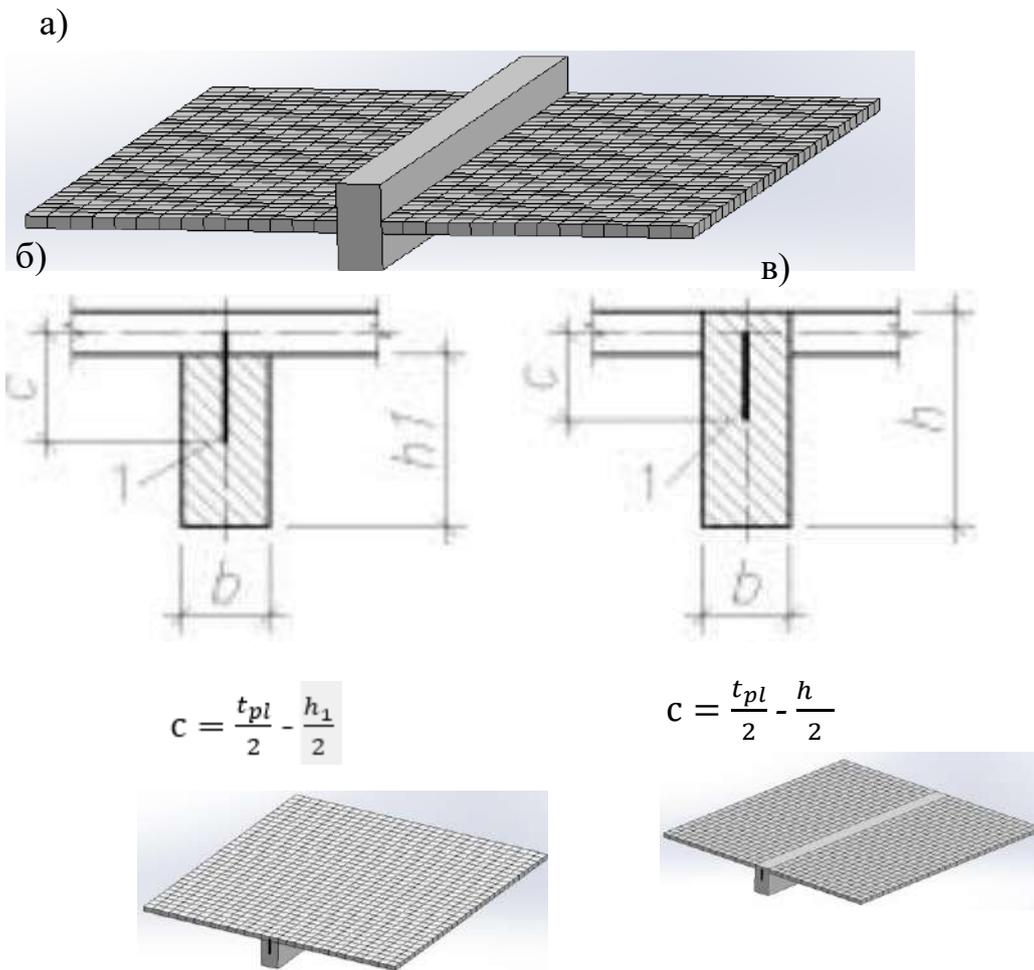


Рис 6.2 Жорстка вставка відсутня (серединна лінія пластинчатого СЕ елемента та центр ваги стержневого елемента прямокутного перетину знаходяться на одній лінії) -а; величина жорсткої вставки моделює примикання ребра до плитної частини-б; величина жорсткої вставки моделює «врізання» ребра в плитну частину -в

Термін «жорстка вставка» стосується скінчених елементів. У програмному комплексі ЛІРА-САПР його аналогом є інструмент «абсолютно жорстке тіло», який застосовується до вузлів скінченоелементної схеми.

Об'єднуючи вузли скінчених елементів різної розмірності (стержні, пластини) в жорстке тіло, можна змоделювати стикування плити з ребром (рис. 6.2 б, в).

Скінченоелементна схема, що створена в ПК ЛІРА-САПР 2024, із урахуванням методу з'єднання плитної частини з ребрами, - «абсолютно жорстке тіло» наведена на рис.6.3.

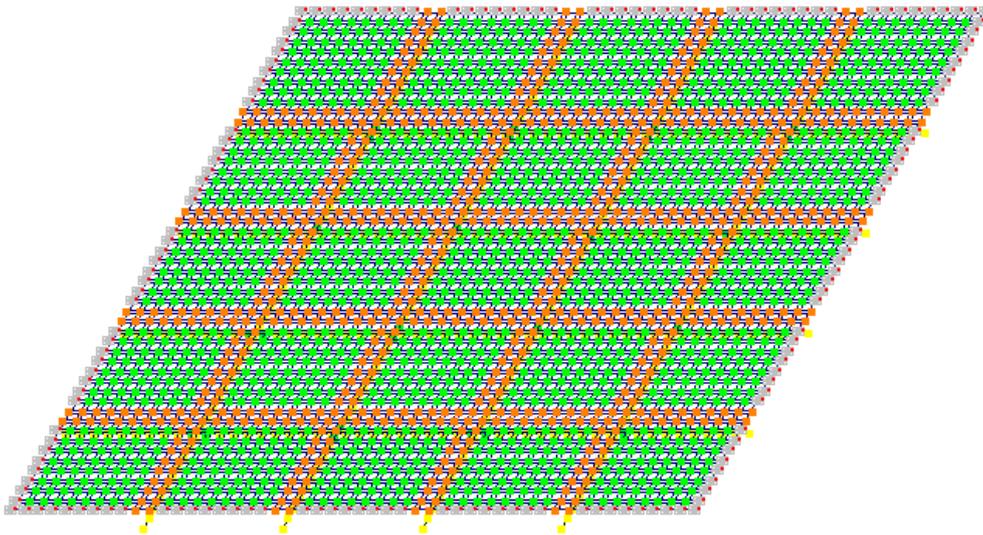


Рис. 6.3 Скінченоелементна модель кесонного перекриття

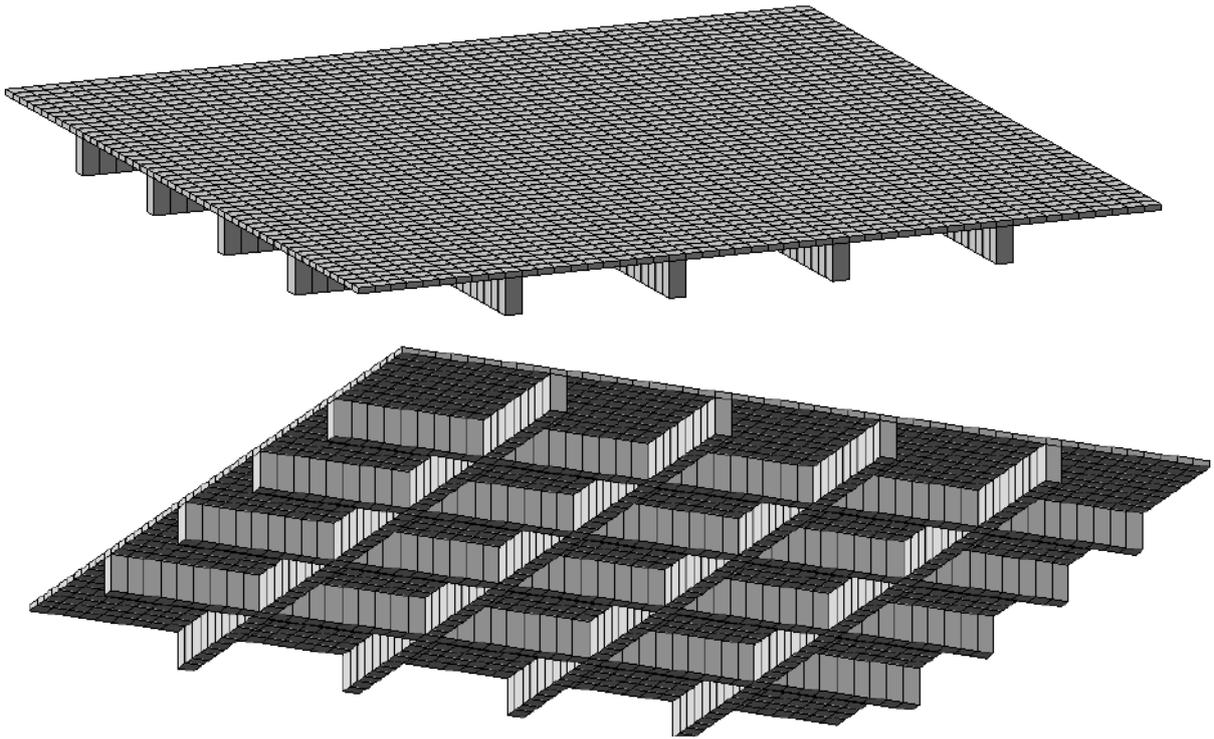
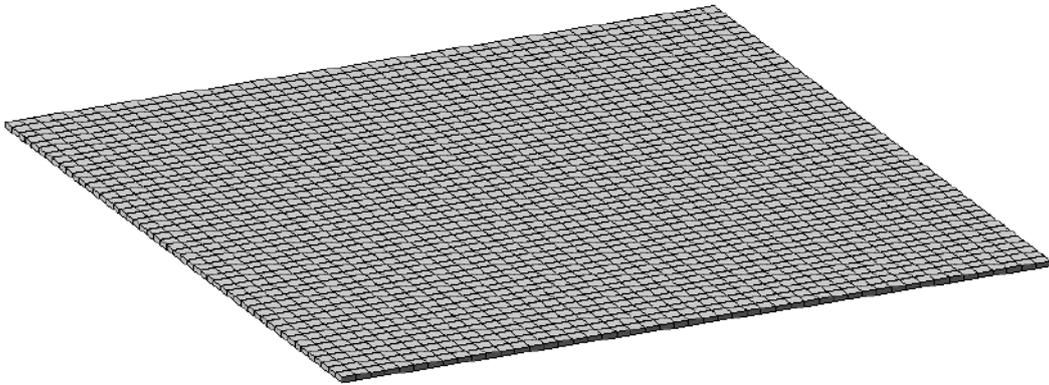


Рис. 6.4. Розрахункова просторова модель кесонного монолітного перекриття за рис.6.1

а)



б)

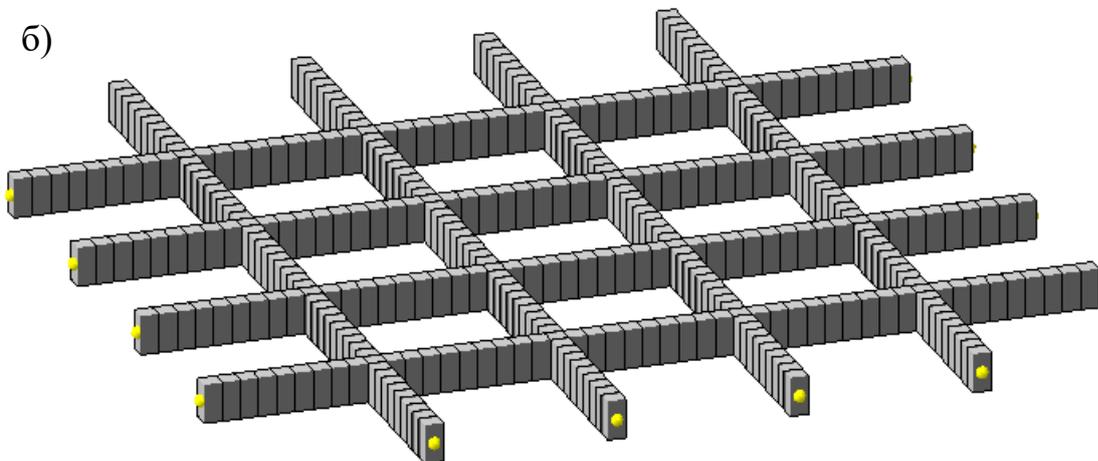


Рис. 6.5. Просторова модель плитної частини ребристого перекриття—а; просторова модель ребристої частини перекриття—б

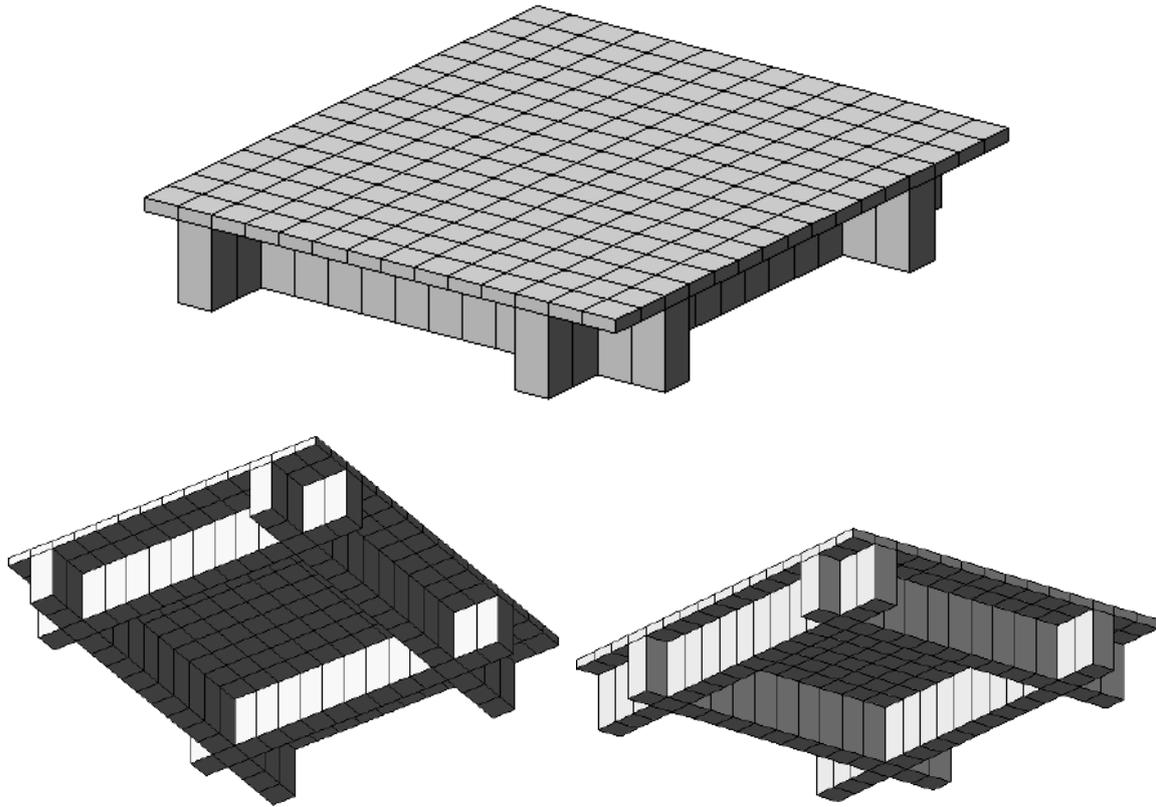


Рис. 6.6. Фрагмент 2,0х2,0 м, виокремлений з масиву кесонної структури

6.2 Призначення параметрів жорсткості елементам схеми

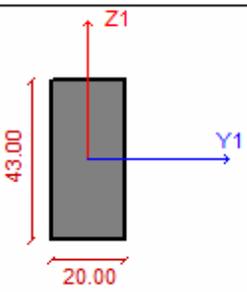
У таблиці 6.1 наведено жорсткісні характеристики стержньових скінчених елементів прямокутного перерізу (рис. 5.2), з яких сформовано скінченоелементну розрахункову модель. Ці жорсткісні параметри призначені стрижням, що моделюють ребра, для виконання пружного розрахунку. Значення жорсткості стрижньових елементів задано у числовому форматі.

Прийнято часторебристу плиту перекриття із бетону класу С20/25 із наступними характеристиками [27]:

$$f_{cd} = 14,5 \text{ МПа}, f_{ctk,0,05} = 1,5 \text{ МПа} = 0,15 \text{ кН/см}^2,$$

$$E_{cd} = 23 \text{ ГПа} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ МПа} = 2\,300 \text{ кН/см}^2.$$

Таблиця 6.1 - Жорсткості елементів при пружному розрахунку

Тип СЕ	Назва параметру	Позна-чення величини	Значення	Одиниця виміру
 Бетон класу С20/25	Осьова жорсткість	EF	263 160	Г
	Жорсткість на згин відносно осі Y	EJ_y	4054,86	Г·М ²
	Жорсткість на згин відносно осі Z	EJ_z	877,2	Г·М ²
	Жорсткість на кручення	GJ_t	1036,06	Г·М ²
	Початковий модуль пружності	E	$2,3 \cdot 10^6$	Г/М ²
	Модуль зсуву	G	958333	Г/М ²
	Коефіцієнт Пуасона	ν	0,2	
	Момент опору перерізу в пластичній стадії роботи бетону	W_{pl}	9245	см ³

На першому етапі (див. рис. 6.6) передбачається виконання статичного розрахунку системи, у якій елементам задано жорсткісні характеристики в числовій формі згідно з таблицею 6.1.

6.3 Навантаження та граничні умови

Залізобетонна плита має шарнірне опирання по периметру, що обмежує лінійне переміщення вздовж осі Z. Навантаження на плитну частину представлено у вигляді рівномірно розподіленого навантаження, прикладеного до пластинчастого скінченного елемента.

Розрахунок навантажень на кесонне перекриття та його плити наведено в таблиці 6.1.

Таблиця 6.2 - Навантаження на 1м² перекриття

№ з/п	Назва та значення навантаження, кН/м ²	Характеристичне значення, кН/м ²	Коефіцієнт надійності за навантаженням	Розрахункове значення, кН/м ²
1. Постійне навантаження				
1.1	Підлога	0,24	1,2	0,29
1.2	Власна вага кесонної плити	Автоматично обчислюється в ПК ЛІРА-САПР		
2. Тимчасове навантаження (корисне)		2,0	1,2	2,4
Всього на перекриття (без урахування власної ваги):				2,69

Згідно із [27] для бетону класу за міцністю С20/25 характеристичний опір бетону при розтязі становить $f_{ctk,0,05} = 1,5 \text{ МПа} = 0,15 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$.

Обчислимо значення моменту згину, що обумовлює виникнення тріщин:

$$M_{crc} = f_{ctk} \cdot W_{pl} \quad (6.1)$$

де W_{pl} – моменту опору перетину стрижня під час роботи елемента у пластичній стадії деформування:

$$W_{pl} = W_{elast} \cdot 1,5 \quad (6.2)$$

Момент опору перерізу W_{pl} під час роботи елемента в пружній стадії для стрижня із прямокутним перерізом (табл.6.1): $W_{pl} = 9245 \text{ см}^3$.

Момент, коли утворюються тріщини M_{crc} для стрижнів першого типу скінченоелементної моделі:

$$M_{crc} = f_{ctk} \cdot W_{pl} = 0,15 \cdot 9245 = 1386,75 \text{ кН}\cdot\text{см} = 1,41 \text{ т}\cdot\text{м}$$

Отже, при виконанні аналізу епюри моментів $M_{y, elast}$ (рис. 6.9,а), можна виокремити ділянки плит, в перетинах яких максимальний згинальний момент $M_{y, max}$ від навантаження, що діє ззовні, буде перевищувати величину моменту тріщиноутворення $M_{cr,c}$ (рис. 6.9,б).

Таблиця 6.3 - Жорсткості на вигин та кручення для стержньового елемента ($EI_y/4$, $GI_k/4$) на ділянках ребер, де виникають нормальні тріщини

№ з/п	Назва параметру	Позначення	Значення величини	Одиниця виміру
1	Згинальна жорсткість щодо осі Y	EI_y	1013,715	Г·м ²
2	Жорсткість на крутіння	GI_k	259,015	Г·м ²

6.4 Алгоритм виконання числового експерименту

На рис.6.7 наведено алгоритм виконання числового експерименту

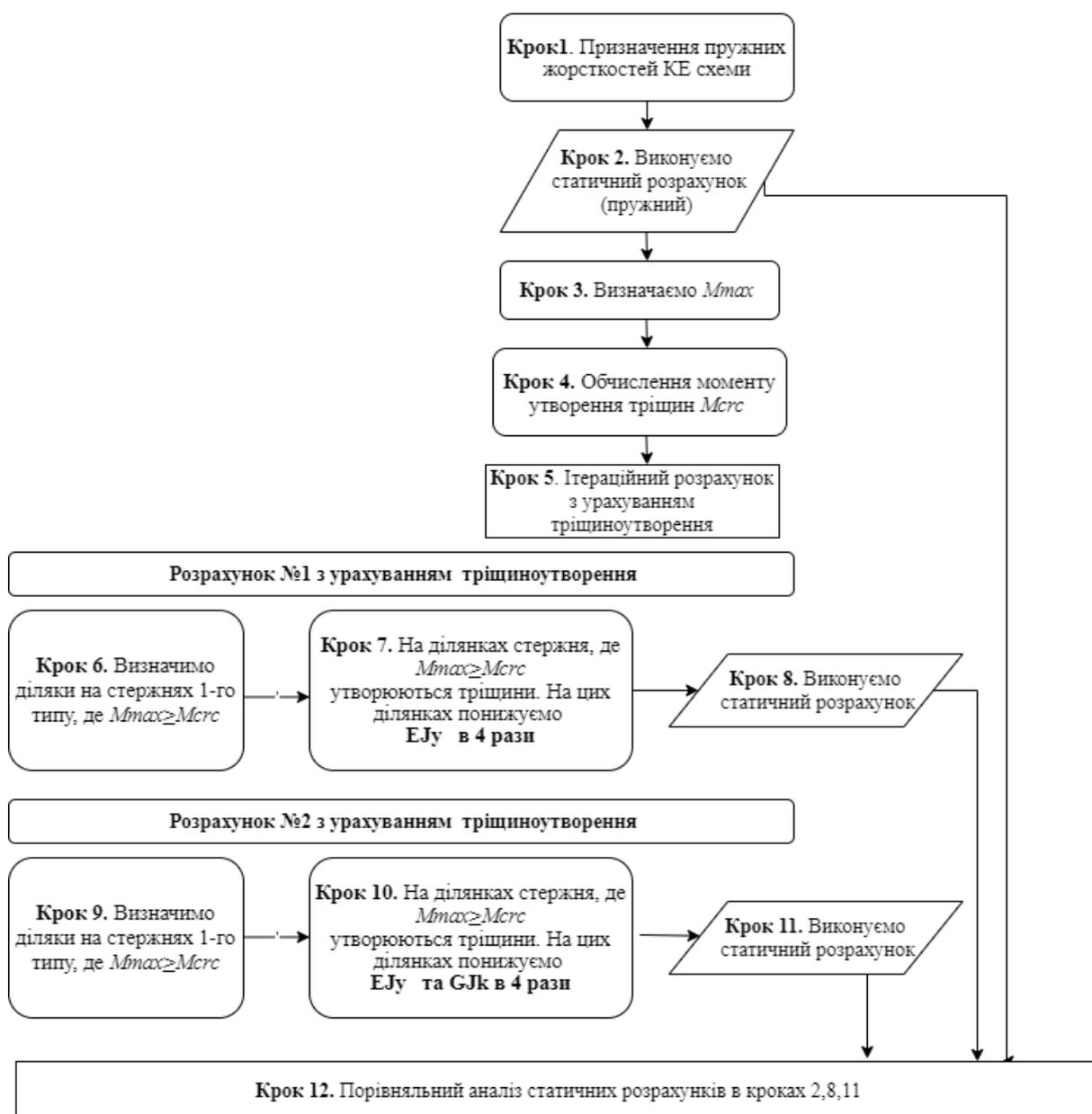


Рис.6.7 Алгоритм числового експерименту

На першому етапі (рис. 6.7) передбачається виконання статичного розрахунку системи, у якій елементам задано пружні значення жорсткості (таблиця 6.1). В подальшому обчислюється момент тріщиноутворення M_{cr} та проводиться порівняння згинального моменту M_y на ділянках стержнів скінченоелементної моделі відповідно до рис. 6.8.

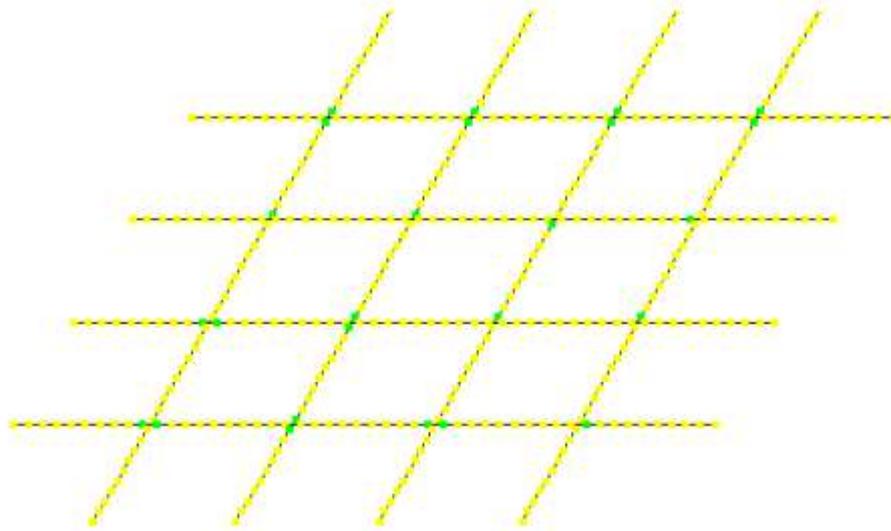


Рис. 6.8 Фрагментація скінченоелементної схеми перекриття - показана лише ребриста частина плити

На відрізках стержнів з максимальним згинальним моментом $M_{max} > M_{crc}$, виникають нормальні тріщини від вигину. На наступних етапах буде виконано ітераційні розрахунки з урахуванням зниження жорсткості на вигин $EI_y/4$ у 4 рази (табл. 6.3), а також із одночасним зменшенням жорсткостей при вигині та крученні $EI_y/4$ (згідно з табл. 6.3).

Ітераційні розрахунки завершувалися, коли значення жорсткості елемента з урахуванням змін на останній ітерації збігалося зі значенням жорсткості на попередній ітерації. Змінений тип жорсткості є зниженим, оскільки враховує вплив тріщиноутворення. Як показали попередні числові експерименти, зазвичай потрібно було виконати 5–6 ітераційних розрахунків. Однак у цьому дослідженні для кожного типу розрахунку зі зниженою жорсткістю виявилось достатньо лише однієї ітерації.

На рис. 6.9 представлена еюра згинальних моментів після 1-го пружного розрахунку. Як видно з рис. 6.8, величини моментів майже по всій довжині стержня (ребра) є більшими за встановлену величину $M_{crc} = 1,41$ тм.

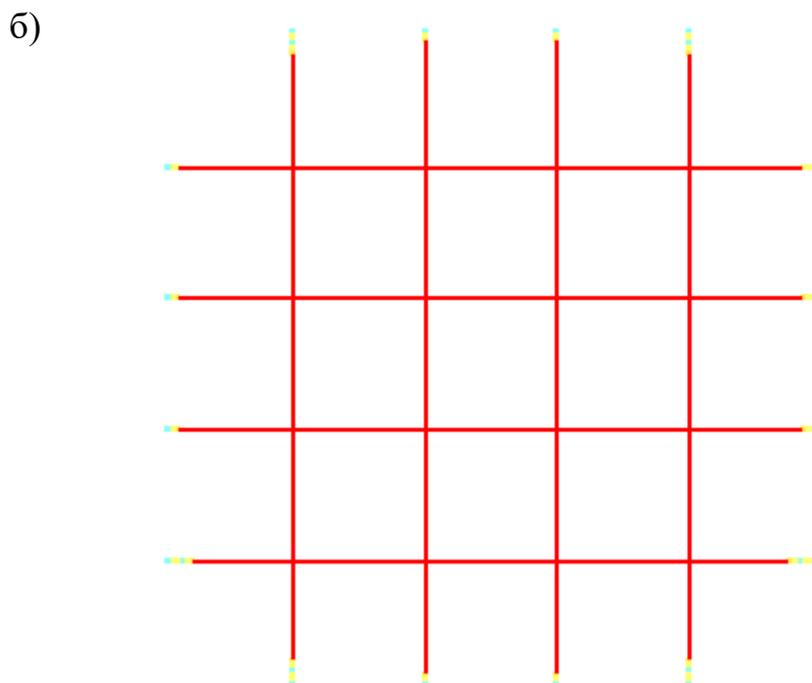
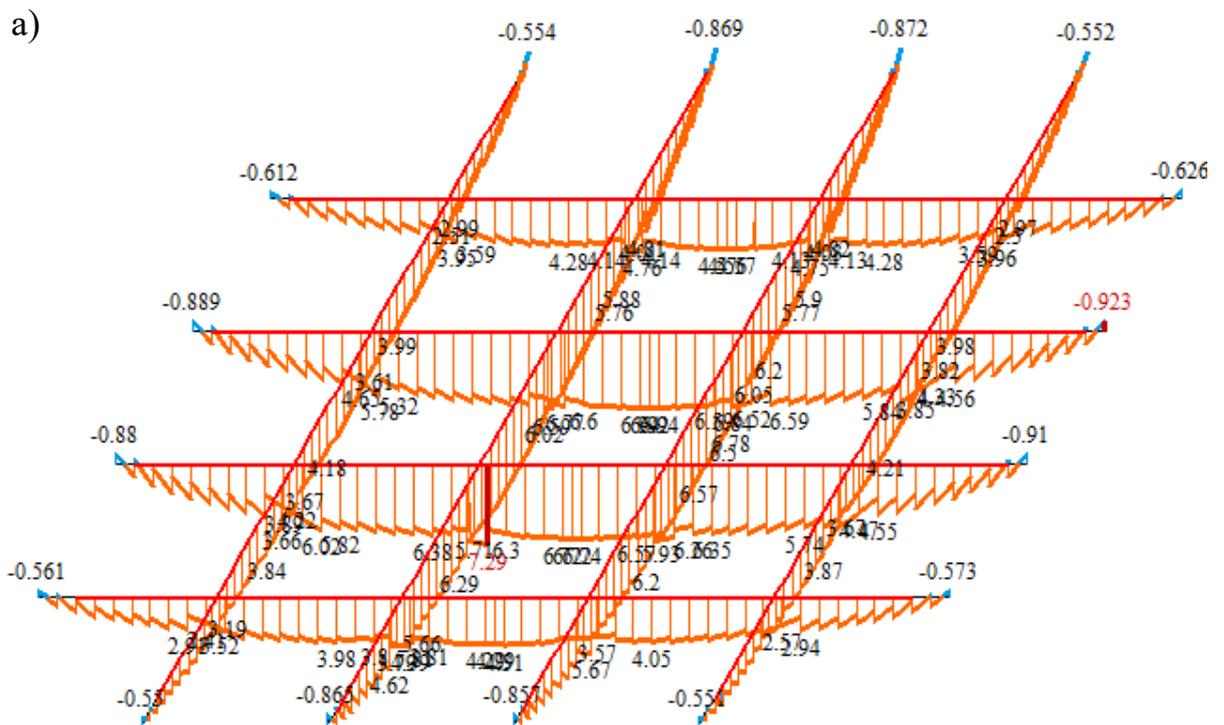


Рис. 6.9 Епюра моментів вигину M_u після пружного розрахунку-а; ділянки, де $M_{max} \geq M_{crit}$ після 1-го пружного розрахунку-б

На рис. 6.9, б червоним кольором позначені ділянки ребер (це по факту вся довжина стержня), де після першого пружного статичного розрахунку

утворюються нормальні тріщини. На цих ділянках де $M_{max} \geq M_{crc} = 1,41 \text{ тм}$ у першому розрахунку з урахуванням тріщин (табл. 6.3) зменшимо лише жорсткість на вигин EJ_y у 4 рази. Далі виконаємо статичний розрахунок 1-го типу з пониженою жорсткістю.

У другому розрахунку з урахуванням тріщин (табл. 6.3) зменшимо в 4 рази як жорсткість на вигин EJ_y , так і жорсткість на кручення GJ_t .

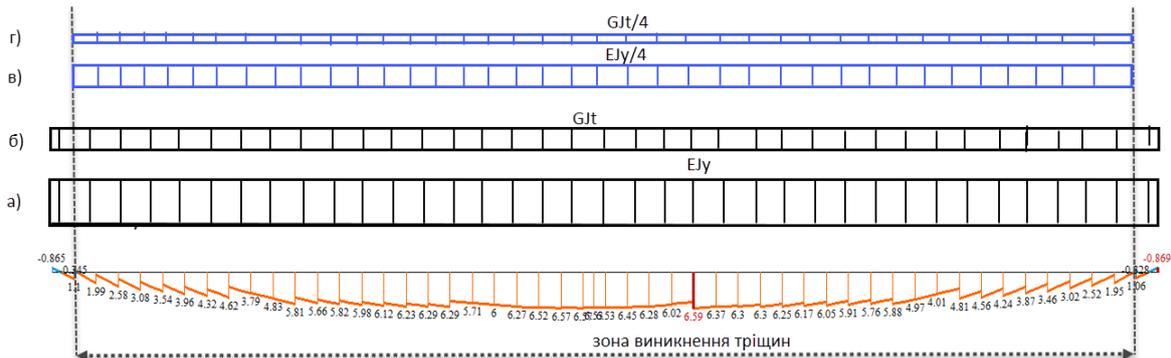


Рис. 6.10 Епюра моментів вигину в найбільш напруженій балці; жорсткості, що відповідають етапам експерименту: постійні по всій довжині елемента жорсткості на вигин та кручення (перший етап розрахунку- балка без тріщин)- а, б; понижені жорсткості в 4 рази на вигин та на кручення на ділянці балки, де виникають нормальні тріщини -в, г

РОЗДІЛ 7

РЕЗУЛЬТАТИ СТАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

7.1 Аналіз ступеня деформативності схеми

Для порівняння параметрів деформативності плити перекриття за різних типів розрахунку було проаналізовано величини вертикальних прогинів f_z . На рис. 7.1 представлена деформована схема перекриття.

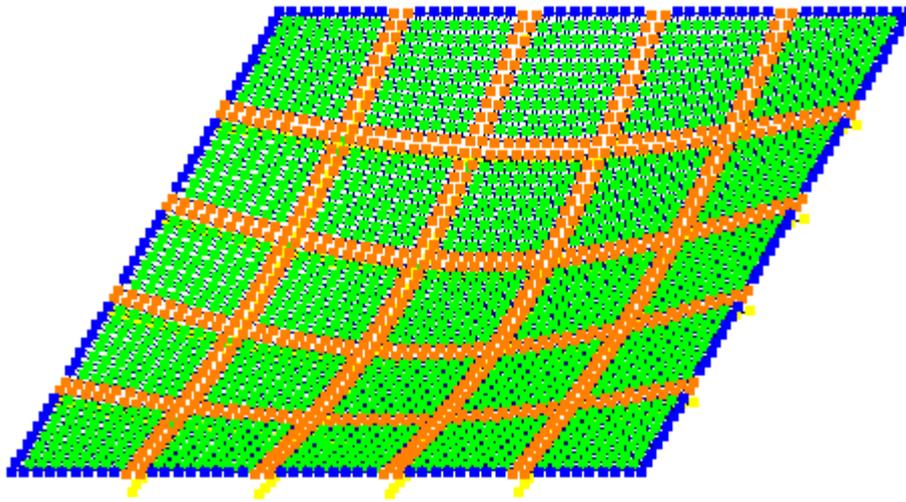


Рис.7.1 Деформована схема кесонного перекрыття при пружного статичного розрахунку

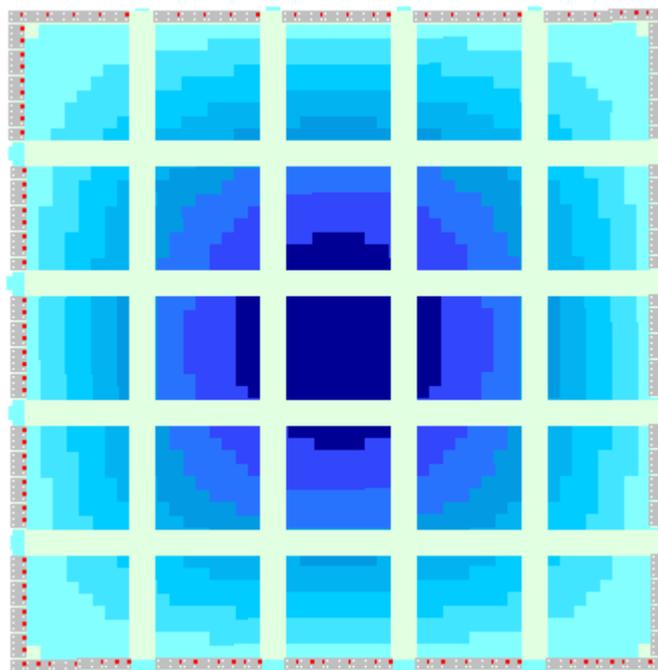
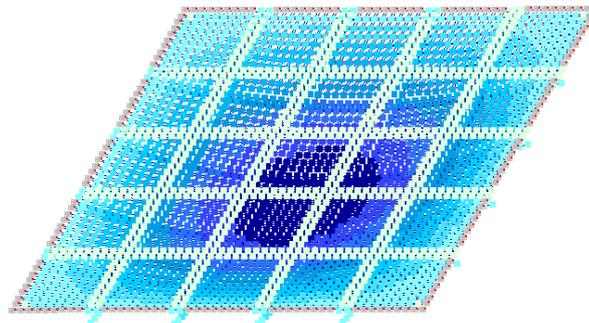


Рис. 7.2 Мозаїка переміщень вузлів SE схеми вздовж осі Z після пружного розрахунку

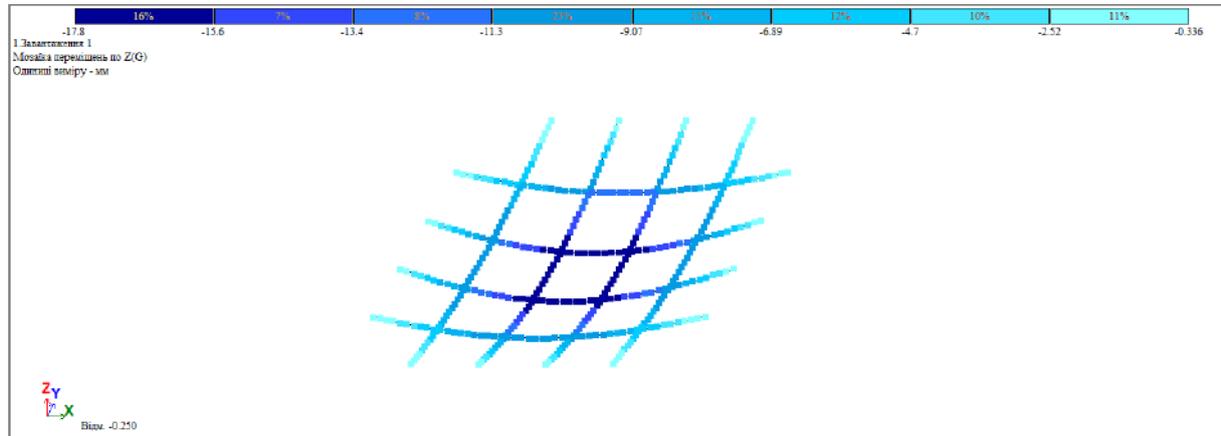


Рис.7.3 Мозаїка переміщень вузлів SE схеми вздовж осі Z для ребристої частини перекриття після пружного розрахунку

У таблиці 7.1 наведені максимальні значення вертикальних переміщень вузлів (прогинів) як плитної частини, так і ребристої, для всіх типів розрахунку (рис. 6.7).

Таблиця 7.1 - Максимальні значення переміщень SE моделі перекриття

Тип розрахунку	Переміщення f_z , (мм)	
	Плита	Ребра
Пружна жорсткість	-18,6	-17,8
$EJ_y/4$	-22,9	-22
$EJ_y/4; GJ_t/4$	-27,4	-26,38

Різниця між розрахунком з пружними характеристиками жорсткостей плитної частини та розрахунком із пониженою лише жорсткістю на вигин становить 23,14%. Водночас різниця у прогинах плитної частини між даними розрахунку із пружними жорсткостями та даними розрахунку із зниженими в 4 рази жорсткостями на вигин і кручення становить 47,6%.

На рис. 7.4 представлені графіки вертикальних прогинів ребра плити в зонах з максимальними деформаціями.

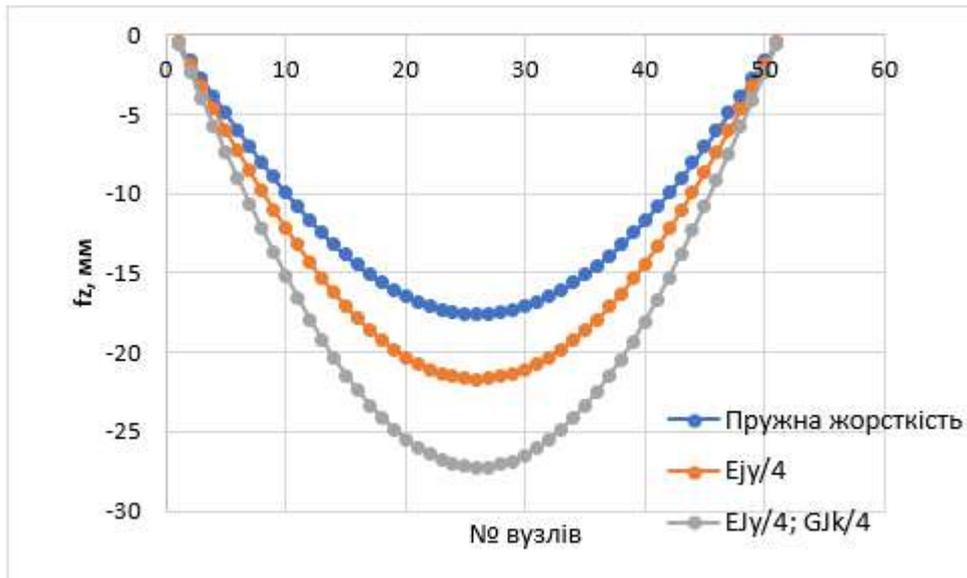


Рис. 7.1 Графіки прогинів ребра плити, де виникають найбільші прогини

З рисунка 7.1 видно, що врахування лише зменшення згинальної жорсткості через утворення тріщин, як це традиційно робиться при проектуванні, призводить до збільшення максимального прогину в 1,23 рази. Якщо ж враховувати зміни як згинальної, так і крутильної жорсткостей, максимальний прогин зростає вже в 1,46 рази. Отже, максимальний прогин у разі врахування обох факторів на 19,8% перевищує значення, отримане при врахуванні лише змін згинальної жорсткості.

На рис. 7.2 приведено діаграму, що відображає максимальні прогини плитної й ребристої частин часторебристого перекриття.



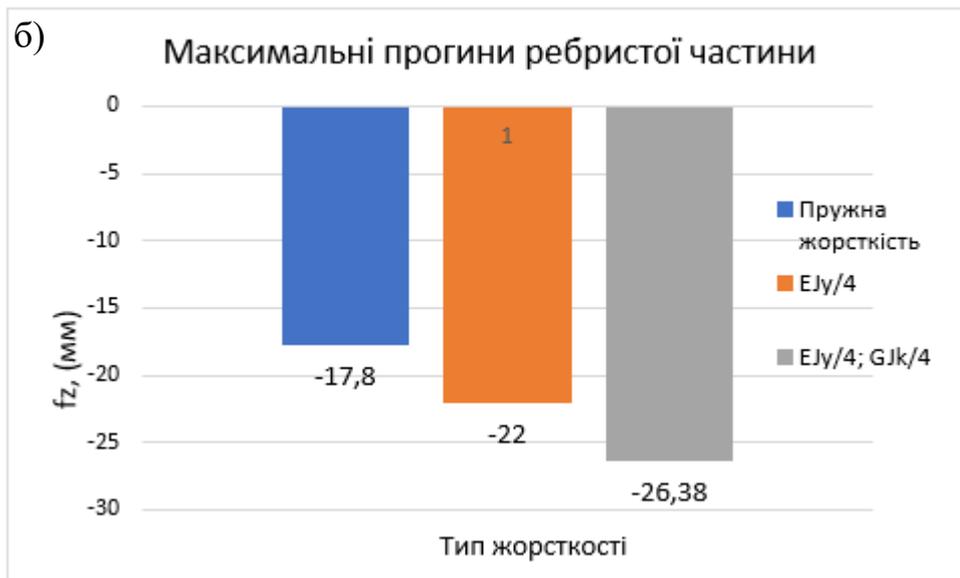


Рис. 7.2 Максимальні прогини після всіх типів розрахунку для: плитної частини кесонної плити -а; ребристої частини плити – б

7.2 Аналіз напруженого стану ребристої частини перекриття

В табл. 7.2 приведені максимальні величини зусиль, які з'являються в стрижневих елементах (ребрах перекриття) при різних типах жорсткостей.

Таблиця 7.2 – Максимальні зусилля в балочних елементах перекриття

Тип жорсткості СЕ	M _y (тм)		M _k (тм)		Q (т)	
Пружна жорсткість	7,29	-0,92	-1,38	1,48	-12,1	12,1
$EJ_y/4$	2,84	-1,06	-1,76	1,84	-12	11,9
$EJ_y/4; GJ_k/4$	5,93	-1,04	-1,45	1,4	-11,8	11,8

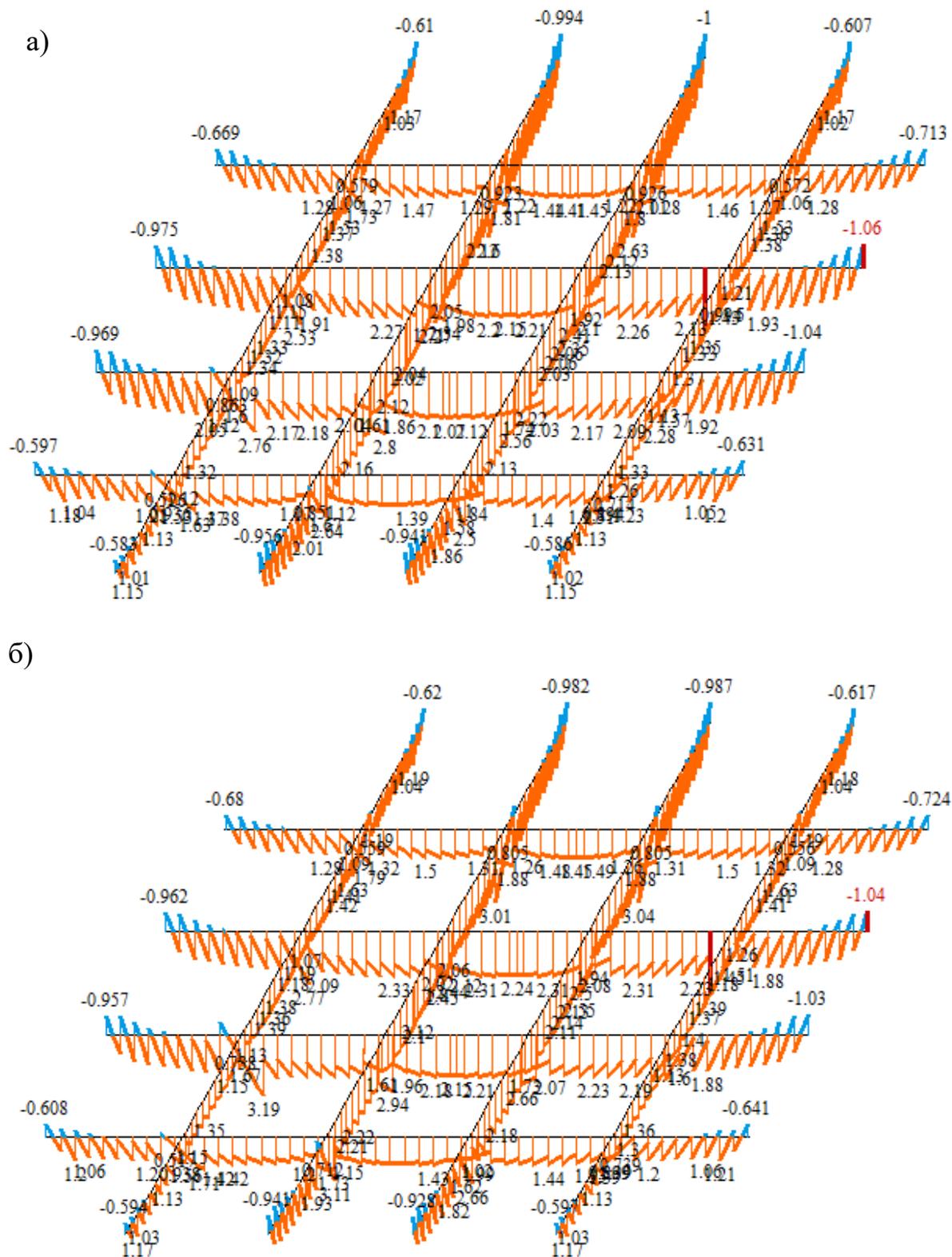


Рис. 7.4 Епюра моментів вигину M_y після розрахунку: після розрахунку з пониженими жорсткостями на згин EJ_y ($M_{y,max}=2,83$ тм) - а; з пониженими жорсткостями на згин EJ_y та на кручення GJ_t ($M_{y,max}=3,21$ тм) - б

На рис. 7.5 зображено максимальні значення згинальних моментів при різних типах розрахунку.

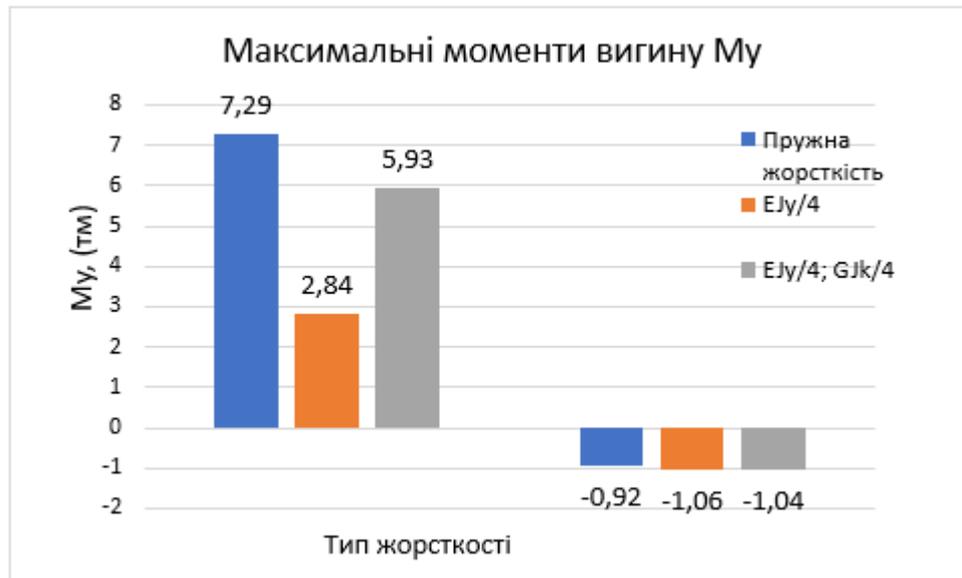


Рис. 7.5 Максимальні значення моментів вигину за різних типів жорсткостей елементів

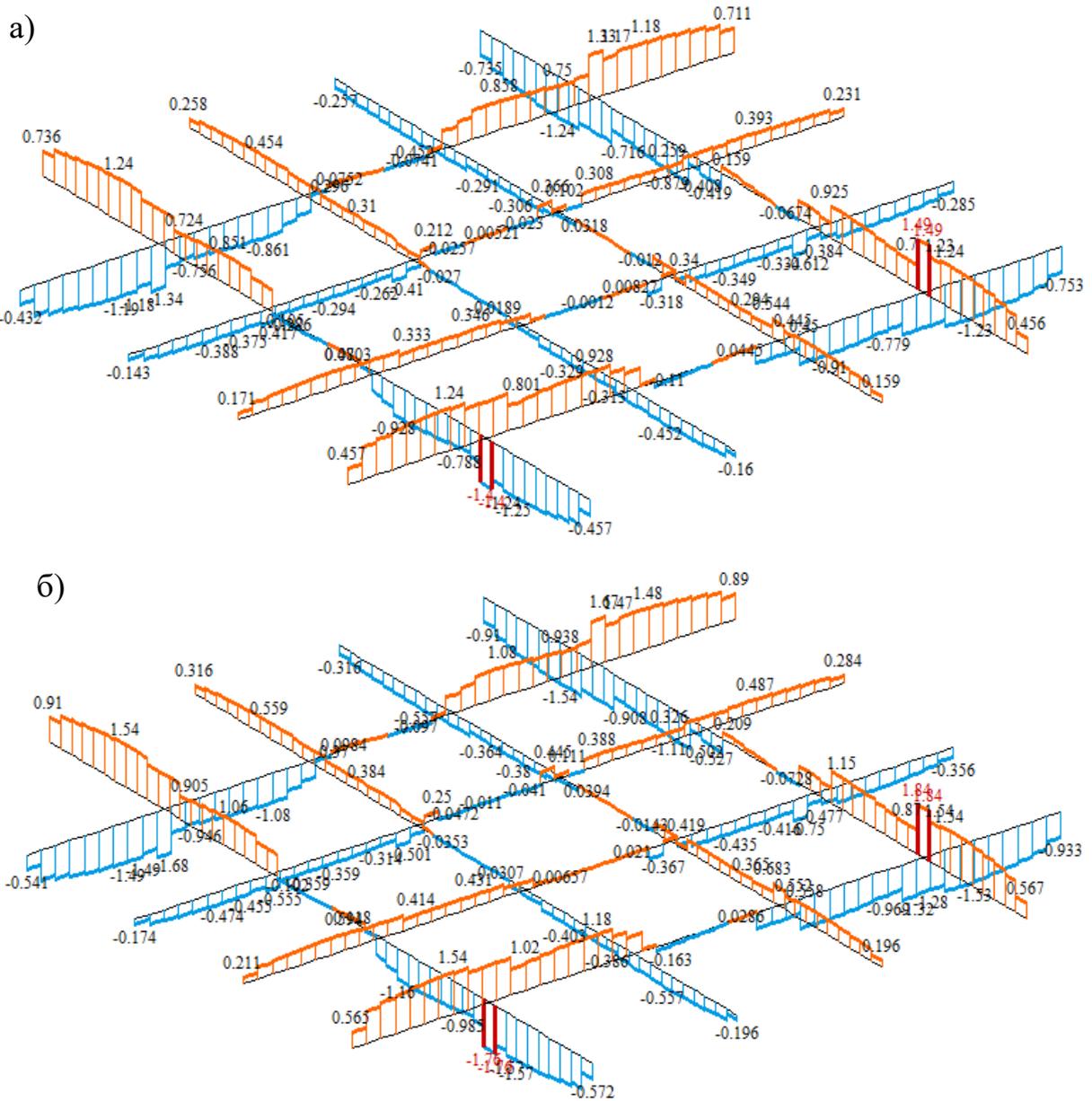


Рис. 7.6 Епюри моментів вигину в найбільш напруженому ребрі перекриття ($l=10,0\text{м}$)

Так, видно, що зменшення лише згинальної жорсткості в 4 рази через утворення тріщин призводить до зниження моментів вигину в ребрах на 156,7% порівняно з пружним розрахунком. Якщо ж одночасно зменшуються

і згинальна, і крутильна жорсткості в 4 рази, то моменти вигину в ребрах зменшуються на 22,93% у порівнянні з пружним розрахунком.

Зменшення обох типів жорсткостей у порівнянні із зменшенням лише одного з них призводить до різниці в моментах вигину на 13,4%. На рисунку 7.6 представлені епюри крутих моментів кручення для різних варіантів розрахунку.



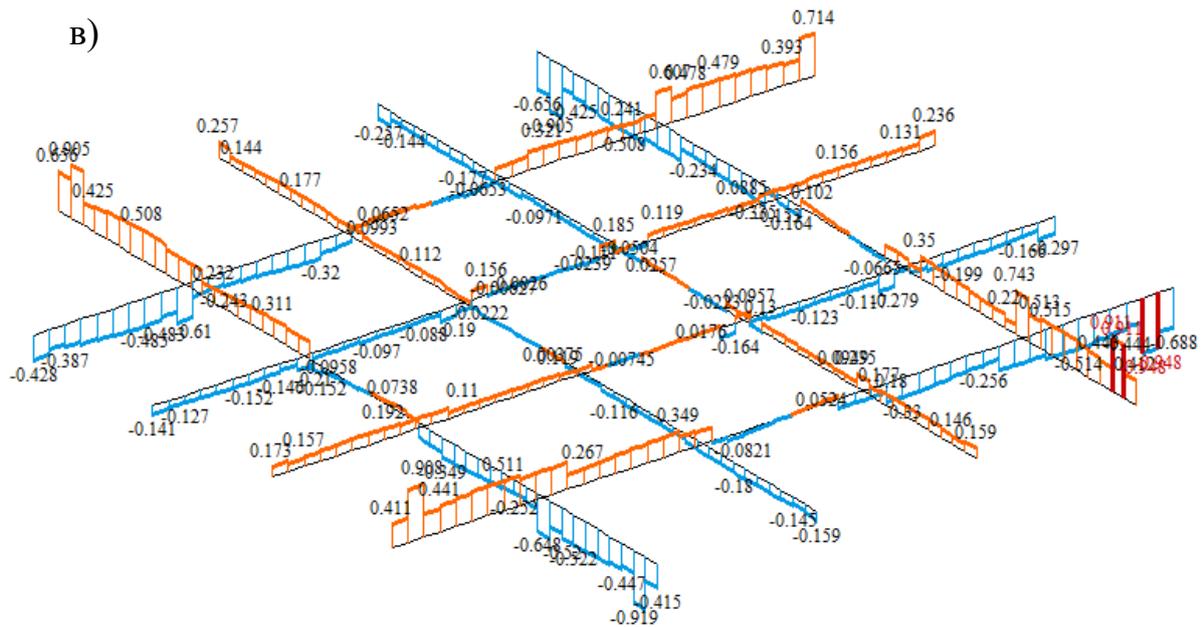
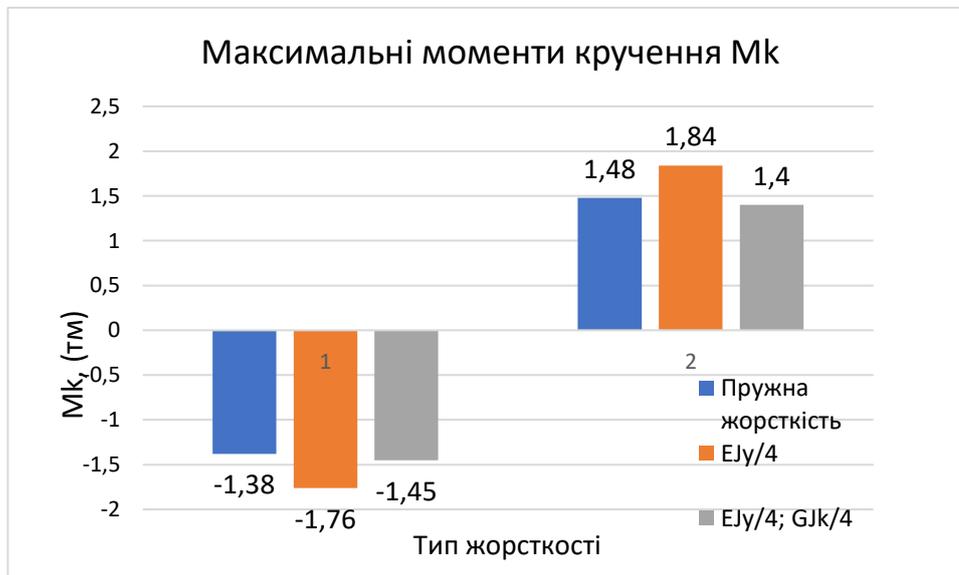


Рис. 7.6 Елюра моментів кручення M_t після: розрахунку з пружними жорсткостями ($M_{t,max} = 1,49$ тМ) – а; з пониженими жорсткостями на згин EJ_y ($M_{t,max}=1,84$ тМ) – б; з пониженими жорсткостями на згин EJ_y та на кручення GJ_t ($M_{t,max}=0,94$ тМ) – в

На рис. 7.7 наведено максимальні величини крутних моментів при різних типах розрахунку.



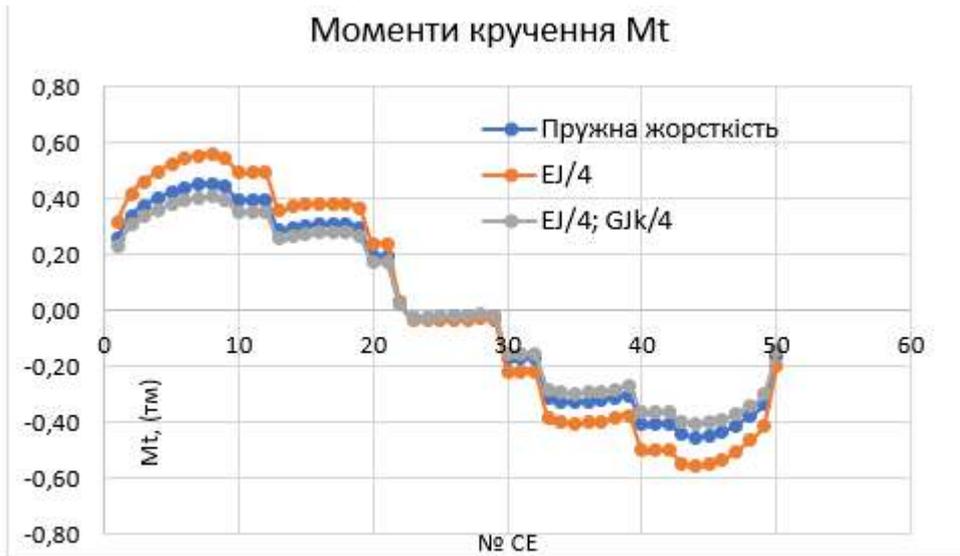


Рис. 7.8 Епюри моментів кручення в другому ребрі перекриття ($l=10,0\text{м}$)

Значення поперечної сили при зниженні жорсткостей в наслідок виникнення тріщин принципово не зазнала змін (рис.7.9).

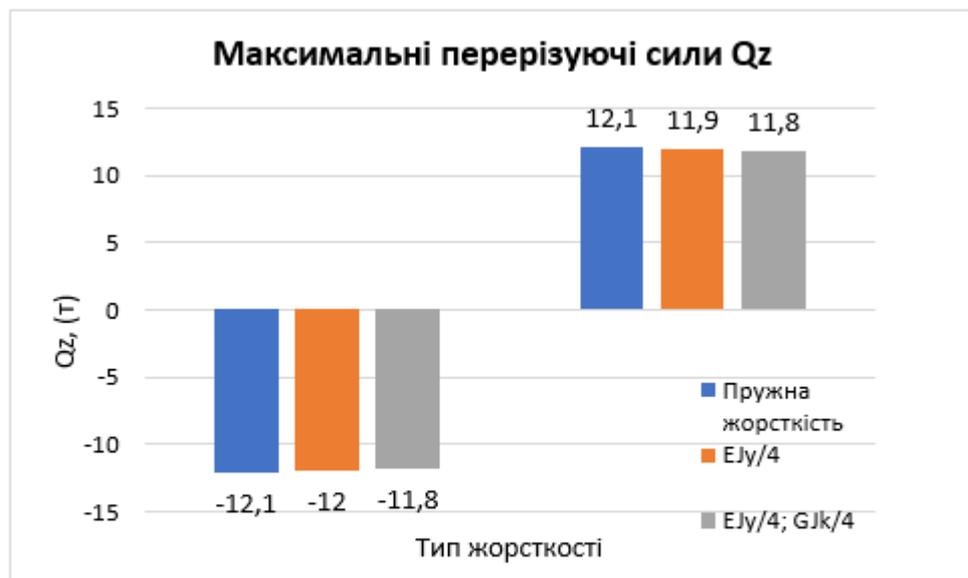


Рис. 7.9 Максимальні значення поперечної сили Q_z за різних типів жорсткостей елементів

7.3 Аналіз напруженого стану плитної частини перекриття

В таблиці 7.3 приведено максимальні зусилля у плитній частині часторебристого перекриття.

Таблиця 7.3 – Максимальні зусилля в плитній частині перекриття

Тип жорстості СЕ	M_x (Т·м/м.п)		M_y (Т·м/м.п)		M_{xy} (Т·м/м.п)	
Пружна жорсткість	-0,286	0,876	-0,293	0,908	-1,07	1,09
$EJ_y/4$	-0,29	0,975	-0,296	1,01	-1,11	1,12
$EJ_y/4; GJ_t/4$	-0,276	0,751	-0,282	0,785	-1,03	1,04

На рис.7.10–7.12 зображено мозаїки напружень M_x , M_y , M_{xy} після статичного розрахунку із завданням пружних жорсткостей скінчених елементів.

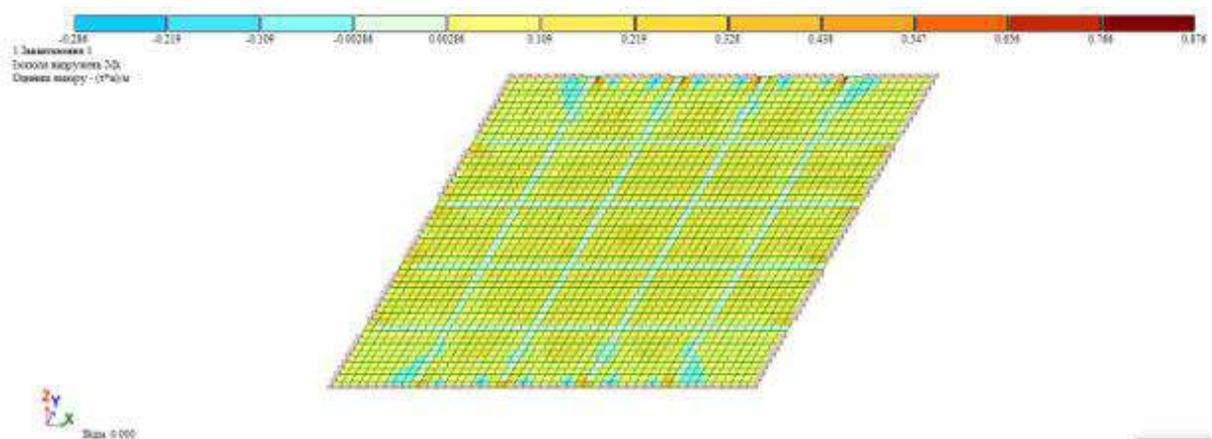


Рис.7.10 Мозаїка напружень M_x в плитній частині перекриття після розрахунку з пружними жорсткостями

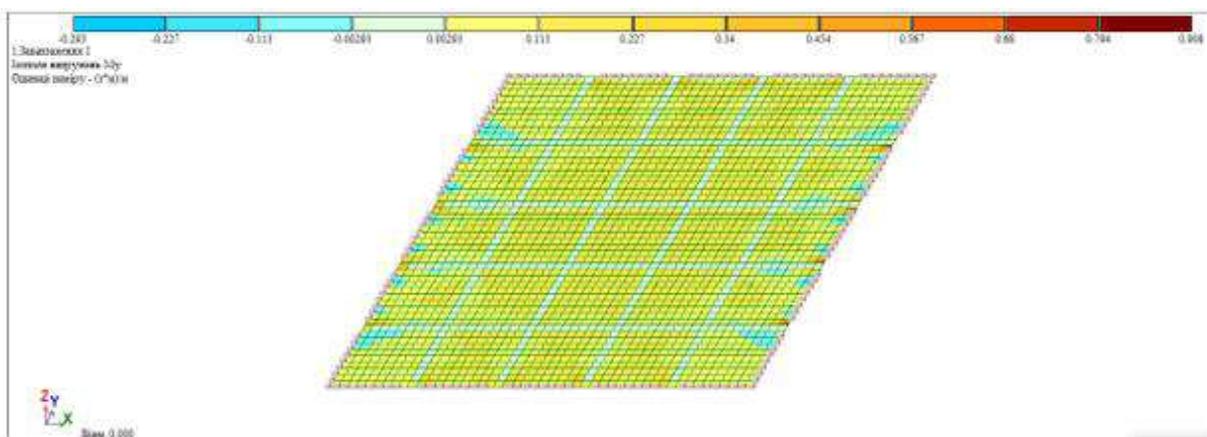


Рис.7.11 Мозаїка напружень M_y в плитній частині перекриття після розрахунку з пружними жорсткостями

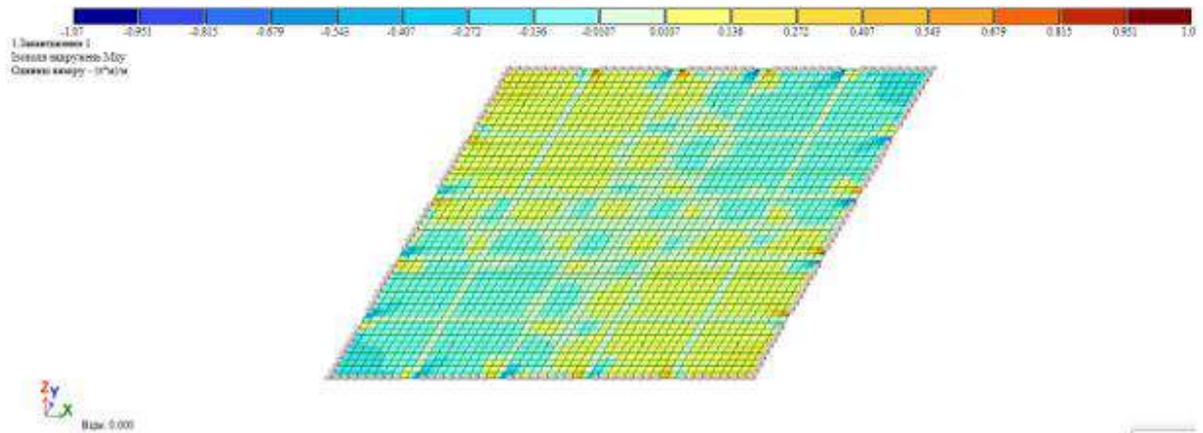
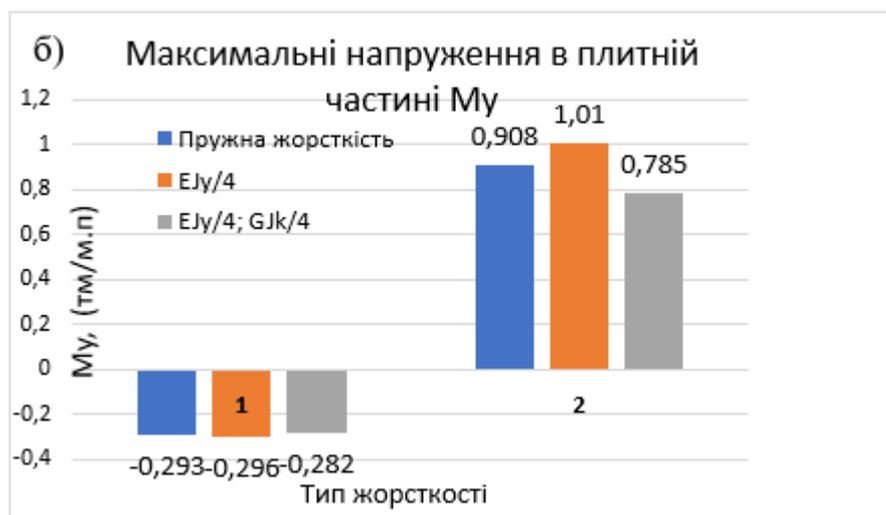
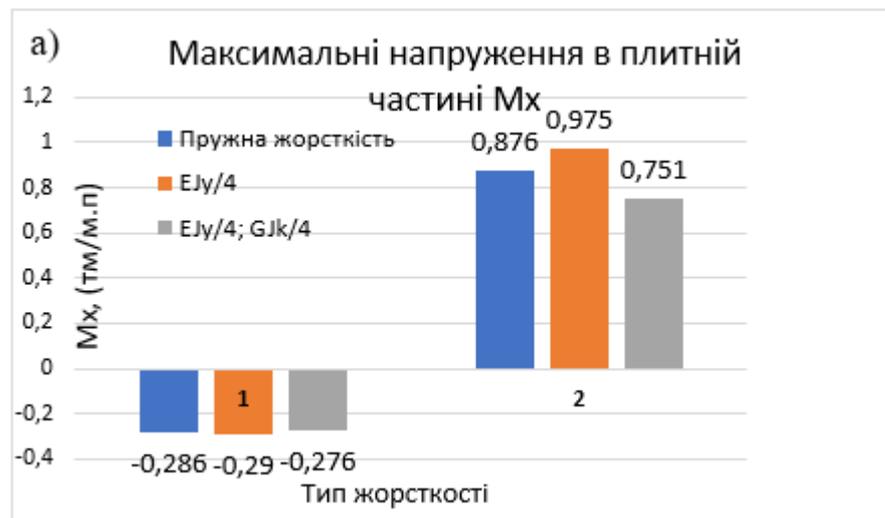


Рис.7.12 Мозаїка напружень M_{xy} в плитній частині перекриття після розрахунку з пружними жорсткостями

Графічне відображення даних із таблиці 7.3 показано на рис. 7.13.



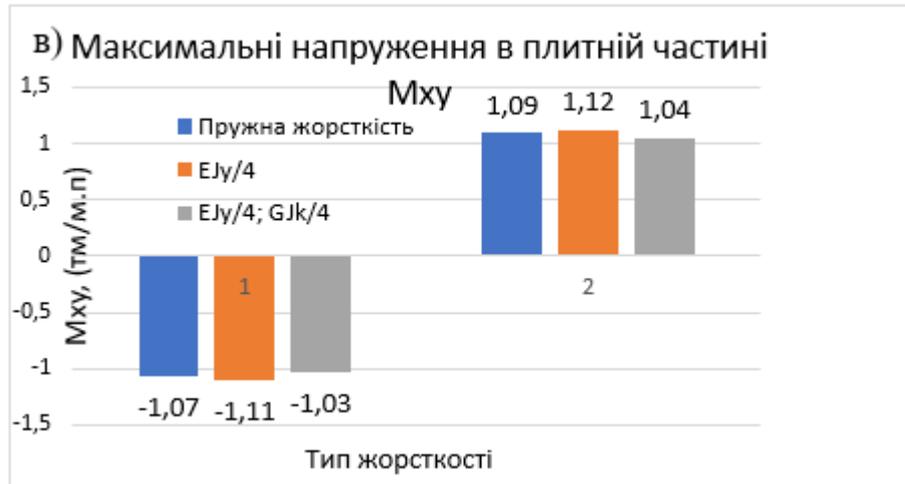


Рис. 7.13 Максимальні напруження в плитній частині за різних типів розрахунку: напруження M_x - а; напруження M_y - б; напруження M_{xy} - в

З рис. 7.13, видно, що погонні напруження у плитній частині СЕ схеми не зазнали істотних змін.

ВИСНОВКИ

1. Залізобетонне ребристе перекриття, апроксимоване у вигляді пластинчато-стержньової скінченноелементної системи, дає змогу враховувати зміну згинальної та крутильної жорсткостей його елементів.

2. Ураховано перерозподілення внутрішніх сил у стрижнях скінченноелементної схеми внаслідок утворення тріщин. Це дало змогу оцінити напружений стан елементів такої моделі, враховуючи зміну як згинальних, так й жорсткостей при крученні елементів перекриття.

3. Різниця у розрахунках між урахуванням лише зниження згинальної жорсткості перерізу через тріщиноутворення та врахуванням змін як згинальної, так і крутильної жорсткостей становить: для прогинів плитної частини – 19,7%; для згинальних моментів – 108,7%; для крутильних моментів – 24,3%.

4. Під час проєктування перекриттів із залізобетону важливо враховувати зміну згинальної та крутильної жорсткостей їх елементів, спричинену утворенням нормальних тріщин.

5. З рисунка 7.1 сожна зробити висновок, що врахування лише зниження згинальної жорсткості через утворення тріщин, як це традиційно робиться в проектуванні, призводить до збільшення максимального прогину в 1,23 рази. Водночас врахування змін як згинальної, так і крутильної жорсткостей підвищує максимальний прогин у 1,47 рази. Отже, максимальний прогин при врахуванні обох видів жорсткостей на 19,7% перевищує значення прогину, отримане з врахуванням лише згинальної жорсткості.

6. Аналіз таблиць 7.2 і 7.3, а також рисунків 7.5 і 7.7, дозволяє зробити важливий висновок: врахування змін крутильних жорсткостей істотно впливає на характер переміщень, а також на розподіл згинальних і крутильних моментів у елементах досліджуваного перекриття. Дані рисунка 7.1 розкривають, чому в практичному проектуванні фактичні прогини залізобетонних плит перекриття часто перевищують розрахункові. Це відбувається через те, що традиційно враховується лише зниження згинальної жорсткості внаслідок утворення тріщин. Такий підхід не лише спотворює картину переміщень, але й впливає на розподіл згинальних і крутильних моментів.

ЛІТЕРАТУРА

- 1 Ромашко В.М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону: Монографія//В.М. Ромашко. – Рівне: НУВГП, 2016. – 424 с.: іл.: 153; табл.:39; бібліогр.:518
- 2 Гаттас А.Ф Тріщиностійкість стрижневих залізобетонних елементів дис... канд. техн. наук:05.23.01/ Гаттас Антуан Фуад. - Киев,1994. -244 с.
- 3 Городецький Л.М. Дослідження утворення та розвитку тріщин в елементах конструкцій із щільного силікатного бетону: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Л.М. Городецький. - К., 1973.-32с.
- 4 Молодченко І.Д. Дослідження процесу тріщиноутворення у залізо бетоні при розтязі/ І.Д. Молодченко Н Будівельні конструкції зб. наук. праць. - К.: Будівельник, 1972. - Вип. ХІХ. - С 80-84
- 5 Федоренко М.М. Про утворення тріщин і роботу розтягнутого бетону між тріщинами в елементах залізобетонних конструкцій /М М. Федоренко// Будівельні матеріал і конструкції. – 1968. – №4. – С.39-46
6. Azizov T.N. Stem approximation to determine torsion deformations of reinforced concrete elements with normal cracks // Sciences of Europe. – 2018. – Vol 1, № 32. – P. 63-69
7. Срібняк Н.М. Алгоритм виконання числово-аналітичного експерименту з аналізу напружено-деформованого стану ребристого перекриття з нормальними тріщинами./The development of technical sciences: problems and solutions: Conference Proceedings, April 27–28, 2018. Brno: Baltija Publishing. 204 pages. P.85-88
8. Срібняк Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01 / Срібняк Наталія Миколаївна; Одеська державна академія будівництва та архітектури. – О., 2009. – 23 с.

9. Стадник В. І. Жорсткість і міцність при крученні залізобетонних таврових елементів з нормальними тріщинами : Дис... канд. наук: 05.23.01. ОДАБА, Одеса-2011
10. Орлова О.М. Жорсткість залізобетонних елементів двотаврового перерізу з нормальними тріщинами при крученні/ дис. ... кандидата техн. наук : 05.23.01/ Орлова Ольга Михайлівна - Київ, ДП НДІБК, 2021 – 188 с.
11. Мельник О.С. Жорсткість та міцність залізобетонних елементів порожнистого трикутного перерізу з нормальними тріщинами при крученні.- Дисертація канд. техн. наук: 05.23.01, ОДАБА, Одеса-2013
12. Мельник О.В. Крутильна жорсткість та міцність залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами.- Дисертація канд. техн. наук: 05.23.01. ОДАБА, Одеса-2012
13. Kosior-Kazberuk, M., Kochkarev, D., Azizov, T., Galinska, T. (2022). Approximation Model of the Method of Design Resistance of Reinforced Concrete for Bending Elements. In: Onyshchenko, V., Mammadova, G., Sivitska, S., Gasimov, A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering, vol 181. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85043-2_23
14. Construction and calculation of reinforced concrete overlap with a high spatial work effect Azizov, T., Azizova, A., Al Ghadban, S. International Journal of Engineering and Technology(UAE), 2018, 7(3), pp. 567–574
15. Influence of cracking on the forces in reinforced concrete slab elements. T Azizov, R Pereiras - AIP Conference Proceedings, 2023. Volume 2840, Issue 1 <https://doi.org/10.1063/5.0169454>
16. Н.М. Срібняк. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами. Одеса, 2009

17. ДСТУ Б В.2.7-221:2009 БЕТОНИ КЛАСИФІКАЦІЯ І ЗАГАЛЬНІ ТЕХНІЧНІ ВИМОГИ. Київ Мінрегіонбуд України, 2010
18. ДСТУ Б В.2.7-137:2008. ДСТУ Б В.2.7-137:2008 Блоки з пористого бетону дрібні стінові. Зміна №2 від 14.06.2016, діє з 01.01.2017
19. ДСТУ Б В.2.7-61:2008 (EN 771-1:2003, NEQ). Будівельні матеріали ЦЕГЛА ТА КАМЕНІ КЕРАМІЧНІ РЯДОВІ ТА ЛИЦЬОВІ Технічні умови. Київ Мінрегіонбуд України 2009
20. Городецький А.С., Евзеров І.Д., Стрелец-Стрелецкий Е.Б., Боговис В.Е., Гензерский Ю.В., Городецький Д.А. Метод скінчених елементів. Теорія і числова реалізація. – Київ: Факт, 1997. – 140 с.
21. Програма для розрахунку залізобетонних конструкцій. <https://www.liraland.ua/solutions/areas-of-application/reinforced-concrete-structures.php>
22. Барабаш М.С., Козлов С.В., Медведенко Д.В. Комп'ютерні технології проектування металевих конструкцій. НАУ, 2012. с.572
23. Скорук Л.М. «Пошук ефективних розрахункових моделей ребристих залізобетонних плит та перекриттів» [Електронний ресурс]. – 2004. – Режим доступу до ресурсу: <http://surl.li/nzhhk>
24. Скорук Л.М. Визначення деформацій та ефективних розрахункових моделей залізобетонних плит з тріщинами. Автореф. дис. канд. техн. наук. КНУБА, Київ 2005
25. ДСТУ Б В.1.2-3:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Прогини та переміщення
26. А.С. Городецький, І.Д. Євзеров. Комп'ютерні моделі конструкцій - Київ: Факт, 2005
27. ДБН В.2.6-98 «Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення проектування»

ДОДАТКИ

Сумський національний аграрний університет

Факультет будівництва та транспорту

Робота та моделювання ребристого перекриття

Студент: здобувач 2м курсу, Рябокони Ю.М.

Керівник: к.т.н., доцент Срібняк Н.М.

Суми, 2025

Актуальність теми

- Тріщини, що є нормальними виникають від дії згинального моменту. Такий тип тріщин є переважаючим для балочних елементів конструкцій, що працюють на згин (плити перекриття, покриття - як збірні, так і монолітні).
- Жорсткість бетонного елемента (його поперечного перерізу) знижується в наслідок появи тріщин. Зміна жорсткості елемента в статично невизначуваних системах призводить й до перерозподілу внутрішніх зусиль в елементі. Статично невизначуваними системами є більшість дисків перекриття та покриття, як із збірних елементів, так і дисків монолітної конструкції.
- Такі статично невизначувані системи перекриття за певних умов зазнають не лише моментів, що вигинають, але й моментів, що закручують переріз. Такі явища значних крутних моментів можна спостерігати при локальному завантаженні певної ділянки перекриття, при несиметричному розташуванні головних балок в системі монолітного перекриття.
- Оскільки за вищезазначених умов залізобетонні елементи перекриття зазнають також і значних моментів кручення, то врахування в статичних розрахунках зміни також й **жорсткості при крученні**, а не лише при вигині, є **актуальною задачею**.

- **Метою** роботи є встановлення визначення та оцінювання напружено-деформованого стану скінченоелементної схеми монолітного часторебристого (кесонного) залізобетонного перекриття з урахуванням утворення нормальних тріщин. Зокрема необхідно встановити вплив зміни жорсткості при крученні елемента в наслідок виникнення нормальних тріщин.

Об'єкт дослідження – кесонне монолітне перекриття розміром в плані 10,0x10,0 м.

Предметом дослідження є напружено-деформований стан скінченоелементної моделі часторебристого перекриття з урахуванням тріщиноутворення; оцінка врахування зміни жорсткостей на кручення та вигин з урахуванням тріщиноутворення на зміну напружено-деформованого стану елементів перекриття.

Практичне значення отриманих результатів

- Результати числового дослідження дозволяють оцінити важливість врахування в статичних розрахунках залізобетонних систем перекриття жорсткості при крученні.

Задачі дослідження

- 1) дослідження та аналіз робіт, присвячених розрахунку залізобетонних конструкцій перекриття з урахуванням деформацій як вигну, так і кручення;
- 2) формулювання висновків з досліджень, постановка проблеми та планування числового експерименту;
- 3) аналіз способів моделювання ребристих перекриттів, вибір способу моделювання часторебристого перекриття для досягнення мети дослідження;
- 4) створення за методикою скінчених елементів із застосуванням ПК ЛІРА-САПР скінченоелементної моделі ребристого перекриття за обраним способом моделювання;
- 5) за призначених пружних жорсткостей елементам скінченоелементної моделі виконати її статичний розрахунок;
- 6) обчислення моменту утворення тріщин для ребер часторебристого перекриття;
- 7) на ділянках ребер, де понизити в 4 рази жорсткість при вигині та виконати статичний розрахунок;
- 8) на ділянках ребер, де понизити обидві жорсткості – при вигині та при крученні в 4 рази та виконати статичний розрахунок;
- 9) порівняти результати статичних розрахунків (напружено-деформованого стану) за пружного розрахунку та розрахунків з пониженими в наслідок тріщиноутворення жорсткостями;
- 10) сформулювати висновки та перспективи подальших досліджень



Приклади нормальних від вигину тріщин на мостових балочних конструкціях



МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

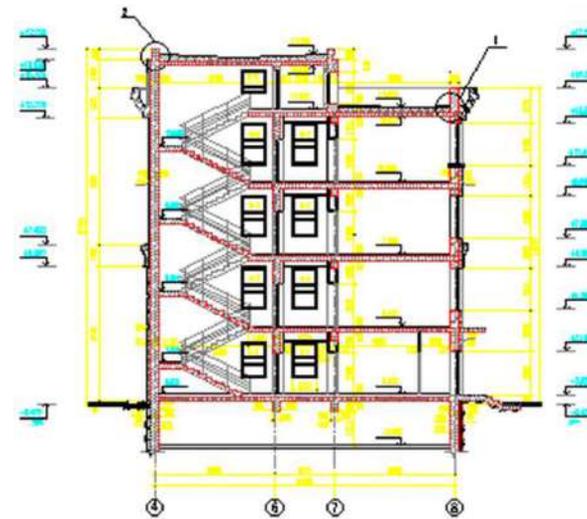
- **метод синтезу та аналізу інформації** - пошук та аналіз відомостей – літературних джерел, публікацій в рамках окресленої проблеми – розрахунків залізобетонних конструкцій перекриття в пластичній стадії роботи (з урахуванням тріщиноутворення); аналіз досліджень та публікацій щодо способів моделювання ребристих плит;
- **метод скінчених елементів** - один із математичних методів, що застосовано для моделювання скінченоелементної моделі кесонного залізобетонного перекриття та для визначення напружено-деформованого стану розрахункової СЕ моделі в рамках виконання числового експерименту;
- **аналітичний метод обробки результатів** статичного розрахунку розрахунків за допомогою ПК Microsoft Excel.

Об'ємно-планувальне рішення будівлі

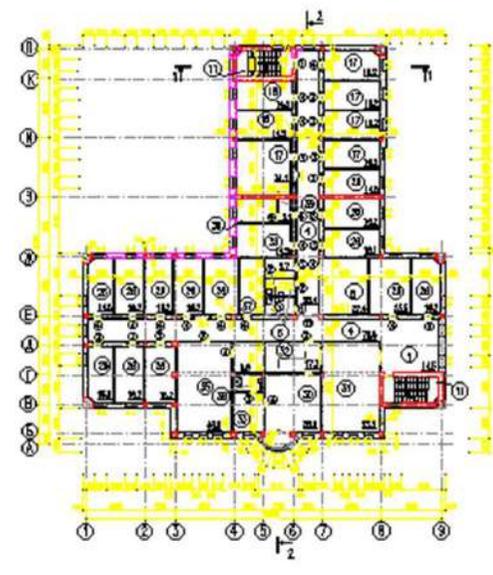
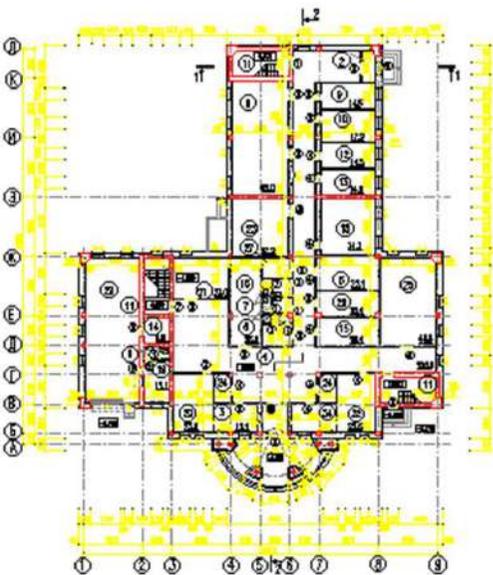
Фасад Б осей 1-9



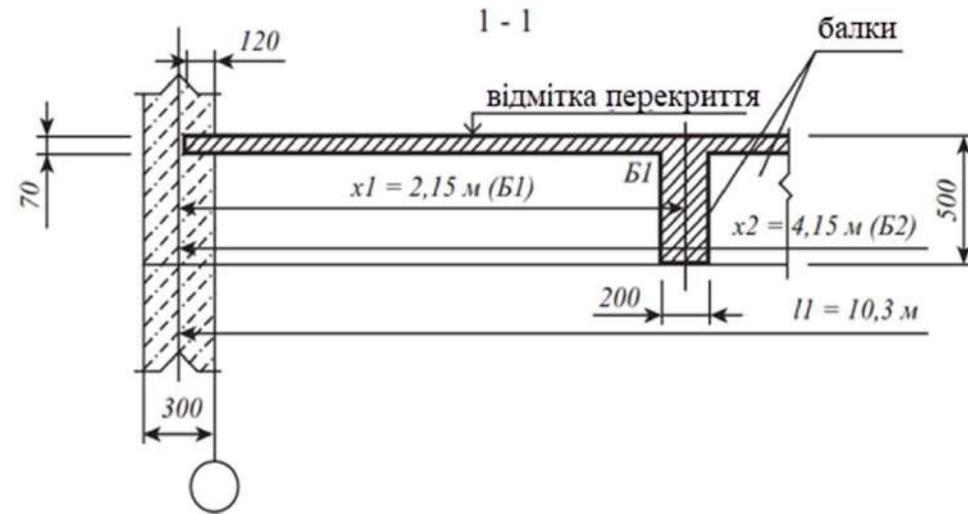
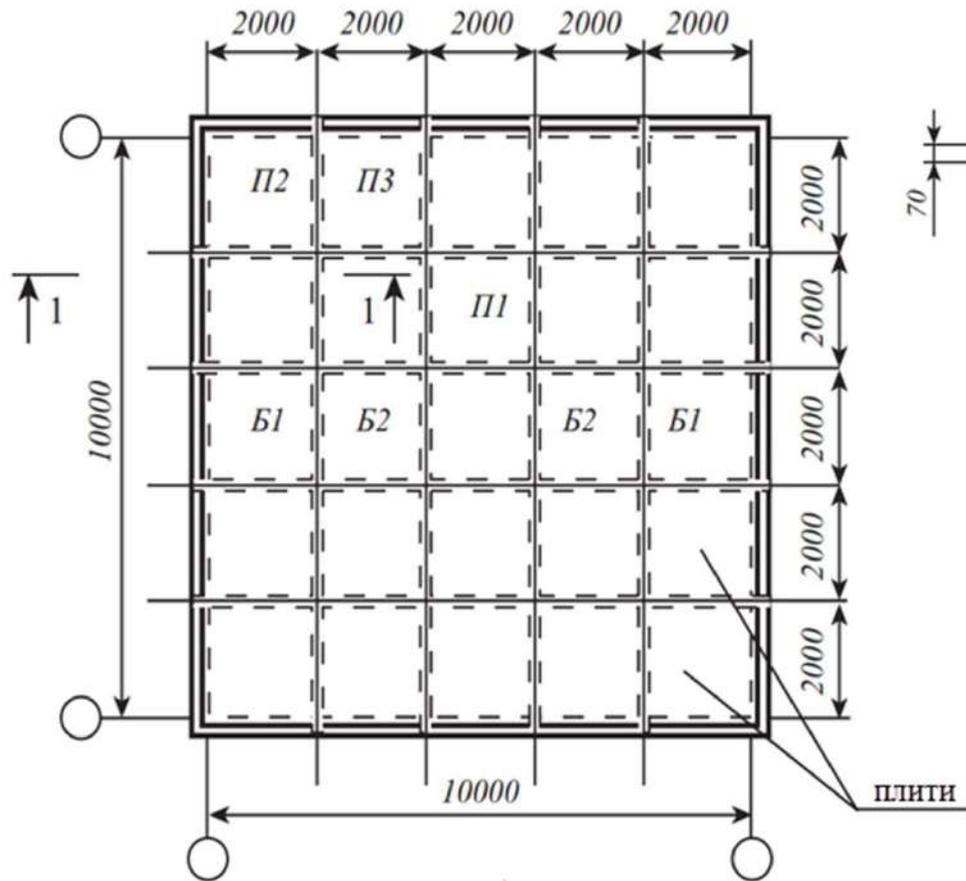
Розріз 1-1



Розріз 2-2

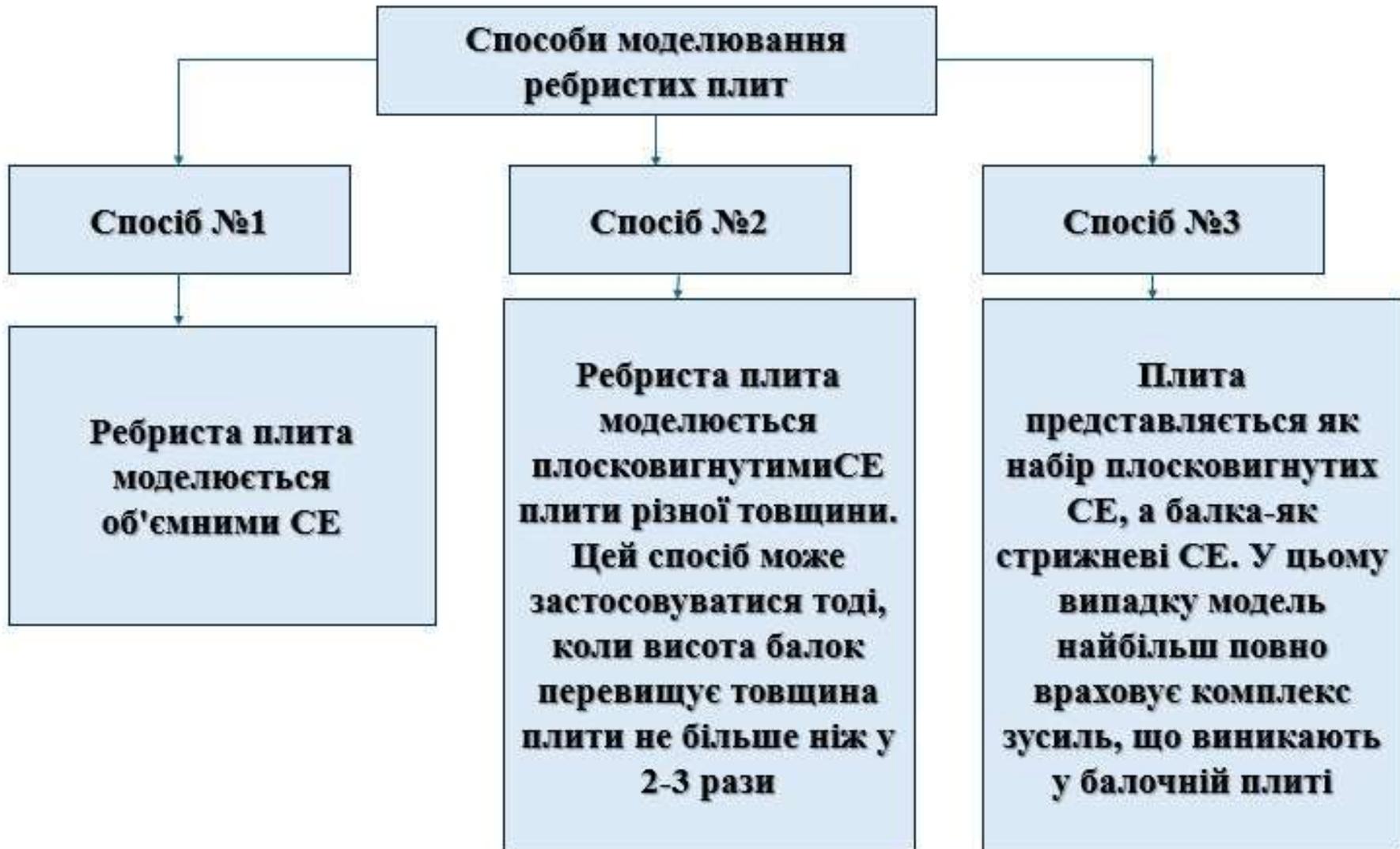


Конструктивне рішення монолітного кесонного перекриття

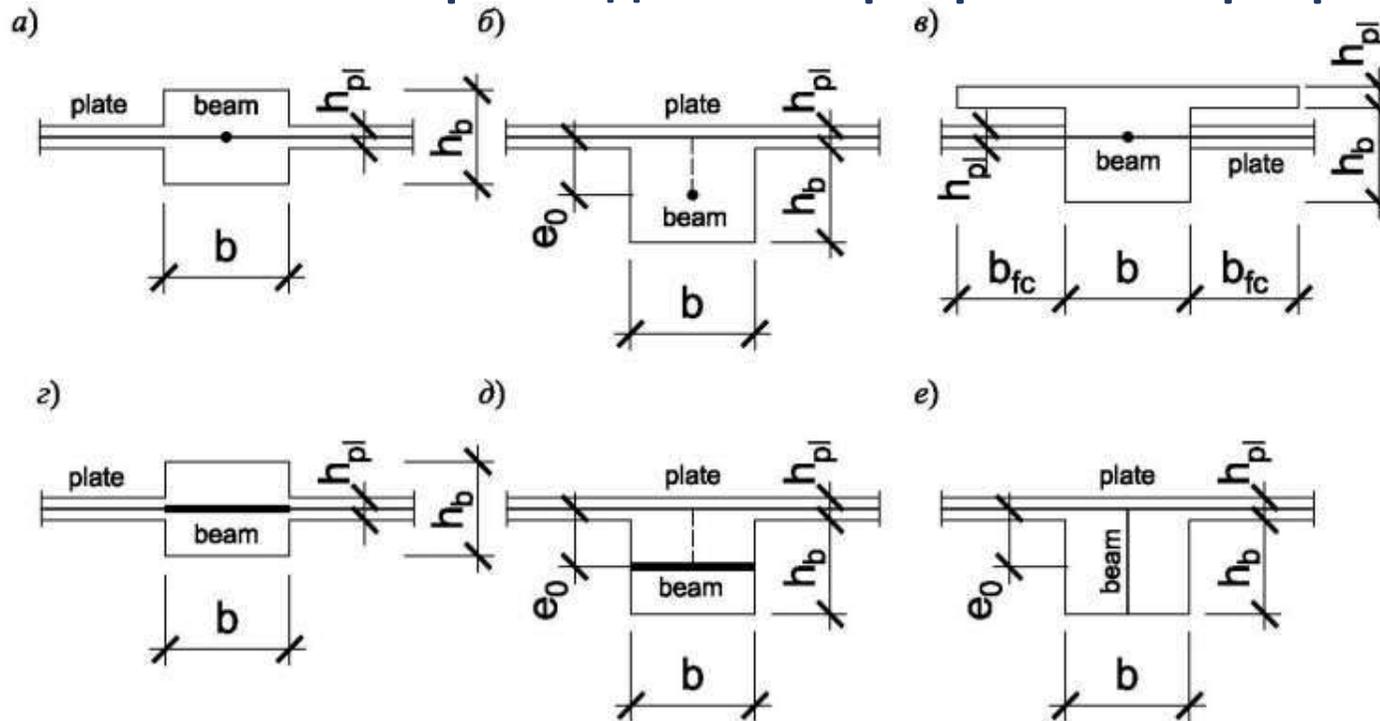


- Полка плити шарнірно опирається на стіни по чотирьом сторонам

Можливі способи моделювання ребристих з/б плит



Комп'ютерні моделі часторебристого перекриття



На рис *a*, *б*, *в* наведено способи моделювання плитної та балочної частини за допомогою пластинчатих скінчених елементів (плитна частина) та стержньових елементів (балочна частина). На **рис. a** середній шар пластинчатого скінченого елемента співпадає з центром ваги прямокутного перерізу стержня. Тобто рознесення серединної лінії та центру ваги стержня – відсутні. На **рис.,б** середній шар пластинчатого скінченого елемента віднесений на певну відстань (величину жорсткої вставки) від центру ваги прямокутного перерізу стержня. На **рис., в** середній шар пластинчатого скінченого елемента співпадає з центром ваги перерізу стержня, а переріз стержня прийнято у вигляді тавра з полкою вгорі.

Аналіз та вибір оптимальної скінченоелементної моделі

- Аналізуючи різні джерела прийшли до висновку, що модель з'єднання плитної частини та ребра з використанням абсолютно жорстких вставок на рис. 1, що також відповідає схемі за рис.2 може бути прийнятною для подальшого скінченоелементного моделювання в ПК ЛІРА –САПР. **Довжина жорсткої вставки дорівнює відстані від центру ваги перерізу полки (або її серединної поверхні) до центру ваги перерізу ребра.**



$$h_{\text{плити}} = 0,07 \text{ м}, h_{\text{стілки балки}} = 0,5 - 0,07 = 0,43 \text{ м}$$

$$\frac{0,07}{2} + \frac{0,43}{2} = 0,25 \text{ м.}$$

Якщо ми оперуємо поняттям «жорстка вставка», то воно відноситься до кінцевих елементів.

Аналогічним за суттю в ПК ЛІРА є інструмент «абсолютно жорстке тіло». Ця опція притаманна для вузлів СЕ схеми. Об'єднуючи вузли СЕ різної мірності (стержні, пластини) в жорстке тіло можна також змоделювати з'єднання плити з ребром

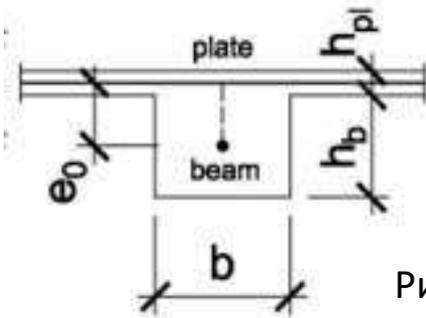
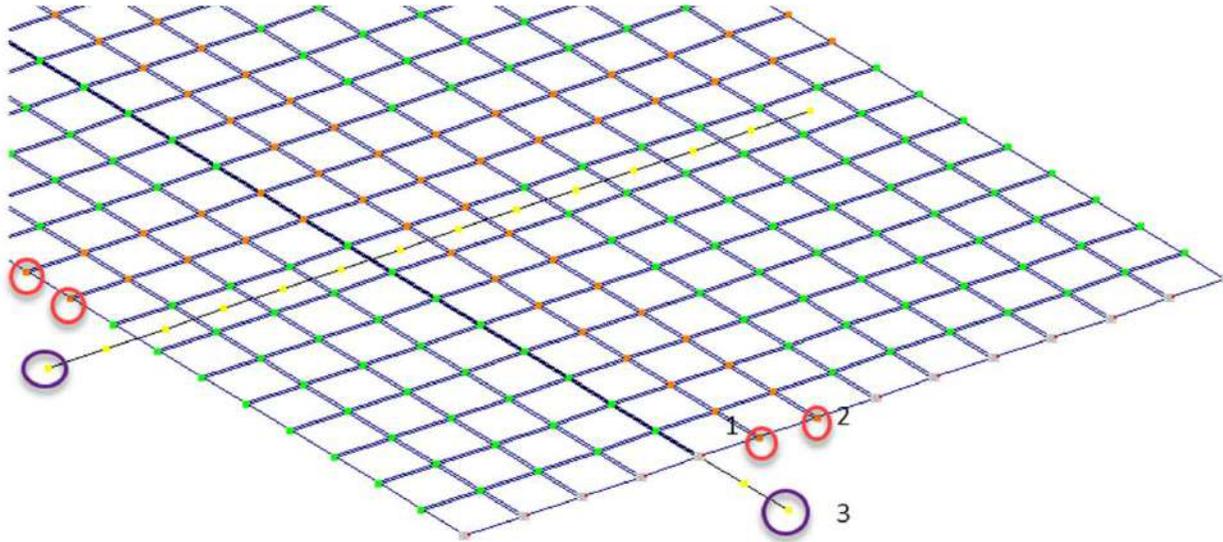


Рис.1

Рис.2

Інструмент абсолютно жорстке тіло



Ці вузли утворюють групу (трійку вузлів) в площині XOZ, що об'єднуються в абсолютно жорстке тіло (АЖТ)

1,2 – вузли , що належать пластинчастим скінченим елементам.

3- вузол, що належить стержньовому скінченому елементу

Серединний шар пластинчатого СЕ та центр ваги стержньового СЕ прямокутного перерізу «розносяться» на відстань, що дорівнює відстані між центром ваги стержня та серединною лінією пластини або відстані, що дорівнює різниці між половиною товщини плитної частини та половиною загальної висоти плити. Після рознесення на відстань за варіантом 1 або варіантом 2 пластинчатих СЕ та стержньових СЕ за допомогою опції «абсолютно жорстке тіло» виконують об'єднання вузлів стержньових елементів та пластинчатих СЕ, що лежать в одній вертикальній площині.

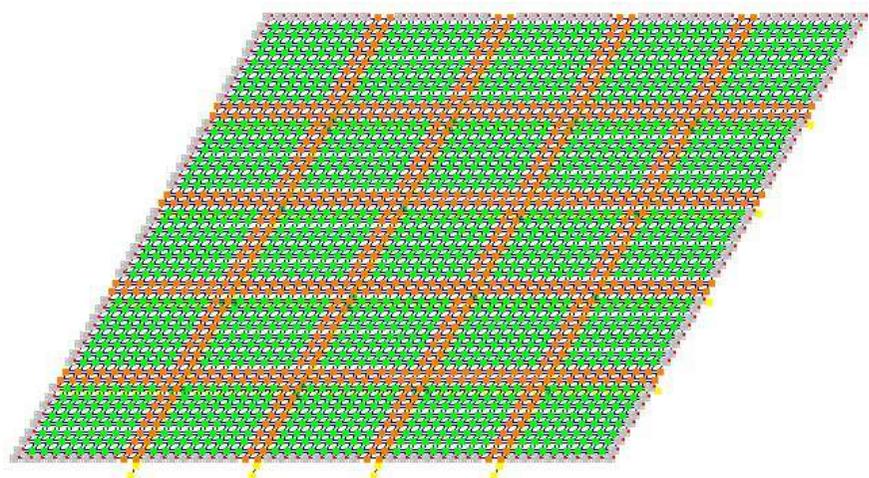


Рис.1 Скінченоелементна модель ребристого перекриття

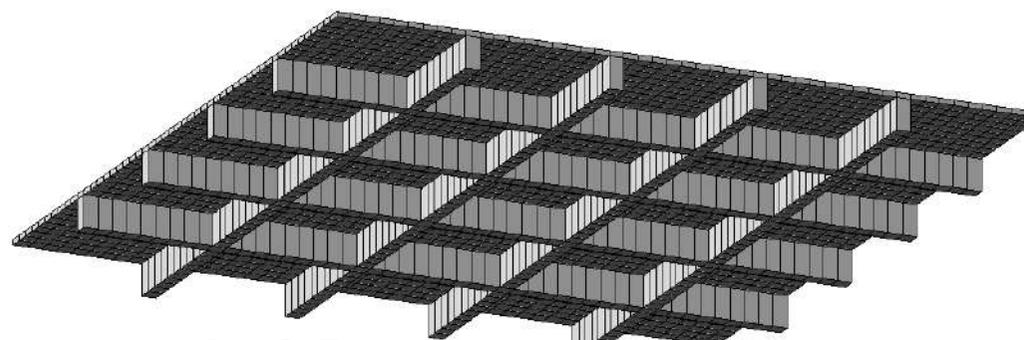
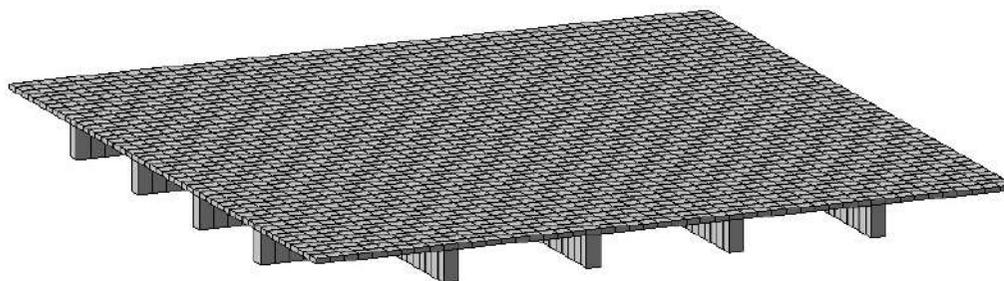


Рис.2 .Просторова модель часторебристого перекриття

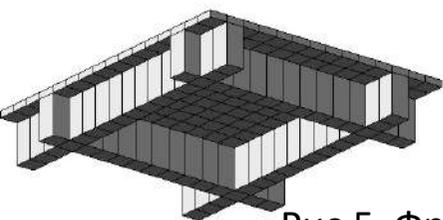
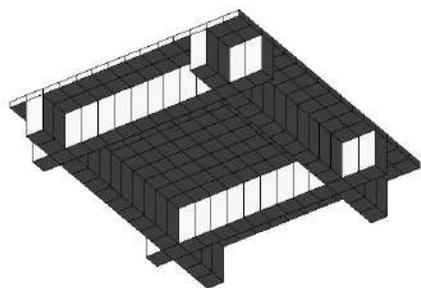
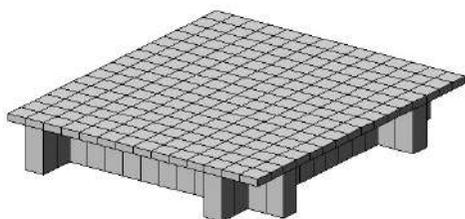


Рис.5 .Фрагмент 2x2 м , виокремлений із масива кесона

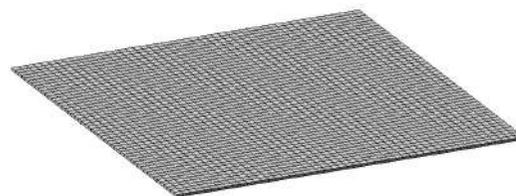


Рис.3 .Просторова модель плитної частини

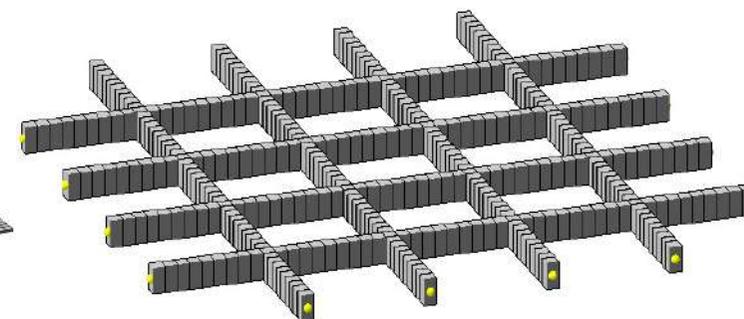


Рис.4 .Просторова модель ребристої частини плити

Таблиця 1 - Жорсткості елементів при пружному розрахунку

Тип СЕ	Назва параметру	Позначення величини	Значення	Одиниця виміру
Бетон класу С20/25 	Осьова жорсткість	EF	263160	Т
	Жорсткість на згин відносно осі У	EJ_y	4054,86	Т·м ²
	Жорсткість на згин відносно осі Z	EJ_z	877,2	Т·м ²
	Жорсткість на кручення	GJ_t	1036,06	Т·м ²
	Початковий модуль пружності	E	$2,3 \cdot 10^6$	Т/м ²
	Модуль зсуву	G	958333	Т/м ²
	Коефіцієнт Пуасона	ν	0,2	
	Момент опору перерізу в пластичній стадії роботи бетону	W_{pl}	9245	см ³

Таблиця 3 – Жорсткості на вигин та кручення для стержньового елемента ($EI_y/4$, $GI_k/4$) на ділянках ребер, де виникають нормальні тріщини

№ з/п	Назва параметру	Позначення	Значення величини	Одиниця виміру
1	Згинальна жорсткість щодо осі У	EI_y	1013,715	Т·м ²
2	Жорсткість на кручення	GI_k	259,015	Т·м ²

Таблиця 2 – Збір навантажень на перекриття

№ з/п	Назва та значення навантаження, кН/м ²	Характеристичне значення, кН/м ²	Коефіцієнт надійності за навантаженням	Розрахункове значення, кН/м ²
1. Постійне навантаження				
	Підлога	0,24	1,2	0,29
1.2	Власна вага кесонної плити	Автоматично обчислюється в ПК ЛІРА-САПР		
2. Тимчасове навантаження (корисне)				
		2,0	1,2	2,4
Всього на перекриття (без урахування власної ваги):				2,69

За ДБН для бетону класу C20/25 характеристичний опір бетону на розтяг становить $f_{ctk,0,05} = 1,5 \text{ МПа} = 0,15 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$.

Визначимо величину моменту вигину, який викликає утворення тріщин:

$$M_{crc} = f_{ctk} \cdot W_{pl}$$

де W_{pl} – моменту опору перетину стержня при роботі елемента в пластичній стадії деформування:

$$W_{pl} = W_{elast} \cdot 1,5$$

Момент опору перерізу W_{pl} при роботі в пружній стадії для стержня прямокутного перерізу (табл.6.1): $W_{pl} = 9245 \text{ см}^3$.

Момент утворення тріщин M_{crc} для стержнів 1-го типу кінцевоелементної схеми:

$$M_{crc} = f_{ctk} \cdot W_{pl} = 0,15 \cdot 9245 = 1386,75 \text{ кН}\cdot\text{см} = 1,41 \text{ т}\cdot\text{м}$$

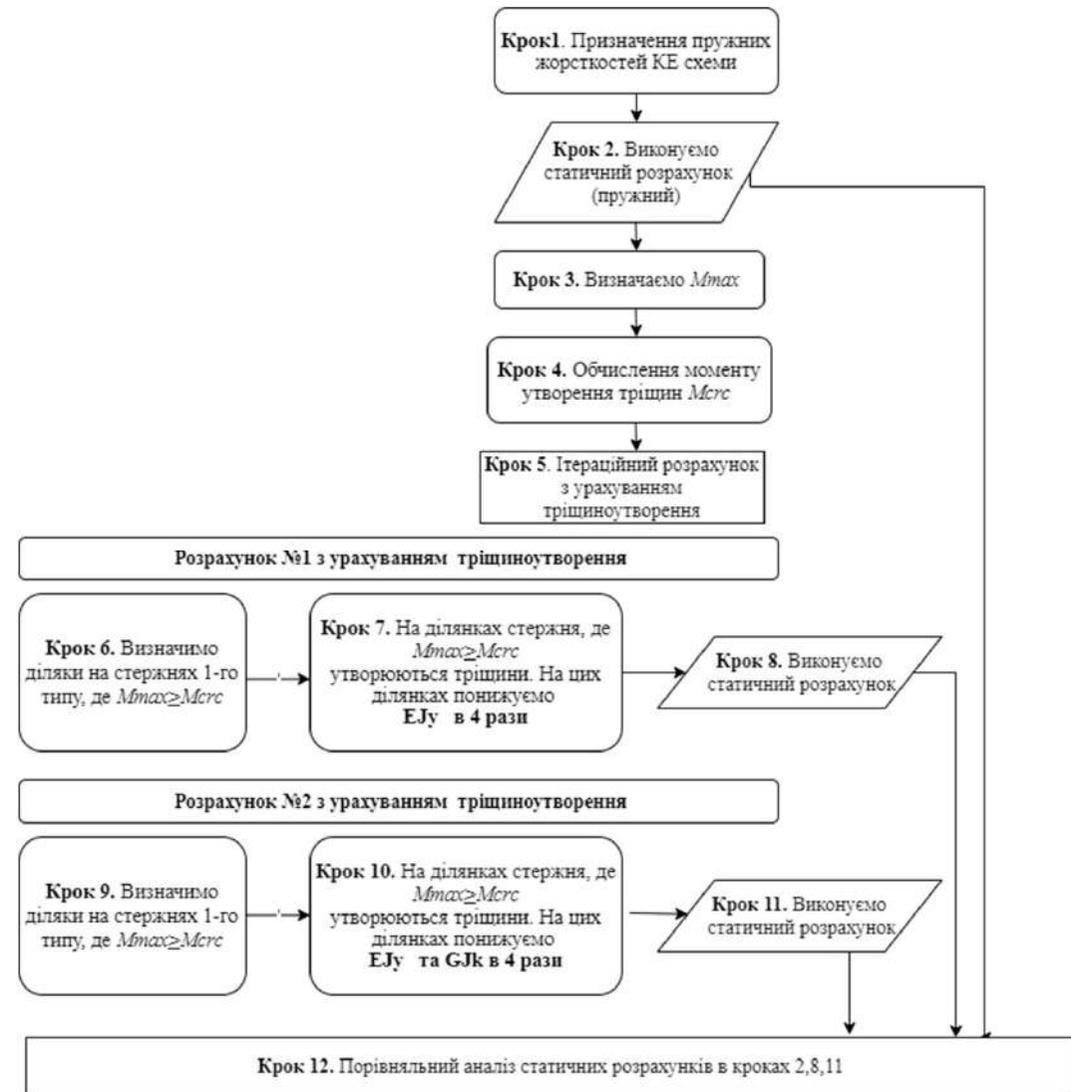
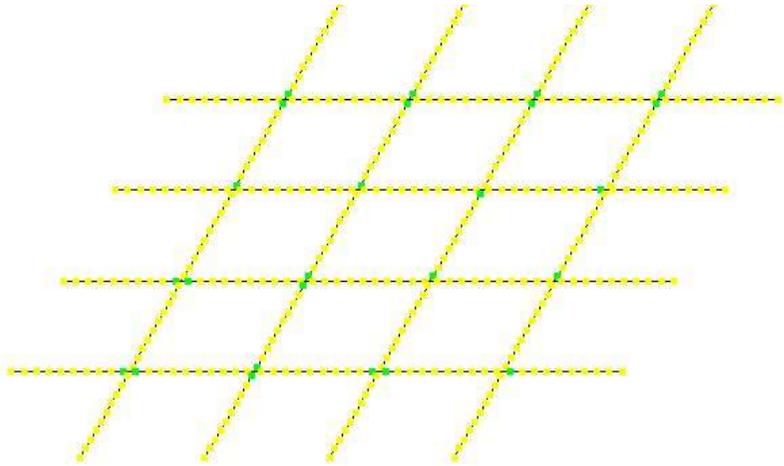


Рис. Алгоритм числового експерименту

Рис. Фрагментація скінченоелементної схеми перекриття- показана лише ребриста частина плити



На першому етапі планується виконати статичний розрахунок системи, елементам якої призначено пружні значення жорсткості.

Далі обчислюємо **момент тріщиноутворення M_{cr}** й виконуємо порівняння моменту вигину **M_u** на ділянках стержнів скінченоелементної схеми за рис.

На ділянках, де максимальний момент вигину **$M_{max} > M_{cr}$** , з'являються нормальні від вигину тріщини.

На наступних етапах виконаємо ітераційні розрахунки при понижень в 4 рази лише одній жорсткості на вигин **$EI_y/4$** (табл. 6.3). та понижених обох жорсткостях на вигин та на кручення **$EI_y/4$** та **$GI_t/4$** .

Ітераційні розрахунки припинялися, **коли значення жорсткості елемента зі зміненими жорсткостями на останній ітерації співпадало з значенням жорсткості елементів на попередній ітерації**. Змінений тип жорсткості - це понижений тип жорсткості, оскільки враховував тріщиноутворення.

В даному дослідженні при кожному типі розрахунку з пониженою жорсткістю виявилось достатнім одного ітераційного розрахунку.

Епюра моментів вигину M_y після пружного розрахунку

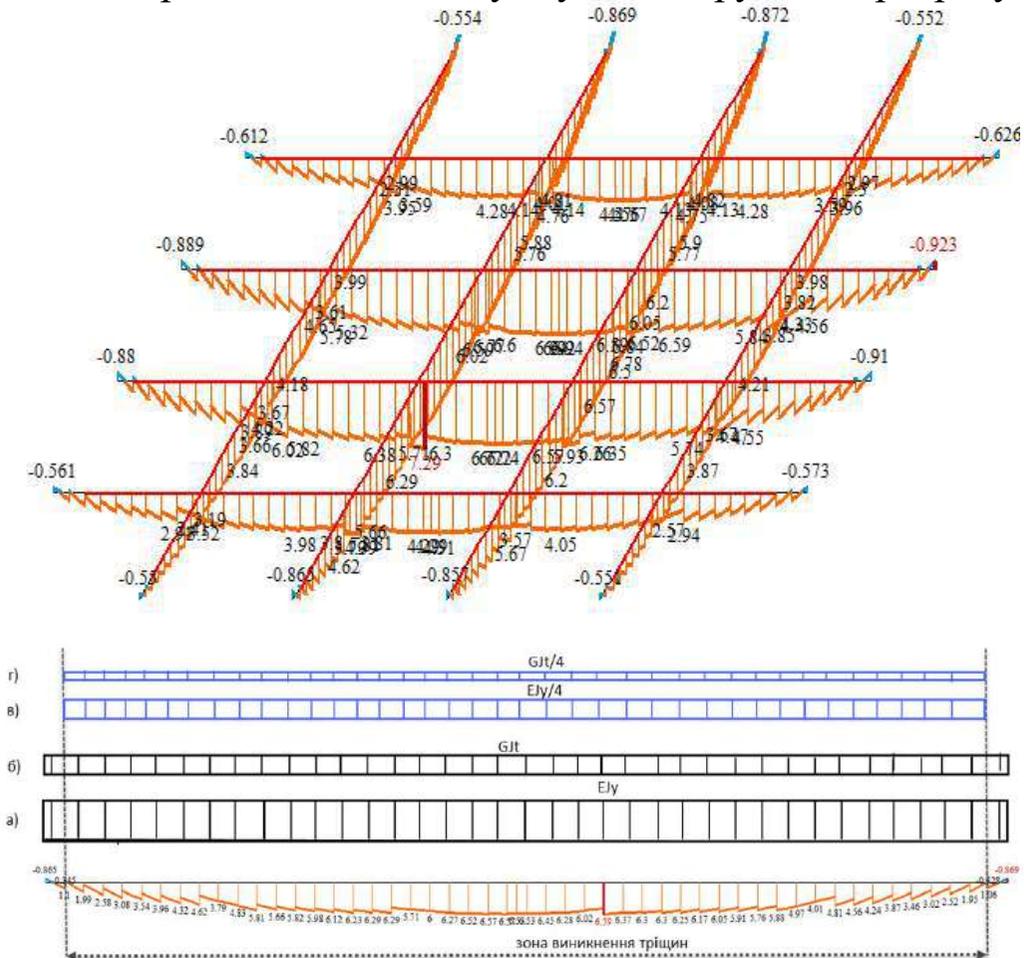
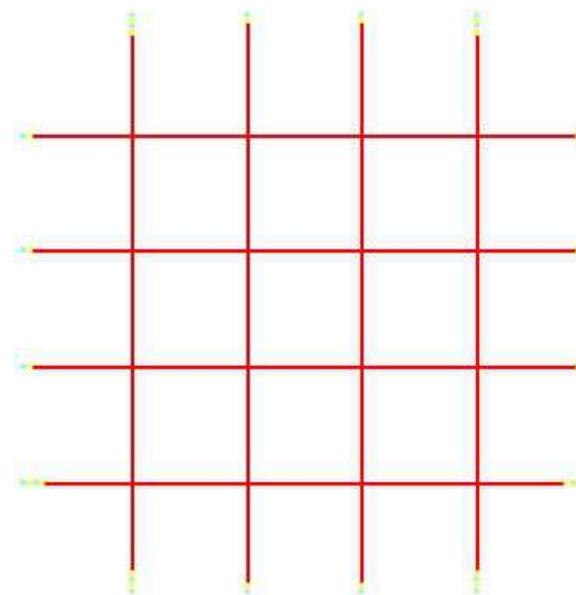


Рис. Найбільш напружена балка при вигині: постійні по всій довжині елемента жорсткості на вигин та на кручення-а,б; понижені жорсткості в 4 рази на вигин та на кручення на ділянці ребра, де виникають нормальні тріщини -в, г

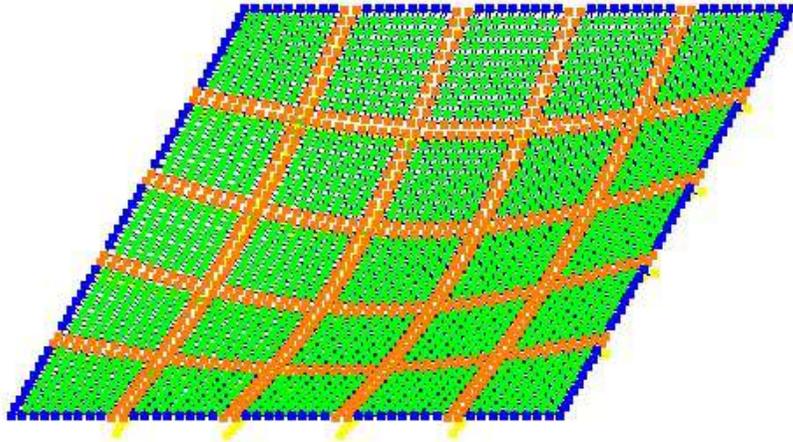
Ділянки на балочних елементах плити, де $M_{max} \geq M_{cr}$ після 1-го пружного розрахунку (інвертовано червоним ділянки утворення тріщин)



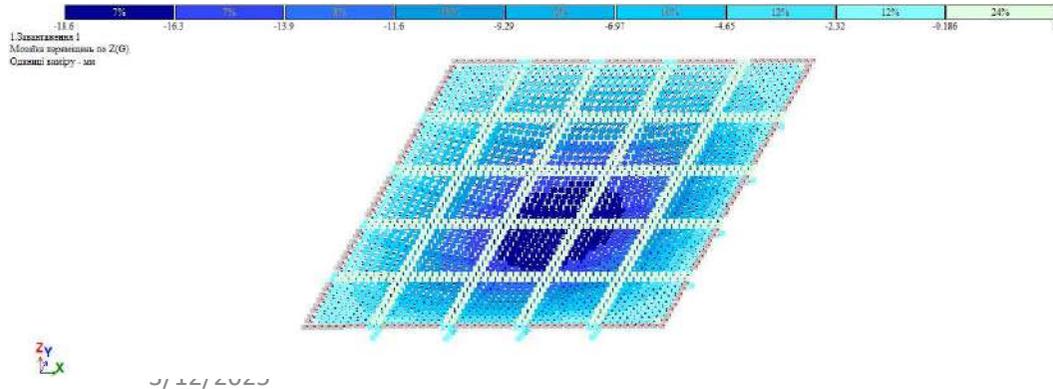
На ділянках ребер, де $M_{max} \geq M_{cr} = 1,41$ тм утворюються тріщини

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СТАТИЧНОГО РОЗРАХУНКУ

Деформована схема кесонного перекриття після пружного статичного розрахунку



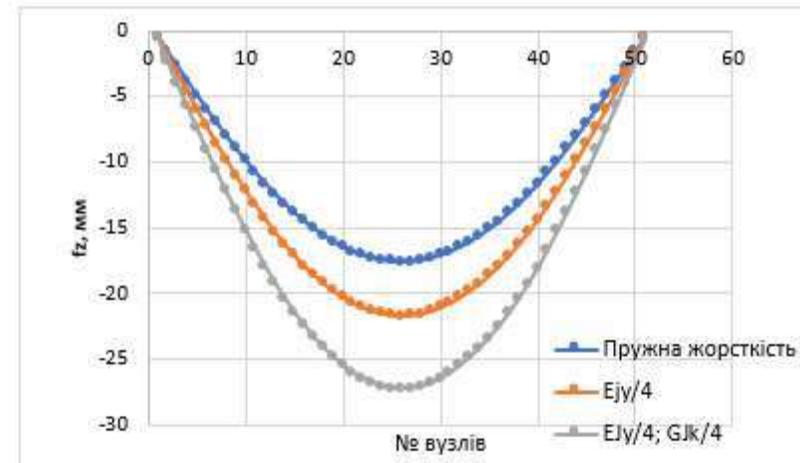
Мозаїка переміщень вузлів SE схеми вздовж осі Z після пружного розрахунку

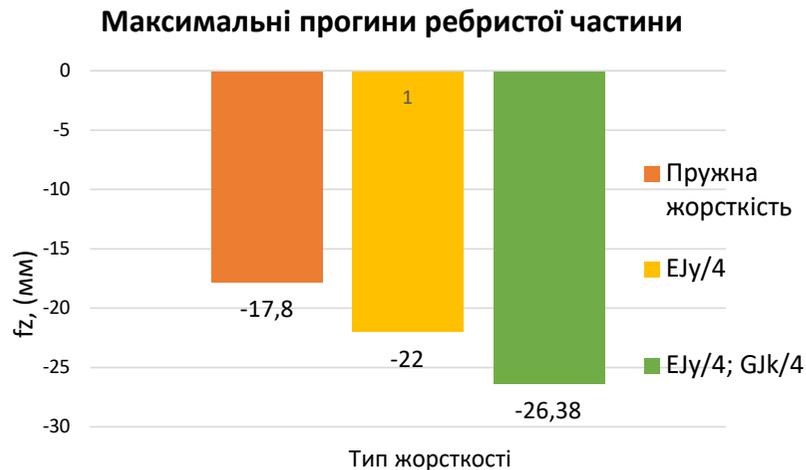
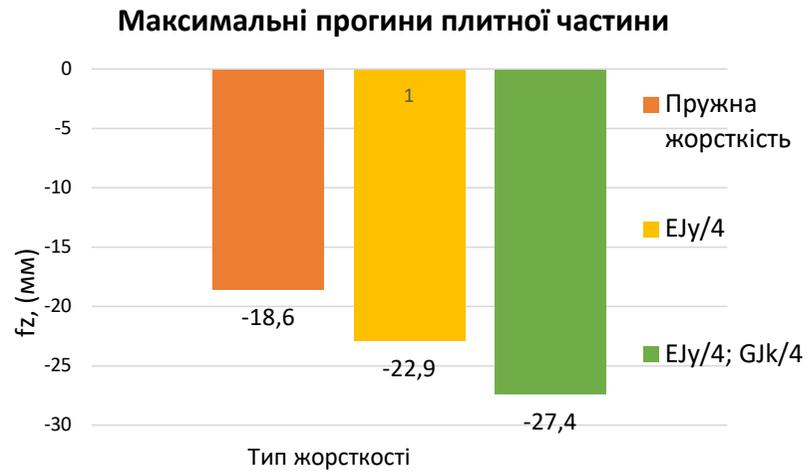


Таблиця 1 - Максимальні значення переміщень SE моделі перекриття

Тип розрахунку	Переміщення f_z , (мм)	
	Плита	Ребра
Пружна жорсткість	-18,6	-17,8
$EJ_y/4$	-22,9	-22
$EJ_y/4; GJ_z/4$	-27,4	-26,38

Графіки прогинів ребра (балки) плити, де виникають найбільші прогини





З рисунка видно, що при урахуванні пониження тільки згинальної жорсткості від утворення тріщин, що традиційно використовується при проектуванні, максимальний прогин збільшується в **1,23** рази. Врахування же зміни і згинальних, і крутильних жорсткостей збільшує максимальний прогин в **1,47** рази.

Таким чином, величина максимального прогину при врахуванні зміни і згинальних, і крутильних жорсткостей на **19,7%** більше, ніж максимальний прогин при врахуванні зміни тільки згинальних жорсткостей.

Аналіз напруженого стану ребристої частини перекриття

Табл. Максимальні зусилля в балочних елементах перекриття

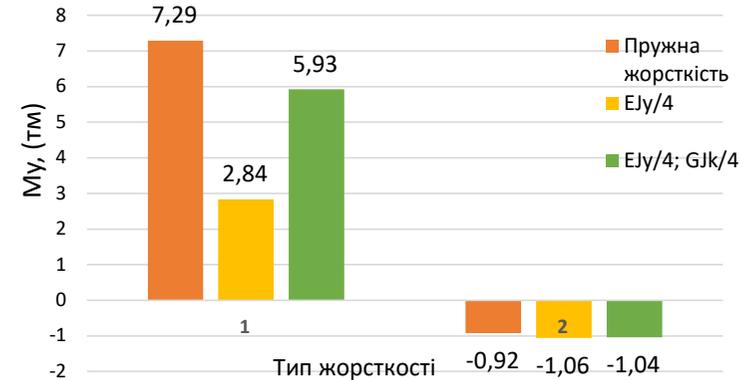
Тип жорсткості	M_y (тм)		M_k (тм)		Q (т)	
CE						
Пружна жорсткість	7,29	-0,92	-1,38	1,48	-12,1	12,1
$EJ_y/4$	2,84	-1,06	-1,76	1,84	-12	11,9
$EJ_y/4; GJ_t/4$	5,93	-1,04	-0,949	1,48	-11,8	11,8

Так, видно, що при зменшенні внаслідок тріщиноутворення тільки однієї жорсткості при згині в 4 рази моменти вигину в ребрах зменшилися на **156,7%** в порівнянні з пружним розрахунком.

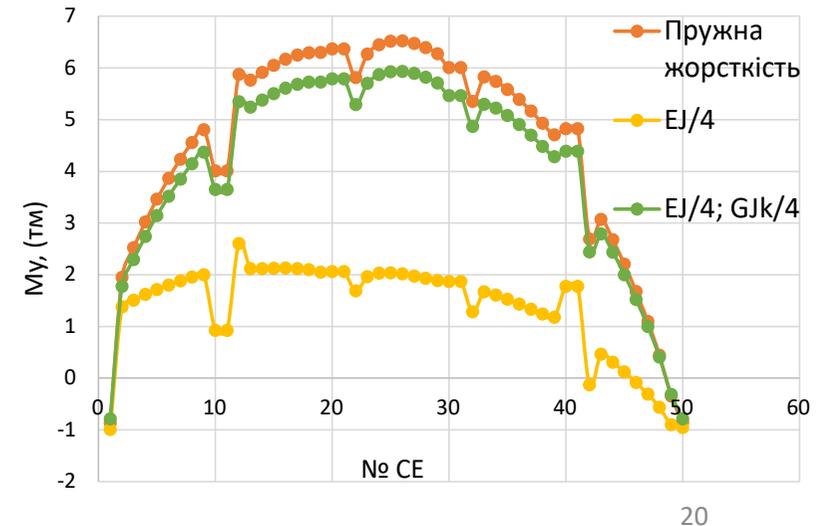
При зменшенні **обох типів жорсткостей в 4 рази** моменти вигину в ребрах зменшилися на **22,93 %** в порівнянні з пружним розрахунком.

Врахування пониження обох типів жорсткостей в порівнянні тільки з пониженням одного типу жорсткості дає різницю в моментах згину в **108,8%**

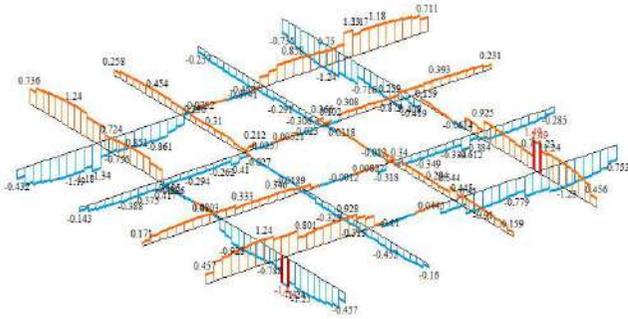
Максимальні моменти вигину M_y



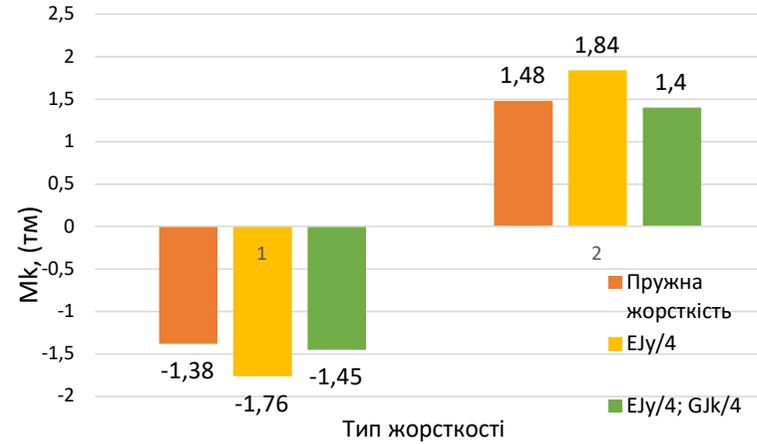
Епюри моментів вигину в найбільш напруженому ребрі перекриття ($l=10,0m$)



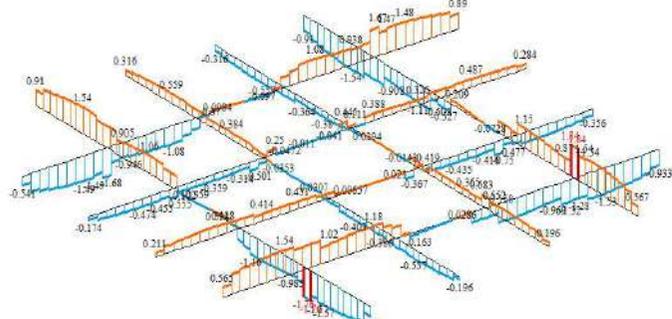
Епюра моментів кручення M_t після: розрахунку з пружними жорсткостями ($M_{t,max} = 1,48$ тм)



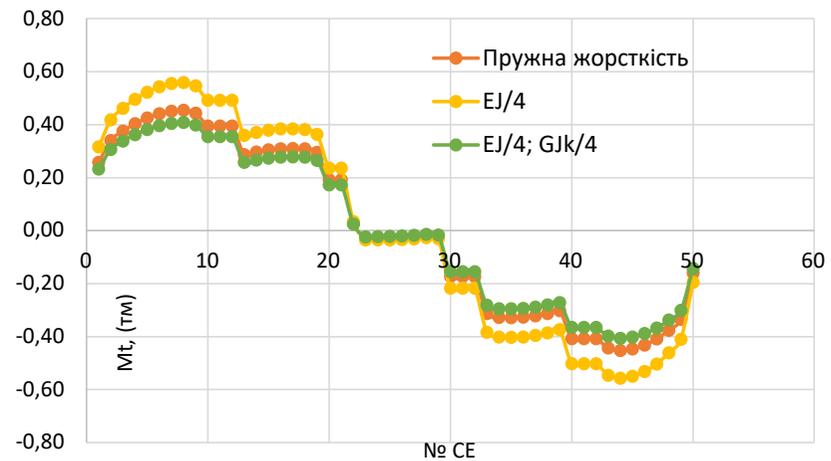
Максимальні моменти кручення M_k



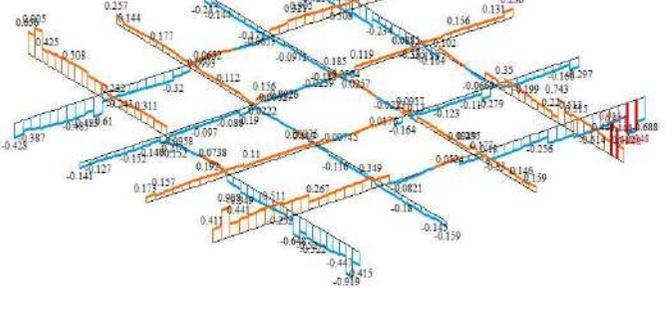
Епюра моментів кручення M_t після: розрахунку з пониженими жорсткостями на згин EJ ($M_{t,max}=1,84$ тм)



Моменти кручення M_t в балочному елементі



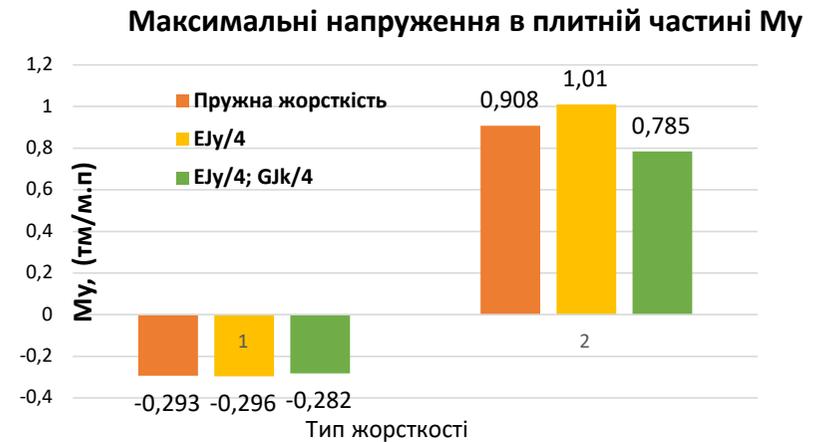
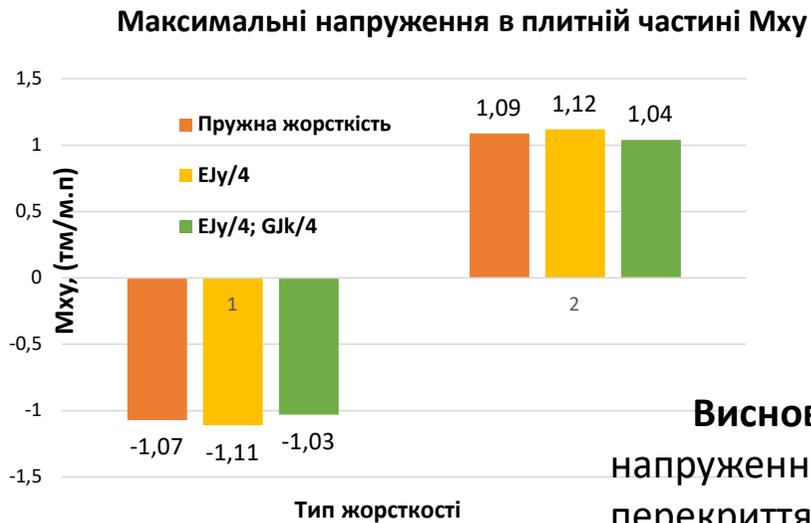
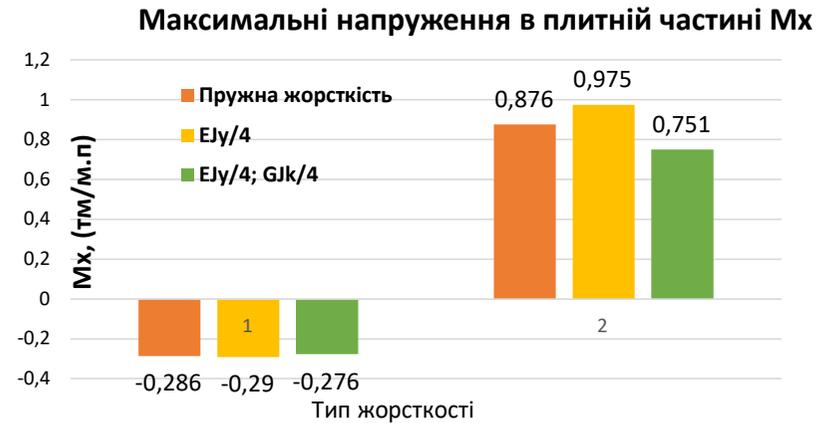
Епюра моментів кручення M_t після: розрахунку з пониженими жорсткостями на згин EJ та на кручення GJt ($M_{t,max}=0,94$ тм)



Аналіз напруженого стану плитної частини перекриття

Табл. Максимальні зусилля плитній частині перекриття

Тип жорсткості	M_x (т·м/м.п)		M_y (т·м/м.п)		M_{xy} (т·м/м.п)	
	CE					
Пружна жорсткість	-0,286	0,876	-0,293	0,908	-1,07	1,09
$EJ_y/4$	-0,29	0,975	-0,296	1,01	-1,11	1,12
$EJ_y/4; GJ_k/4$	-0,276	0,751	-0,282	0,785	-1,03	1,04



Висновок: зусилля (погонні напруження) в плитній частині перекриття не зазнали істотних змін.

ВИСНОВКИ

- **1.** Залізобетонне ребристе перекриття, апроксимоване у вигляді пластинчато-стержньової скінченноелементної системи, дає змогу враховувати зміну згинальної та крутильної жорсткостей його елементів.
- **2.** Ураховано перерозподілення внутрішніх сил у стрижнях скінченноелементної схеми внаслідок утворення тріщин. Це дало змогу оцінити напружений стан елементів такої моделі, враховуючи зміну як згинальних, так й жорсткостей при крученні елементів перекриття.
- **3.** Різниця у розрахунках між урахуванням лише зниження згинальної жорсткості перерізу через тріщиноутворення та врахуванням змін як згинальної, так і крутильної жорсткостей становить: для прогинів плитної частини – **19,7%**; для згинальних моментів – **108,7%**; для крутильних моментів – **24,3%**.
- **4.** Під час проектування перекриттів із залізобетону важливо враховувати зміну згинальної та крутильної жорсткостей їх елементів, спричинену утворенням нормальних тріщин.

5. З рисунка 7.1 можна зробити висновок, що врахування лише зниження згинальної жорсткості через утворення тріщин, як це традиційно робиться в проектуванні, призводить до збільшення максимального прогину в **1,23** рази. Водночас врахування змін як згинальної, так і крутильної жорсткостей підвищує максимальний прогин у **1,47** рази. Отже, максимальний прогин при врахуванні обох видів жорсткостей на 19,7% перевищує значення прогину, отримане з урахуванням лише згинальної жорсткості.

6. Аналіз таблиць 7.2 і 7.3, а також рисунків 7.5 і 7.7, дозволяє зробити важливий висновок: врахування змін крутильних жорсткостей істотно впливає на характер переміщень, а також на розподіл згинальних і крутних моментів у елементах досліджуваного перекриття. Дані рисунка 7.1 розкривають, чому в практичному проектуванні фактичні прогини залізобетонних плит перекриття часто перевищують розрахункові. Це відбувається через те, що традиційно враховується лише зниження згинальної жорсткості внаслідок утворення тріщин. Такий підхід не лише спотворює картину переміщень, але й впливає на розподіл згинальних і крутних моментів.

CERTIFICATE

is awarded to

Riabokon Yuliia

for being an active participant in
II International Scientific and Practical Conference

**“GLOBAL TRENDS IN
SCIENCE AND EDUCATION”**

24 Hours of Participation
(0,8 ECTS credits)



KYIV

10-12 March 2025



sci-conf.com.ua

SCI-CONF.COM.UA

GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION



**PROCEEDINGS OF II INTERNATIONAL
SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE
MARCH 10-12, 2025**

**KYIV
2025**

GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION

Proceedings of II International Scientific and Practical Conference

Kyiv, Ukraine

10-12 March 2025

Kyiv, Ukraine

2025

UDC 001.1

The 2nd International scientific and practical conference “Global trends in science and education” (March 10-12, 2025) SPC “Sci-conf.com.ua”, Kyiv, Ukraine. 2025. 838 p.

ISBN 978-966-8219-82-5

The recommended citation for this publication is:

Ivanov I. Analysis of the phaunistic composition of Ukraine // Global trends in science and education. Proceedings of the 2nd International scientific and practical conference. SPC “Sci-conf.com.ua”. Kyiv, Ukraine. 2025. Pp. 21-27. URL: <https://sci-conf.com.ua/ii-mizhnarodna-naukovo-praktichna-konferentsiya-global-trends-in-science-and-education-10-12-03-2025-kiyiv-ukrayina-arhiv/>.

Editor

Komarytskyy M.L.

Ph.D. in Economics, Associate Professor

Collection of scientific articles published is the scientific and practical publication, which contains scientific articles of students, graduate students, Candidates and Doctors of Sciences, research workers and practitioners from Europe, Ukraine and from neighbouring countries and beyond. The articles contain the study, reflecting the processes and changes in the structure of modern science. The collection of scientific articles is for students, postgraduate students, doctoral candidates, teachers, researchers, practitioners and people interested in the trends of modern science development.

e-mail: kyiv@sci-conf.com.ua

homepage: <https://sci-conf.com.ua>

©2025 Scientific Publishing Center “Sci-conf.com.ua” ®

©2025 Authors of the articles

47.	<i>Кучерявий В. М., Гуйда О. Г.</i>	232
	КРИПТОГРАФІЯ ТА ЕЛЕКТРОННИЙ ПІДПИС У ДОКУМЕНТАЛЬНИХ КОМУНІКАЦІЯХ	
48.	<i>Мірошніченко Н. В., Козюк Н. І.</i>	236
	ЕКОЛОГІЧНИЙ ВПЛИВ КОКСОХІМІЧНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ ТА ШЛЯХИ ЙОГО МІНІМІЗАЦІЇ	
49.	<i>Павленко В. М., Солодей І. І.</i>	239
	ВИКОРИСТАННЯ НАПІВНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ЗАДАЧАХ ДЕФОРМУВАННЯ ГРУНТОВИХ ОСНОВ	
50.	<i>Поліщук Б. В., Мітіна Н. Б.</i>	246
	ВИКОРИСТАННЯ ТЕРМОСТІЙКИХ ПОЛІМЕРІВ В ЯКОСТІ АНТИФРИКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ	
51.	<i>Срібняк Н. М., Галушка С. А., Гонка В. С., Рябокони Ю. М.</i>	249
	ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ БУДІВЕЛЬНИХ СИСТЕМ НА ПРИКЛАДІ ДИСКА ПЕРЕКРИТТЯ ІЗ ЗБІРНИХ ПЛИТ	
52.	<i>Срібняк Н. М., Галушка С. А., Безсонов К. С., Андрушечко Ю. О.</i>	256
	ЕФЕКТИВНІ СТАЛІВІ КОНСТРУКЦІЇ ДЛЯ ПОКРИТТЯ БУДІВЕЛЬ	
53.	<i>Твердохліб А. О.</i>	263
	ВПЛИВ АЛГОРИТМІВ КОНСЕНСУСУ НА ПРОДУКТИВНІСТЬ ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ	
54.	<i>Третенков В. М., Дорофєєв В. С., Зінченко Г. В., Капула О. С.</i>	269
	ШЛЯХИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ВИМІРЮВАННЯ	
55.	<i>Шарапова Т. А., Яцук О. В., Гажитов К. В.</i>	274
	ОРГАНІЗАЦІЯ ХІМІЧНОЇ БЕЗПЕКИ В ПРОМИСЛОВОСТІ	

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

56.	<i>Vynohradska V. H.</i>	277
	CHAOS THEORY AND ITS IMPACT ON PREDICTABILITY IN PHYSICAL SYSTEMS	
57.	<i>Калайда О. Ф.</i>	281
	МНОГОЧЛЕНИ ТИПУ ЛАГРАНЖА З ВАГАМИ	

GEOGRAPHICAL SCIENCES

58.	<i>Старко М. В.</i>	283
	ВИКОРИСТАННЯ КІНЕТИКИ ОСАДЖЕННЯ ДОННИХ ВІДКЛАДЕНЬ ТА ПІДСТИЛАЮЧИХ ГРУНТІВ ДЛЯ ОЦІНКИ ВПЛИВУ ГІДРОТЕХНІЧНИХ РОБІТ НА ВОДНІ ЖИВІ РЕСУРСИ	

ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ БУДІВЕЛЬНИХ СИСТЕМ НА ПРИКЛАДІ ДИСКА ПЕРЕКРИТТЯ ІЗ ЗБІРНИХ ПЛИТ

Срібняк Наталія Миколаївна,

к.т.н., доцент

Галушка Сергій Анатолійович,

ст.викладач

Гопка Валентин Сергійович,

Рябокоть Юлія Миколаївна,

Студенти

Сумський національний аграрний університет

м. Суми, Україна

Вступ. / Introductions. Переkritтя та покриття є важливими та матеріаломісткими елементами будівель, що виконують ключові функції. Зазвичай розрахунок переkritтів здійснюється за методами теорії тонких плит. Тонкими плитами вважаються такі, товщина яких значно менша за їх найменший плановий розмір. Для розрахунків таких плит застосовуються програмні комплекси, як-от Ansys, Scad, Lira та інші, які використовують метод скінчених елементів [1].

Попри досить високі можливості цих програмних комплексів, як зазначають Гуревич А. Л., Карпенко Н. І., Ярин Л. І. у своїй роботі «Про способи розрахунку залізобетонних плит на ЕОМ з урахуванням процесу тріщиноутворення», їх використання має певний недолік — проектувальник не може безпосередньо «втручатися» в програму. Це може бути необхідно, наприклад, коли досліднику потрібно змінити нелінійні властивості матеріалів, які не передбачені в програмному комплексі, або коригувати жорсткість через тріщиноутворення, базуючись на власних дослідженнях та інших факторах [1].

У дослідженні [2] вказано, що при розрахунку залізобетонних переkritтів із врахуванням тріщиноутворення доцільно застосовувати метод стрижневої апроксимації. Це зумовлено тим, що вплив різних тріщин на згинальну та крутильну жорсткості залізобетонних стрижневих елементів вивчено досить глибоко. У роботі [1] розроблено метод розрахунку плит за

допомогою стержнєвої апроксимації, що дозволяє усунути недоліки, які мали місце в попередніх дослідженнях. Концепція моделювання плитних конструкцій, включаючи ребристі, багатопорожнисті та плити з суцільним перерізом, розглянута в роботах Т. Н. Азізова [3, 4]. Цю концепцію планується застосувати в нижчевикладених числових дослідженнях.

Мета роботи. / Aim. У статті здійснено аналіз напружено-деформованого стану плитних елементів фрагменту диску перекриття, який складається з багатопорожнистих збірних плит, за умови зміни лише жорсткості на вигин, а також одночасного зниження жорсткості на вигин і кручення.

Об'єктом дослідження є скінченоелементна модель комірки перекриття, яка сформована із збірних багатопорожнистих плит у проєктованій будівлі. *Предметом дослідження* є напружено-деформований стан (зусилля та деформації) елементів цієї моделі фрагменту диску перекриття.

Матеріали та методи./Materials and methods. Методи дослідження включають скінченоелементне моделювання та проведення числового експерименту.

Метод скінчених елементів (МСЕ) є числовим методом для встановлення напружено-деформованого стану будівельних конструкцій, який полягає у розбитті складної структури на менші, більш прості елементи (скінчені елементи). Для кожного з цих елементів складаються рівняння рівноваги, які потім об'єднуються в загальну систему, що дає змогу визначити напруження, деформації та переміщення всього об'єкта. МСЕ широко застосовується для аналізу плит, балок, каркасних і оболонкових конструкцій у будівництві. Цей метод реалізовано в програмних комплексах, таких як Ansys, Lira, SCAD, Abaqus, що дозволяє моделювати реальну поведінку споруд з урахуванням нелінійних властивостей матеріалів, тріщиноутворення та інших факторів.

Метод стержнєвої апроксимації для розрахунку залізобетонних плит був розроблений Т. Н. Азізовим [1]. Ця методика для суцільних плит ґрунтується на апроксимації за допомогою системи стрижнів, розташованих у перпендикулярних напрямках. Вона передбачає типові рівняння системи

диференціальних рівнянь для аналізу такої моделі. Показано, що кількість невідомих у цій системі значно менша порівняно з методом скінченних елементів. Окрім того, метод включає процедуру для визначення крутильних жорсткостей стрижневих моделей.

Збірні залізобетонні плити 1,5х6,0 м, що моделюються в складі фрагменту диску перекриття 6,0х6,3 м виготовлені з бетону класу С20/25 з наступними характеристиками матеріалу згідно [5]:

$$f_{cd} = 14,5 \text{ МПа}, f_{ctk,0,05} = 1,5 \text{ МПа} = 0,15 \text{ кН/см}^2, E_{cd} = 23 \text{ ГПа} \\ = 2,3 \cdot 10^4 \text{ МПа} = 2 \text{ 300 кН/см}^2$$

Результати та обговорення./Results and discussion. За допомогою методу скінченних елементів і програмного комплексу Ліра-САПР 2024 було створено скінченоелементну модель фрагменту диску перекриття (рис.1), складеного з багатопорожнистих плит покриття. На рис. 2 представлено фрагмент диска перекриття, сформований із збірних плит. Заплановано дослідити роботу елементів фрагменту диску перекриття із плит числовим методом за різних типів жорсткостей елементів (в пружній і пластичній стадії роботи).

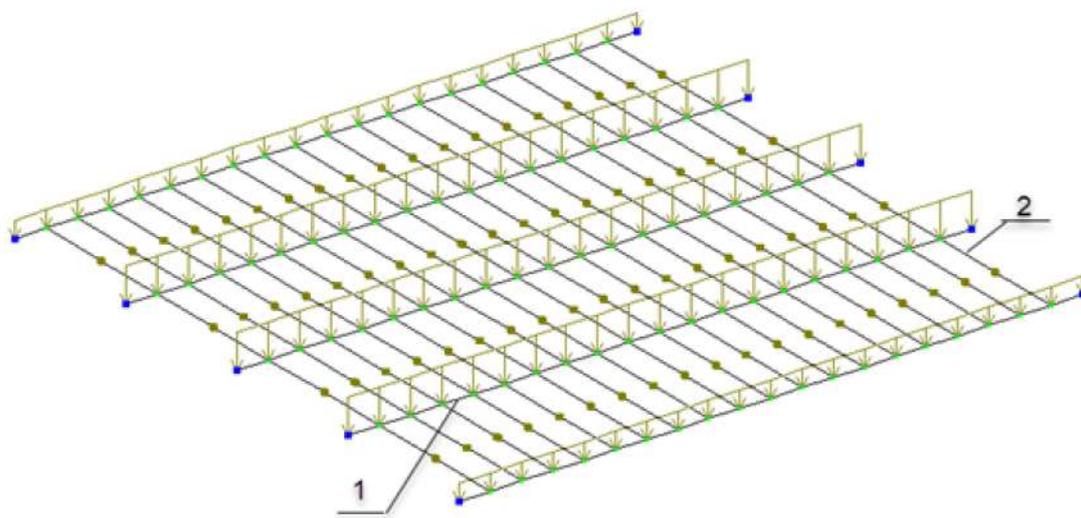


Рис. 1. Скінченоелементна стержньова розрахункова модель залізобетонних збірних багатопорожнистих плит: стержень з приведеним поперечним перетином багатопорожнистої плити-1; стержень з підвищеною жорсткістю-2

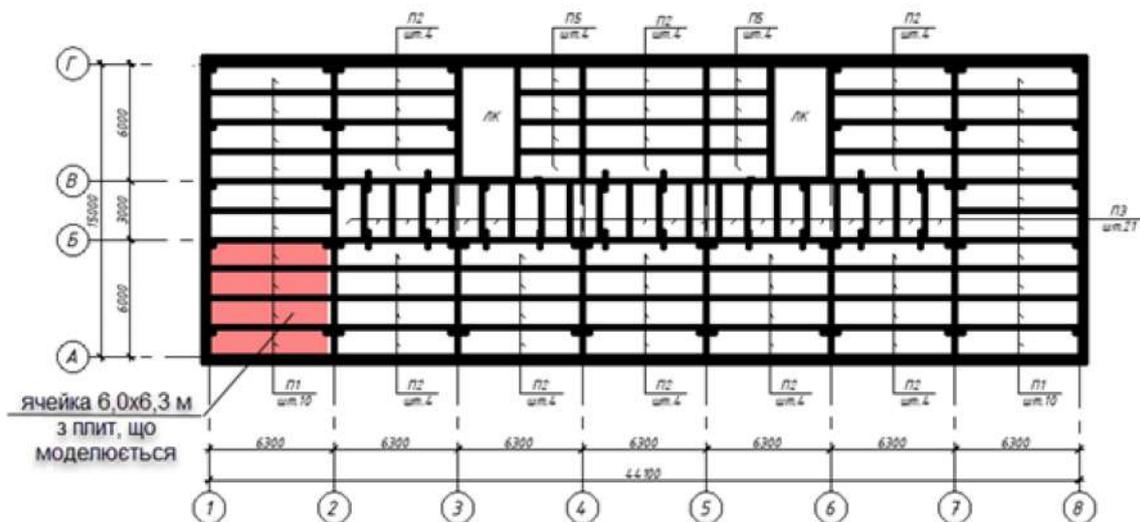


Рис. 2. Схема розташування елементів перекриття з багатопорожнистих плит (фрагмент диску 6,0x6,3 м, що досліджується, виділено червоним)

У роботах [3, 4] продемонстровано можливість моделювання збірного диска перекриття за допомогою стержневої системи, зображеної на рис. 1.

Відомо, що навіть при симетричному (рівномірному) навантаженні на диск перекриття в його крайових елементах виникають крутні моменти, які можуть досягати значних значень. Цей ефект стає ще більш вираженим при нерівномірному або локальному навантаженні (як розподіленому по лінії, так і сконцентрованому на площі) на плитну систему.

Дана схема застосовується для розрахунку дискової системи плит, що спираються торцевими сторонами на опори (стіни). Спільна робота збірних плит у складі диска перекриття забезпечується завдяки замоноличуванню шпоночних швів, що сприяє перерозподілу навантаження між плитами.

Шпоночні шви змодельовано через об'єднання переміщень уздовж осі Z вузлів сусідніх стержнів із підвищеною жорсткістю. Враховуючи значущість методики моделювання збірних плит за допомогою стержневих скінченних елементів (СЕ) згідно з [4], буде створено скінченоелементну розрахункову модель комірки перекриття, як показано на рис. 1.

В табл.1 наведено алгоритм виконання числового експерименту для скінченоелементної моделі за рис. 1.

Таблиця 1

Алгоритм виконання числового дослідження для моделі за рис.1

Крок 1	Пружний статичний розрахунок системи
Крок 2	обчислення M_{pl} - моменту утворення тріщин
Крок 3	На ділянках стержня, де $M_{max} \geq M_{pl}$ утворюються тріщини й понижуємо лише EJ в 4 рази
Крок 4	Виконуємо статичний розрахунок при пониженій лише EJ
Крок 5	На ділянках стержня, де $M_{max} \geq M_{pl}$ утворюються нормальні тріщини тоді понижуємо як EJ , так GJ_k в 4 рази
Крок 6	Виконуємо статичний розрахунок при понижених EJ та GJ_k
Крок 7	Порівнюємо результати кроків «4» та «6»

Для аналізу параметрів напружено-деформованого стану системи прийнято наступні варіанти моделі згідно табл. 2.

Таблиця 2

Варіанти скінченоелементної моделі за рис.1, що прийнято для аналізу

Номер варіанту	Характеристика системи
варіант 1	розрахунок з пониженою жорсткістю в EJ в 4 рази для СЕ , в яких $M_{y,max} > M_{crec}$;
варіант 2	розрахунок з пониженою жорсткістю в EJ в 4 рази для СЕ , в яких $M_{y,max} > M_{crec}$;
варіант 3	розрахунок з пониженою жорсткістю в EJ та GJ_k в 4 рази для СЕ , в яких $M_{y,max} > M_{crec}$;

На рис. 3 зображено максимальні значення переміщень f_{Zmax} вузлів плити вздовж осі Z для усіх трьох моделей (типів розрахунку– див. табл. 2).

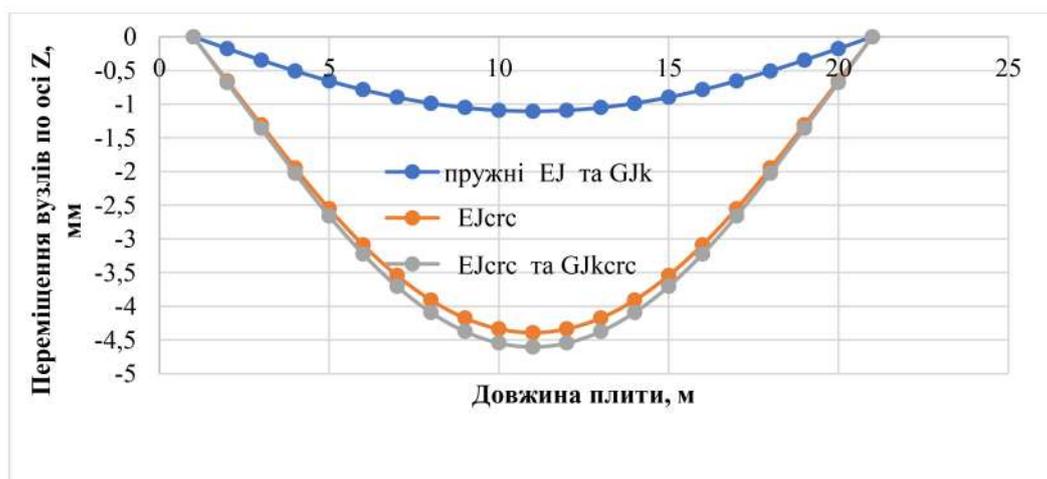


Рис. 3. Графік переміщень вузлів для плити, що деформується найбільше для 3-х варіантів порівняння

На рис. 4 наведено епюри моментів вигину M_y та кручення M_t плити П-3 за різних характеристик жорсткостей.

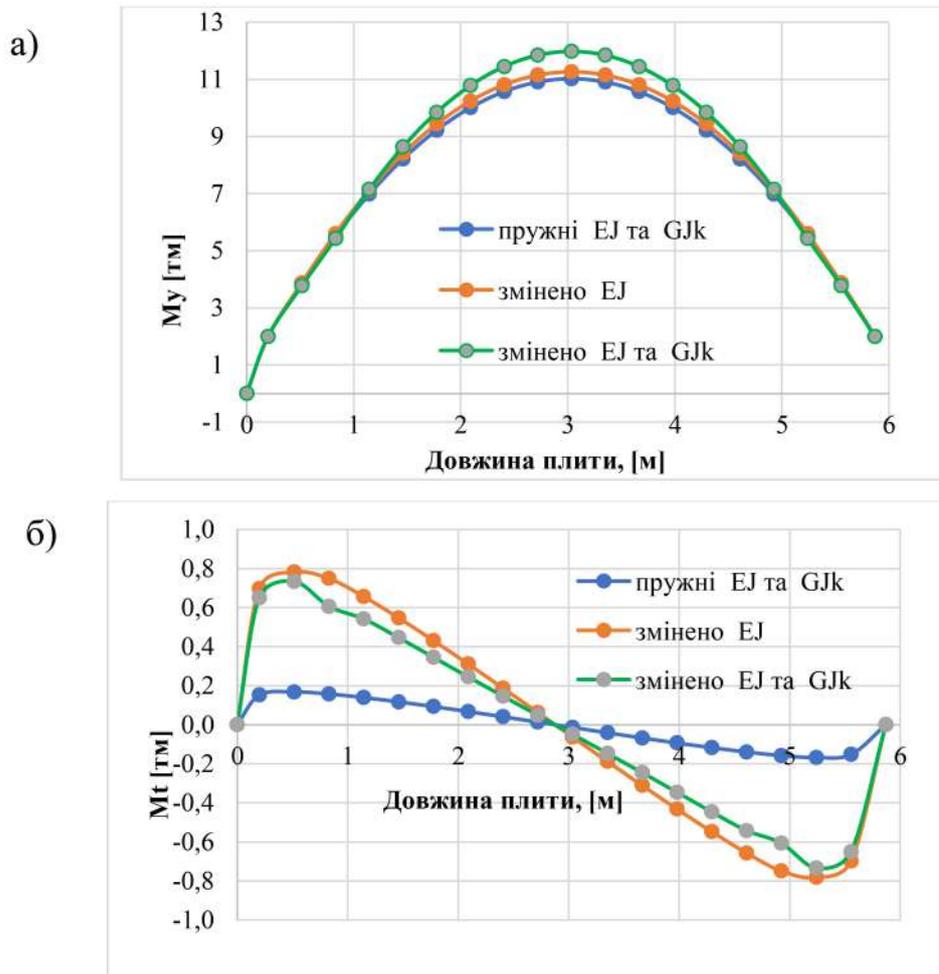


Рис. 4. Епюри моментів вигину (а) та моментів кручення (б) плити П-3 за різних характеристик жорсткостей

Висновки./Conclusions

1. На прикладі скінченоелементної моделі продемонстровано значущість урахування не лише зниження жорсткості на вигин унаслідок тріщиноутворення, а й зменшення жорсткості на кручення при статичному розрахунку залізобетонної системи, сформованої зі збірних плит у пластичній стадії роботи.

2. Аналіз зміни жорсткостей при вигині та крученні в перерізах плит, де від вигину утворюються тріщини, перпендикулярні до поздовжньої осі елемента, показав збільшення згинальних моментів (M_y) до 8,3% порівняно з випадком, коли змінюється лише жорсткість на вигин (у цьому разі різниця

становить 2,26%). Така різниця підкреслює важливість врахування жорсткості на кручення для плит із тріщинами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Taliat Azizov, Rolando Pereiras (2023). Consideration of torsional rigidity in the calculation of plates using beam approximation. Режим доступу: <https://surli.cc/pvmvdo>
2. Азізов Т. Н. Розрахунок залізобетонних плит методом стрижневої апроксимації // Наука Європи. 2019. №45-1 (45).
3. Азізов Т. М. Теорія просторової роботи перекриттів. – Київ: Науковий світ, 2001. - 276 с
4. Азізов Т. М. Просторова робота залізобетонних перекриттів. Теорія і методи розрахунку: дис. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / Азізов Талят Нурединович. - Полтава, 2006. – 406 с
5. ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції»