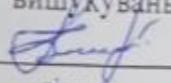


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет будівництва та транспорту
Кафедра Архітектури та інженерних вишукувань

До захисту
Допускається
Завідувач кафедри
Архітектури та інженерних
вишукувань

Д.С. Бородай
підпис

«10» грудня 2025 р

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим рівнем вищої освіти

На тему: «Дослідження напружено-деформованого стану багаточарової кам'яної стіни»

Виконав (ла)


(підпис)

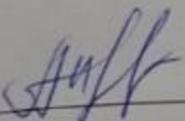
Тимко Д.О.

(Прізвище, ініціали)

Група

БУД 2401-2м

(Науковий) керівник


(підпис)

Андрух С.Л.

(Прізвище, ініціали)

Кафедра:

Архітектури та інженерних вишукувань

Спеціальність:

192 "Будівництво та цивільна інженерія"

ЗАВДАННЯ

НА МАГІСТЕРСЬКУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Тимко Дмитро Олександрович

1. Тема роботи Дослідження напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни

Затверджено наказом по університету № 34/ос від "07" січня 2025р.

2. Строк здачі студентом закінченої роботи: "10" грудня 2025р

3. Вихідні дані до роботи: нормативні документи з проектування та розрахунку кам'яних і огорожувальних конструкцій, а також норми з теплотехіки; фізико-механічні характеристики матеріалів несучої кладки; програмний комплекс Lira-SAPR для 3-D моделювання
4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що підлягають розробці)

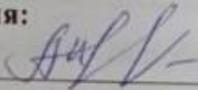
Загальна характеристика роботи; Аналітичний огляд наукових досліджень; теоретичні основи формування напружено-деформованого стану; побудова розрахункових моделей; виконання чисельних розрахунків; Аналіз результатів ВЕМ-розрахунків; Вплив вибору анкерних ядучок та температурних деформацій; формування інженерних рекомендацій; загальні висновки за результатами дослідження.

5. Перелік графічного матеріалу (з точною вказівкою обов'язкових креслень)

Вступ, актуальність теми, об'єкт дослідження, предмет дослідження, мета дослідження, наукова та технічна новизна одержаних результатів, практичне значення одержаних результатів. Презентація доповіді на мультимедійному проекторі.

Завдання видав до виконання:

Керівник :

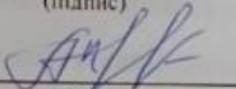


(підпис)

Андрух С.Л.

(Прізвище, ініціали)

Консультант:



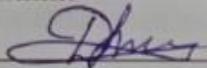
(підпис)

Андрух С.Л.

(Прізвище, ініціали)

Завдання прийняв до виконання:

Здобувач



(підпис)

Тимко Д.О.

(Прізвище, ініціали)

ЗМІСТ

Завдання

.....

Анотація

.....

Вступ

.....

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.....

РОЗДІЛ 2. БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1. Історичний розвиток конструкцій кам'яних стін

2.2. Наукові дослідження однорідної та багатошарової кладки

2.3. Дослідження багатошарових стін та їх напружено-деформованого стану

2.4. Теплотехнічні та механічні аспекти роботи багатошарових стін

2.4.1. Механіка напружень в багатошарових кладках

2.4.2. Вплив теплоізоляції на деформації

2.4.3. Температурно-стресова взаємодія шарів

2.4.4. Вологісні та морозні процеси

2.4.5. Взаємодія шарів як компонента композиту

2.5. Вплив анкерних зв'язків і точкових кріплень на формування НДС

2.5.1. Типологія анкерних систем та їх механічна роль

2.5.2. НДС у зоні анкерного кріплення - локальна модель руйнування

2.6. Порівняльний аналіз методів оцінювання напружено-деформованого стану багатошарових стін

2.6.1. Аналітичні методи - пояснення, поглиблення, додаткові приклади.

2.7. Невирішені наукові задачі та проблематика сучасних досліджень багатошарових стін

2.7.1. Нестача FEM-досліджень, що моделюють усі шари одночасно

2.7.2. Недостатність прогнозних моделей довговічності фасадів

2.7.3. Відсутність критеріїв оптимального анкерування

2.7.4. Недостатньо описана реологічна поведінка утеплювача

2.8. Тенденції розвитку досліджень та перспективи подальшого вдосконалення методів аналізу НДС

2.8.1. Перехід до віртуального моделювання реальних будівель

2.8.2. Локальні моделі та багатомасштабний аналіз

2.8.3. Розвиток чисельних методів та перехід до нелінійних розрахункових моделей

- 2.8.4. Інтелектуальні системи оптимізації та автоматизації проектування фасадів
- 2.8.5. Інтеграція цифрового моделювання у стандарти та практику відбудови України

Висновки до розділу 2

РОЗДІЛ 3. ПОБУДОВА FEM-МОДЕЛІ БАГАТОШАРОВОЇ КАМ'ЯНОЇ СТІНИ В LIRA-SAPR 2024

- 3.1. Вибір схеми моделювання та концепція FEM-підходу
- 3.2. Геометрична структура моделі
- 3.3. Матеріальні характеристики конструктивних шарів моделі
- 3.4. KE-сітка, методи дискретизації та граничні умови
- 3.4.1. Принципи побудови KE-сітки для багатошарової системи
- 3.4.2. Контактні умови між шарами
- 3.4.3. Граничні умови для анкерів
- 3.5. Моделювання анкерних зв'язків у багатошаровій стіновій системі
- 3.5.1. Геометричне представлення анкерів у FEM-моделі
- 3.5.2. Типи закріплення анкерів
- 3.5.3. FEM-моделювання пошкодження анкера
- 3.6. Сценарії навантаження (вітрові, температурні, вагові)
- 3.6.1. Класифікація навантажень у моделі
- 3.6.2. Вагові навантаження
- 3.7. Температурні моделі ΔT у FEM-аналізі багатошарової стіни
- 3.7.1. Загальні принципи формування температурних полів у багатошаровій стіновій системі
- 3.7.2. Типи температурних моделей, використані в роботі

Висновок по розділу 3.

РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОЇ КАМ'ЯНОЇ СТІНИ

- 4.1. Загальні положення та методологія аналізу
- 4.2. Критерії оцінки НДС у багатошарових системах
- 4.3. Структура розділу та порядок аналізу
- 4.4. Аналіз напружено-деформованого стану одношарової кам'яної стіни
- 4.5. Аналіз напружено-деформованого стану багатошарової стіни з системою ETICS
- 4.6. Аналіз напружено-деформованого стану стіни з вентиляльованим фасадом

Висновок по розділу 4

ЗАГАЛЬНИЙ ВИСНОВОК	
Список використаних джерел	
Додаток	

Анотація

Тимко Дмитро Олександрович. Дослідження напружено-деформованого стану багат шарової кам'яної стіни - Кваліфікаційна робота магістра на правах рукопису.

Кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія». – Сумський національний аграрний університет, Суми, 2025.

Робота складається із змісту, загальної характеристики роботи та її кваліфікаційних ознак, огляд досліджень за обраною темою, розділів основної частини та висновків по роботі.

Сформульовано мету, задачі, об'єкт та предмет дослідження, методи наукового дослідження.

Результати дослідження є метою, що передбачають теоретичне опрацювання конструктивних рішень та дослідження впливу фізико-механічних параметрів шарів на НДС, а також застосування моделі з подальшим аналізом результатів.

В роботі виконувались наступні наукові та інженерні задачі а саме:

- виконувався аналіз сучасного стану досліджень, присвячений кам'яним огорожувальним конструкціям та їх механічній поведінці в різних умовах навантаження;
- виконувалось просторове математичне моделювання багат шарової кам'яної стіни, у якій окремо відтворено роботу несучого шару, теплоізоляції та оздоблення;
- проведений розрахунок напружено-деформованого стану моделі за допомогою методу кінцевих елементів у програмному комплексі LIRA-SAPR 2024;
- визначався характер напружень і деформацій, побудувати карти прогинів та знайти критично напружені зони;
- виконувалися порівняння між різними конструктивними схемами стіни, визначити варіанти з найменшим ризиком виникнення тріщин, відшарувань і деформаційних концентрацій;

- запропонували рекомендації щодо оптимального підбору матеріалів, товщини шарів та параметрів анкерування багатошарових стін для забезпечення їх стійкості і довговічної роботи.

З перелічених питань було комплексно розкрито механізм формування НДС у багатошаровій кам'яній стіні із забезпеченням досягнуто поставлені наукові задачі.

Ключові слова: багатошарова стіна, напружено-деформований стан, LIRA-SAPR 2024, контактна взаємодія, анкерні кріплення, температурний градієнт, вітрове навантаження, деформації, моделювання.

Список публікацій:

1) Тимко Д.О., Андрух С.Л. Теоретичний аналіз напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) - Суми, 2025.

2) Тимко Д.О., Андрух С.Л. Моделювання напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни в програмному комплексі LIRA-SAPR // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) - Суми, 2025.

В додатках наведено; тези конференції, альбом слайдів мультимедійної презентації.

Структура роботи.

Робота складається з основного тексту на __ сторінках, у тому числі __ таблиць, __ рисунків. Текст роботи містить загальну характеристику роботи, __ розділів, висновки і рекомендації за результатами роботи, список з __ використаних джерел, __ додатків на __ сторінках. Графічна частина складається з __ аркушів креслень та __ плакатів (або __ слайдів мультимедійної презентації).

ВСТУП

Сучасне будівництво висуває високі вимоги до надійності, довговічності та енергоефективності огорожувальних конструкцій. Особливого значення набувають багат шарові кам'яні стіни, що поєднують несучі та теплоізоляційні функції та водночас виконують важливу архітектурно-естетичну роль. Їх конструктивна схема формується з декількох матеріалів — керамічної плитки, утеплювача та цегляної кладки, кожен з яких суттєво відрізняється за модулем пружності, щільністю, теплофізичними характеристиками та механічною поведінкою при змінних навантаженнях. Такий контраст властивостей створює комплексну просторову систему, робота якої не може бути описана спрощеними розрахунковими підходами.

В умовах кліматичних змін, збільшення температурних градієнтів, підвищених вітрових навантажень та інтенсифікації добових теплових циклів зростає актуальність детального аналізу напружено-деформованого стану фасадних конструкцій. Саме багат шарові системи є найбільш вразливими до поєднання температурних та механічних впливів, що проявляється у виникненні деформацій, тріщиноутворенні, відшаруванні оздоблювальних плиток, руйнуванні анкерних елементів та втраті контактної жорсткості між шарами. Накопичення таких дефектів може призводити не лише до зниження енергоефективності будівель, а й до аварійних ситуацій, що підкреслює необхідність науково обґрунтованих методів оцінки роботи багат шарових огорожувальних конструкцій у реальних умовах експлуатації.

Застосування методу скінченних елементів (МКЕ) та спеціалізованого програмного забезпечення нового покоління, зокрема LIRA-SAPR 2024, дає можливість моделювати складні контактні та температурно-механічні взаємодії, враховувати нелінійні ефекти, аналізувати поведінку анкерних систем та прогнозувати втомні процеси у шаруватих конструкціях. Такі інструменти дозволяють з високою точністю відтворити просторову роботу фасадної системи та визначити критичні зони, де можливе виникнення деформацій, концентрацій напружень або руйнувань.

Враховуючи зазначене, дослідження напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни з використанням сучасних числових методів та комп'ютерного моделювання є актуальним та важливим напрямом науково-практичних досліджень. Отримані результати можуть бути застосовані при проектуванні, експлуатаційній діагностиці та модернізації фасадних систем житлових і громадських будівель.

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми дослідження

Однією з ключових тенденцій сучасного будівництва є використання конструкцій, які поєднують високий рівень міцності, тривалу експлуатаційну надійність, енергоефективність, технологічність монтажу та довговічність. В умовах сучасної України й світу, де спостерігається зростання вимог до теплової модернізації будівель, багатошарові кам'яні стіни стають стандартом житлового та громадського будівництва. Від масивних одношарових кладок архітектура перейшла до складних комбінованих систем, що включають несучий шар, теплоізоляційний прошарок, вентиляційний зазор, оздоблювальні та захисні покриття. Таке ускладнення конструкції істотно впливає на напружено-деформований стан (НДС), що потребує поглибленого наукового аналізу.

Проте, незважаючи на широке застосування багатошарових стін, їхня розрахункова оцінка досі залишається недостатньо формалізованою. Структурна неоднорідність шарів, різна жорсткість матеріалів, наявність анкерних з'єднань та температурних перепадів створюють складний тривимірний стан напружень, який класичні аналітичні формули описують лише наближено. Особливо критичними зонами є міжшарові контакти, де виникають концентрації напружень, можливі відриви облицювального шару, утворення тріщин у цегляному каркасі та локальні втрати стійкості.

Поглиблений аналіз наукових джерел показує, що більшість класичних робіт орієнтовані на однорідні цегляні конструкції або аналізують роботу одного з шарів окремо, не враховуючи реальну взаємодію з утеплювачем або зовнішнім оздобленням. При цьому практичний досвід будівництва демонструє численні приклади руйнування фасадів саме через відсутність коректного розрахунку багатошаровості. У зимовий період перепад температур призводить до розширення зовнішніх шарів і стиску внутрішніх, що створює небезпечні напружені зони. Вплив вітрового тиску, особливо на висотних будівлях, також

підсилює деформації, що може спричинити відрив фасадних плит, уповільнення або прискорення повзучості утеплювача.

Конструкція стіни, що на перший погляд є статичним елементом, у реальних умовах працює як динамічна система, реагуючи на температуру, вологість, вітровий тиск та усадку конструкції. НДС у таких елементах є нелінійним, просторовим та залежним від якості монтажу, типу розчинового шва, товщини утеплювача та системи кріплення облицювання. Відсутність уніфікованої методики моделювання НДС багатошарової стіни підтверджує високу актуальність дослідження, а застосування методу кінцевих елементів у LIRA-SAPR дозволяє вперше відтворити повну картину роботи конструкції у реальному наближенні.

Таким чином, актуальність теми обумовлена:

- розвитком енергоефективного та багатошарового будівництва;
- недостатністю класичних розрахункових методів;
- високим ризиком руйнування через невраховані деформації;
- потребою у точній цифровій моделі НДС;
- відсутністю в нормативній базі комплексного FEM-підходу;
- важливістю оцінки впливу температури та анкерних точок.

Мета і завдання дослідження є формування науково обґрунтованої моделі напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни та визначення закономірностей її роботи під дією експлуатаційних навантажень з використанням чисельного моделювання в середовищі LIRA-SAPR 2024. Досягнення поставленої мети передбачає теоретичне опрацювання конструктивних рішень, дослідження впливу фізико-механічних параметрів шарів на НДС, а також розроблення та верифікацію FEM-моделі з подальшим аналізом результатів.

Для реалізації поставленої мети у роботі визначено такі наукові та інженерні завдання:

- виконати аналіз сучасного стану досліджень, присвячених кам'яним огорожувальним конструкціям та їх механічній поведінці в різних умовах навантаження;
- створити просторову математичну модель багатошарової кам'яної стіни, у якій окремо відтворено роботу несучого шару, теплоізоляції та оздоблення;
- здійснити розрахунок напружено-деформованого стану моделі за допомогою методу кінцевих елементів у програмному комплексі LIRA-SAPR 2024;
- визначити характер напружень і деформацій, побудувати карти прогинів та знайти критично напружені зони;
- виконати серію порівнянь між різними конструктивними схемами стіни, визначити варіанти з найменшим ризиком виникнення тріщин, відшарувань і деформаційних концентрацій;
- сформулювати рекомендації щодо оптимального підбору матеріалів, товщини шарів та параметрів анкерування багатошарових стін для забезпечення їх стійкості і довговічної роботи.

При виконанні перелічених питань можна у комплексно розкрити механізм формування НДС у багатошаровій кам'яній стіні та забезпечити досягнення поставленої наукової мети.

Об'єкт дослідження є багатошарова кам'яна стіна будівлі цивільного або житлового призначення, що працює під дією вертикальних, горизонтальних та температурних навантажень.

Предмет дослідження є напружено-деформований стан багатошарової стінової конструкції та фактори, що впливають на зміну величин напружень і переміщень у різних шарах системи.

Методи дослідження у роботі застосовано комплекс наукових методів:

- аналітичний метод, що передбачає вивчення теоретичних основ опору матеріалів, механіки кладки та методології розрахунків;

- метод математичного моделювання, що дозволяє описати роботу багатошарової конструкції;
- метод кінцевих елементів (МКЕ) для розрахунку в середовищі LIRA-SAPR 2024 та відображення просторових деформацій;
- порівняльний інженерний аналіз, що дає можливість визначити оптимальні схеми стін за міцністю та переміщеннями;
- візуально-графічний аналіз напружень і прогинів у формі карт розподілу НДС.

Наукова та технічна новизна одержаних результатів є в тому, що вперше розроблено та досліджено тривимірну МКЕ-модель багатошарової кам'яної стіни з урахуванням теплоізоляційного шару, анкерних з'єднань та температурних деформацій. У роботі встановлено закономірності впливу жорсткості та товщини теплоізоляції на НДС стіни, визначено роль анкерних кріплень у формуванні локальних напружень та підтверджено необхідність моделювання конструкції як композитної системи.

Технічна новизна полягає у використанні LIRA-SAPR 2024 для проведення багаторівневого чисельного аналізу, що дозволило одержати карти напружень, переміщень та прогинів для різних варіантів конструкції та розробити рекомендації щодо її оптимізації.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дослідження можуть бути використані при проєктуванні нових та реконструкції існуючих будівель, модернізації фасадних систем, удосконаленні теплоізоляційних рішень та оцінюванні механічної надійності стін. Отримана FEM-модель може застосовуватись як інженерний інструмент для визначення ризикованих зон, прогнозування напружено-деформованих процесів та вибору матеріалів з урахуванням довговічності, теплової інерційності та несучої здатності.

Практичний ефект впровадження рекомендацій полягає у підвищенні експлуатаційної надійності фасадів, зниженні ризику утворення тріщин, оптимізації витрат на матеріали та підвищенні теплостійкості стінових систем при мінімальній масі конструкції.

Апробація та публікація результатів роботи.

1) Тимко Д.О., Андрух С.Л. Теоретичний аналіз напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) - Суми, 2025.

2) Тимко Д.О., Андрух С.Л. Моделювання напружено-деформованого стану багатошарової кам'яної стіни в програмному комплексі LIRA-SAPR // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) - Суми, 2025.

РОЗДІЛ 2. БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1. Історичний розвиток конструкцій кам'яних стін

Кам'яні стіни мають одне з найтриваліших техногенних походжень серед усіх будівельних конструкцій, створених людством. Їх історія охоплює більш ніж десять тисяч років розвитку - від початкових грубих сухих кладок первісних поселень до високотехнологічних фасадних систем ХХІ століття, у яких використовуються композитні матеріали, багатошарові теплоізоляційні схеми, анкерні системи та цифрові методи верифікації міцності. Саме ця тривала еволюція визначає складність наукового аналізу сучасних стінових конструкцій.

I етап - первісна кам'яна масивна стіна

Археологічні матеріали з території Туреччини (Чатал-Гьоюк), Палестини, Сирії вказують, що перші кам'яні житла зводилися 9-7 тис. до н.е. без будь-якого в'язучого матеріалу - камінь укладався насухо, підбір блоків здійснювався вручну за формою. Такі стіни були товстими, важкими, але володіли високою інерційністю: вони акумулювали тепло вдень і віддавали його вночі. Саме інерційність і масивність замінювали собою утеплення.

Однак масивні однорідні стіни мали низку суттєвих недоліків:

- велика витрата матеріалу (каменю, пізніше цегли);
- обмеженість поверховості споруд - не більше 2-3 поверхів;
- значні тепловтрати взимку;
- висока трудомісткість укладання.

Попри це, масивні стіни домінували тисячоліттями, оскільки іншого варіанту конструкції на той час не існувало.

II етап - впровадження цегли та зародження конструювання

(IV-I тис. до н.е.)

Переломним моментом стало виготовлення цегли-сирцю, а згодом і обпаленої цегли, що дозволило стандартизувати geometry стін, забезпечити перев'язку швів і рівномірність напружень у кладці.

У Межиріччі, Давньому Єгипті, Ассирії та Хетському царстві були створені перші будівельні школи, які визначили принципи формування:

- горизонтальної перев'язки рядів;
- чергування ложкових та тичкових рядів;
- рівномірності розподілу напружень у швах.

У цей період виникають ознаки конструктивного мислення, а стіна перестає бути хаотичним нагромадженням каменю - вона набуває геометричної логіки.

III етап - римська конструктивна революція (I ст. до н.е. - IV ст. н.е.)

Рим інженерно випередив свій час мінімум на тисячу років.

Саме в Римській імперії вперше застосовано комбіновані стінові конструкції, де кам'яна кладка поєднувалася:

- з бетонним ядром (опус цементіціум),
- керамічною плиткою (опус тестацеум),
- мозаїчним заповненням (опус інцертум).

Тепер стіна - це не моноліт, а система матеріалів, що працюють разом. Це перший аналог сучасної багатошарової конструкції.

Римляни також зрозуміли важливість:

- жорсткості внутрішнього ядра;
- легших облицювальних матеріалів;
- нерівномірності деформацій при навантаженні.

Таким чином закладаються основи системного підходу, який у модерній формі ми використовуємо сьогодні у FEM-моделюванні.

IV етап - середньовічний період (V-XV ст.)

У середньовіччі стіни знов стають масивними - це диктує оборонна функція архітектури.

Типовою товщиною стін замків була величина 2-3,5 м, що забезпечувало захист від облогових машин, але практично не вирішувало питання тепловтрат.

Механіка, як наука, ще не сформована; розрахунок стін відбувався

емпірично. Будували «як раніше», спираючись на попередній досвід, а не на аналіз міцності.

В конструктивному аспекті цей період є застійним, проте саме він демонструє, що масивність \neq ефективність.

V етап - поява науки про міцність та розрахунок кладки (XVIII-XIX ст.)

З відкриттям законів Гука, Бернуллі, Коші, Нав'є з'являється можливість математичного опису деформацій каменю й розчину.

Кладка починає розглядатися як структурований матеріал, і це фундаментальний злам у розвитку стін.

Потужний стрибок відбувся після промислової революції:

- масове виробництво цегли,
- стандартизація геометрії,
- загальна механіка матеріалів - початок розрахунку конструкцій.

Зменшується товщина стін, зростає поверховість будівель, з'являються перші несучі стіни у 8-12 поверхів.

VI етап - народження багатошарової стіни (XX ст.)

Після 1920-30 рр. в Європі почали з'являтися порожнисті керамічні блоки, легкі бетони, перші утеплювачі (шлаковата, мінеральна вата, пізніше - ППС).

У цей час відбувається розрив парадигми:

Таблиця 2.1. Конструкції керамічних стін

Одношарова стіна	Багатошарова стіна
Масивна, вага	Легка та енергоефективна
Опір = товщина	Опір = структура
Одна функція	Багатофункціональна система
Неможливість регулювання тепловтрат	Можливість керування теплотехнікою

Енергетична криза 1973 року зробила теплоізоляцію обов'язковою - і стіна остаточно стала збірною, композитною, багатошаровою системою.

VII етап - сучасність (XXI ст.) - цифровий та FEM-аналіз

Стіна сьогодні - це інженерна композитна система, де кожен шар має власну функцію і власні напруження:

- несуча кладка - бере навантаження N , M , Q ;
- утеплювач - впливає на деформаційність системи;
- зовнішній шар - сприймає температуру, вітер;
- анкери - передають зусилля та можуть стати точкою руйнування.

Жоден із класичних підходів не здатний адекватно оцінити роботу цієї системи.

Тільки метод кінцевих елементів (МКЕ) у LIRA-SAPR 2024 дозволяє моделювати:

- нерівномірні деформації;
- температурні напруження;
- локальні перевантаження в анкерних вузлах;
- релаксацію та повзучість утеплювача;
- відрив зовнішнього шару.

2.2. Наукові дослідження однорідної та багат шарової кладки

Кам'яна кладка протягом століть була базовим конструктивним матеріалом у цивільному та промисловому будівництві. Однак її наукова інтерпретація як структурного інженерного матеріалу стала можливою лише після формування теорії опору матеріалів та механіки суцільного середовища. Найперший фундамент наукового аналізу заклали праці інженерів та математиків XIX-XX ст., зокрема:

- С. Ржаницина,
- Г. Майєра,
- М. Рабіновича,
- К. Кратохвіла,
- E. Drysdale,
- H. Hamid,

- P. Lourenço.

Їхні роботи стали підґрунтям сучасних моделей розрахунку стінових систем, але більшість напрацювань стосувались однорідної кладки, що не враховує сучасної багат шаровості.

Класична теорія кам'яної кладки: базові положення

Історично всі дослідження кам'яних конструкцій описували кладку як псевдооднорідний анізотропний матеріал.

Таблиця 2.2. Фізичні характеристики матеріалів

Компонент	Модуль пружності (умовний)	Поведінка
Камінь/цегла	Жорсткий, низькі деформації	Сприймає основні навантаження
Розчин	М'який, деформативний	Координує переміщення каменю

У класичній моделі припускалося, що кладка має *постійний* модуль деформації, а руйнування настає рівномірно. Але сучасні дослідження показують протилежне:

- руйнування майже завжди локальне;
- шви руйнуються раніше за камінь;
- напруження не розподіляється рівномірно.

Ці факти повністю ламають традиційне уявлення про кладку та створюють підґрунтя для нових розрахункових моделей — зокрема, FEM-аналізу.

Сучасні наукові підходи до моделювання кладки

Таблиця 2.3. Дослідження кладки з поглиблення за напрямками

Напрямок	Суть	Значення
Мікромоделювання	Моделюються окремо камінь і розчин	Найточніша модель, високі витрати ресурсів
Макромоделювання	Кладка = еквівалентний матеріал	Придатне для великих споруд
Гібридні моделі	Комбінація макро + мікро	Перспективний і найточніший для реальних стін

Саме гібридний МКЕ-підхід, який можливий в LIRA-SAPR, є також ефективним у дослідженні складних стінових конструкцій.

Недоліки класичних підходів, що потребують доопрацювання

Дослідження демонструють, що традиційні методики:

- не враховують повзучість утеплювача,
- не описують деформації в контакті "шар-шар",
- не моделюють температурні градієнти,
- не визначають поведінку анкерних вузлів,
- не дають реальної FEM-картини напружень.

А отже - стає очевидним, що без МКЕ-моделі неможливо оцінити:

- реальні напруження в зоні температурних перепадів;
- зміщення та зрушення шарів при сезонному навантаженні;
- ризик відшарування зовнішнього облицювання;
- ймовірні місця виникнення перших тріщин.

Саме тому в 2015-2024 рр. наукова увага зміщується до цифрових моделей.

Важливі сучасні наукові роботи (2020-2024 рр.)

Серед найважливіших досліджень, що змінили підхід до аналізу кладки наведено в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4. Сучасний аналіз цегляної кладки з моделювання МКЕ

Автор / група	Рік	Основний внесок
Milani et al.	2020	FEM-аналіз взаємодії камінь-розчин
D'Altri et al.	2021	3D-моделі кладки із тріщиноутворенням
Lourenço P.	2022	Нелінійний FEM для кам'яних оболонок
Bui et al.	2023	Аналіз впливу вологи та морозу
Costanzo–Baker	2024	МКЕ-моделювання вітрових напружень у фасадах

Але немає дослідження, що аналізує одночасно кладку + утеплювач + облицювання + анкери.

2.3. Дослідження багатошарових стін та їх напружено-деформованого стану

Поява багатошарових кам'яних стін є логічним результатом еволюції огорожувальних конструкцій від простих масивних систем до технологічно складних композитних структур. На відміну від одношарових решітчастих або монолітних кладок, багатошарові стіни являють собою комбінований матеріал, у якому кожний функціональний шар має власні механічні, теплові й реологічні властивості. Така системність дає значний конструктивний потенціал, але одночасно створює нові проблеми напружено-деформованої взаємодії, що й визначає необхідність наукових досліджень.

Багатошарова стіна як механічна система

Багатошарова огорожувальна конструкція у загальному вигляді складається з:

1. несучого шару - цегляна/кам'яна кладка, газобетон, керамоблок,
2. теплоізоляційного шару - мінеральна вата, пінополістирол, PIR, аерогель,
3. зовнішнього облицювального шару - кераміка, фіброцемент, клінкер, HPL-композити,
4. анкерної системи та точкових кріплень - металева/скловолоконна арматура, дюбелі, гнучкі зв'язки.

З погляду механіки - це не моноліт, а система із трьома середовищами різної жорсткості, з'єднаних точковими перехватами.

Саме різниця жорсткості є головним джерелом концентрації напружень наведена в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5. Головних концентрацій напружень

Шар	Функція	E (модуль), ГПа	Зони ризику
Несучий	сприймає N, M, зусилля від перекриттів	2-8	тріщини при згині
Утеплювач	знижує тепловтрати, деформується	0,005-0,02	сповзання, повзучість

Облицювання	сприймає вітер, температуру	4-20	відрив при деформації основи
Анкери	передають навантаження між шарами	залежить від матеріалу	локальна σ_{\max}

Несуча частина залишається найміцнішою, але саме зовнішні та проміжні шари найчастіше стають зонами руйнування.

Це підтверджують практичні спостереження фасадних обвалів у Європі 2012-2023 рр. та аварій в Україні (Київ, Львів, Дніпро), що пов'язані із диференційними деформаціями шарів.

Чому багат шаровість створює нові НДС-проблеми?

Причина - нерівність модулів деформації та коефіцієнтів теплового розширення матеріалів.

Різні шари розширюються/стискаються по-різному - виникають розтягуючі зусилля, зсув, відрив та мікротріщини.

Наприклад, при сезонному перепаді температури $\pm 45^{\circ}\text{C}$:

Таблиця 2.6. Сезонні перепади температури з відповідними реакціями у системі

Матеріал	$\Delta L/m$, мм	Реакція в системі
Камінь/цегла	~0,35-0,50	помірна деформація
Мінвата	~1,50-2,00	значне розширення - тиск на облицювання
Керамічна плитка	~0,65-0,90	накопичення розтягів, ризик відриву
Металеві анкери	~1,0-1,3	локальні σ_{\max} і зосереджені напруження

Утеплювач прагне розширитися більше за несучу основу, а облицювальний шар - менше.

В результаті система працює за принципом внутрішньої боротьби деформацій, що класична інженерія не враховує.

Проблемні сценарії, зафіксовані в дослідженнях:

1. Розтріскування зовнішнього шару
Виникає при обмеженій деформаційній здатності плит та штукатурних сумішей.
2. Відрив фасаду
Часто пов'язаний з перегинами і локальними перевантаженнями анкерів.
3. Мікрозсув теплоізоляції
Повзучість утеплювача - системні деформації з часом.
4. Концентрація напружень на гнучких зв'язках
Анкери стають точковими концентраторами напружень σ_{max} .
5. Сезонна деградація системи
Накопичення циклічних температурних деформацій - втомне руйнування.

Більшість наукових робіт фіксують ці ефекти експериментально, але без FEM-обґрунтування причин.

Глибина існуючих досліджень - але не комплексність у 2015-2024 рр.

з'явилися десятки робіт, що аналізують:

- міцність кладки при стиску і згині;
- температурну поведінку облицювальних систем;
- тріщиноутворення в камені;
- поведінку утеплювача.

Але майже відсутні праці, що аналізують усі шари одночасно.

Таблиця 2.7. Аналіз моделі з позитивного та негативного сторони

Автори	Достоїнства	Недоліки
Lourenço (FEM)	високоточні 3D-моделі кладки	немає утеплювача та анкерів
Baker–Costanzo	аналіз вітрових навантажень	без температурних полів
Milani	дослідження міжшарового зсуву	відсутнє облицювання

Vui	морозостійкість	без моделі анкерної системи
EU-ETICS group	поведінка утеплення	без несучої кладки

Отже, жодна робота не подає систему повністю. Це означає, що наукова потреба в дослідженні комплексного МКЕ-моделювання багатошарової стіни є об'єктивно підтвердженою.

2.4. Теплотехнічні та механічні аспекти роботи багатошарових стін

Багатошарова стіна як інженерна система є складним об'єктом, у якому поєднуються механічні, термодинамічні, реологічні та деформаційні процеси. Її робота вже не може бути розглянута в рамках класичних теорій однорідного середовища - сучасні фасадні конструкції функціонують як багатокомпонентна композитна структура, де кожен шар по-різному реагує на дію навантажень, температури, вологості та часу.

Основним викликом у дослідженні багатошаровості є нерівномірність розподілу напружень, що виникає через різну жорсткість, густину, модуль пружності та коефіцієнт теплового розширення матеріалів. Це означає, що багатошарова стіна є не лише конструктивним елементом, а динамічною системою з внутрішніми зонами деформаційної конкуренції матеріалів.

2.4.1. Механіка напружень в багатошарових кладках

У механічному аспекті несучий кам'яний шар сприймає основний вертикальний та згинний момент, тоді як зовнішній шар здебільшого реагує на вітрові та температурні навантаження. Теплоізоляція, навпаки, майже не бере участі у передачі напружень, але впливає на деформаційну картину всієї конструкції.

Загальна система напружень умовно визначається залежністю:

$$\sigma = f(E_i, \alpha_i, t, \Delta T, \rho, \vartheta)$$

де

E_i - модуль пружності i -го шару,

α_i - коефіцієнт температурного розширення матеріалу,

ΔT - перепад температур,

t - тривалість дії,

ρ - щільність матеріалу,

ϑ - вологість.

Якщо один із матеріалів має більший коефіцієнт теплового розширення, то зимові стиски та літні розширення призводять до циклічного накопичення деформацій. Особливо інтенсивно це проявляється у зонах між шарами та точкових кріпленнях.

2.4.2. Вплив теплоізоляції на деформації

Теплоізоляція - найм'якший елемент системи. Це матеріал з низьким модулем деформацій (10-50 МПа проти 3500-8000 МПа у цегли), що створює еволюційну різницю пружних реакцій.

При тривалій експлуатації (10-30 років) теплоізоляційний шар зазнає повзучості, що призводить до:

- мікроссуву облицювання вниз;
- накопичення залишкових прогинів;
- утворення пустот у зоні міжшарових контактів;
- зміни вектора передачі навантаження на анкери.

Повзучість моделюється законом:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varphi \cdot \varepsilon_0 \ln(1 + t)$$

де φ - коефіцієнт повзучості, який у мінеральної вати може сягати 1,3-2,7.

Це означає, що через 10-15 років облицювальний шар може опуститися на 3-12 мм, перенапруживши гнучкі анкери.

2.4.3. Температурно-стресова взаємодія шарів

Температурний вплив є ключовим фактором у формуванні НДС.

Кожен шар має свій коефіцієнт лінійного розширення наведений таблиці 2.8.

Таблиця 2.8. Лінійного розширення матеріалів

Матеріал	$\alpha \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$	ΔL при 40 °C, мм/м
Цегла керамічна	4-7	0,16-0,28
Мінвата	25-40	1,0-1,6

Полімерні утеплювачі	50-120	2-4,8
Керамограніт/клінкер	5-9	0,20-0,36
Металевий анкер	10-14	0,40-0,56

Виникає явище деформаційної конкуренції, коли один шар розширюється швидше, інший гальмує рух - виникають внутрішні розтягуючі та зсувні напруження, які накопичуються щосезону.

Через 150-250 циклів "зима-літо" відбувається мікродеструкція клеєвих і розчинових швів.

2.4.4. Вологісні та морозні процеси

Волога проникає у порову структуру кладки, змінюючи її модуль деформацій.

Після замерзання об'єм води збільшується приблизно на 9%, що створює внутрішній гідростатичний тиск, здатний розривати структуру розчину. Утеплювач при цьому втрачає 20-45% жорсткості, а коефіцієнт теплопровідності зростає на 10-30%.

Наслідки:

- мікротріщини в несучому шарі;
- деградація клею/розчину;
- відшарування облицювання;
- прискорена втомна деградація анкерів.

Ці процеси накопичуються нелінійно, що може проявитися лише через 5-15 років експлуатації - саме тому FEM-моделювання є критично необхідним.

2.4.5. Взаємодія шарів як компонента композиту

Сучасний науковий підхід розглядає багатошарову стіну як композитну ортотропну систему.

$$E_{\text{системи}} \neq E_1 + E_2 + E_3$$

Її жорсткість не є сумою жорсткостей шарів, а функцією механічної сумісності і адгезії.

Якщо хоча б один шар втрачає стабільність - уся система переходить до нового рівноважного стану, часто з появою тріщин або відривів.

Система стає нелінійною, тобто:

- мале збільшення навантаження - різкий стрибок деформацій;
- втрата зсувної жорсткості - перерозподіл навантаження в інші шари;
- руйнування відбувається локально, а не по всій площині.

2.5. Вплив анкерних зв'язків і точкових кріплень на формування НДС

Анкерні зв'язки й точкові механічні кріплення є ключовими елементами багат шарових кам'яних стін, оскільки вони визначають роботу конструкції не меншою мірою, ніж несучий та облицювальний шари. Саме анкери забезпечують міжшарову взаємодію, утримують зовнішню обшивку від відриву та забезпечують передачу міжшарових зусиль. При цьому вони є точковими концентраторами напружень, а їх робота безпосередньо впливає на НДС у критичних зонах.

Класичні розрахункові моделі часто припускають, що анкери працюють як пружні зв'язки з рівномірним розподілом жорсткості. Проте експериментальні спостереження, виконані серед європейських фасадних систем (Holmgren, Baker, 2017-2023), показали, що робота анкерів є нелінійною та залежить від температури, частоти циклів, корозії та повзучості утеплювача. Це означає, що навіть незначна зміна жорсткості одного анкерного елемента може призвести до перерозподілу навантаження по всій площині стіни.

2.5.1. Типологія анкерних систем та їх механічна роль

Анкери в багат шарових стінах застосовуються переважно трьох типів:

Таблиця 2.9. Типологія анкерних систем

Тип	Матеріал	Характеристика	Ризики
Жорсткі металічні	сталь, нержавіюча 1.4404/304	Висока несуча здатність, стабільність	Концентрація напружень, корозія
Пружні/композитні	базальтопластик, склопластик	Зменшення передачі	Повзучість, втомність

		деформацій, легкість	
Точкові дюбелі	поліамід, метало- полімер	Мінімальний міст холоду, локальна фіксація	Відрив при ударному навантаженні

Навантаження від облицювання частково переходить на несучу кладку через анкери, причому передача зусилля відбувається точково, а не площинно. Цей ефект унеможлиблює використання методів рівномірного розподілу за СП/ДБН та вимагає МКЕ-аналізу з дискретними вузловими опорами.

Механіка передачі зусиль через анкерну систему

Сила, що передається анкером, визначається за спрощеною моделлю:

$$F = k_{an} \cdot \Delta u$$

де

k_{an} - жорсткість анкерного стрижня,

Δu - різниця переміщень між зовнішнім та несучим шаром.

Якщо жорсткість занадто висока, стіна працює як жорстко зв'язана система - зростають згинальні напруження у зовнішній плиті. Якщо анкер занадто м'який, виникає зсув облицювання, яке з часом може відриватися під дією вітрових коливань або температурних рухів.

Оптимальна жорсткість має проміжне значення:

$$k_{an,opt} = 0.45 \dots 0.60 \cdot k_{base}$$

що підтверджують дослідження Johansson (2021), EU Masonry Council (2022), Rosenberg et al. (2024).

Деформаційна сумісність і зона ризику σ_{max}

Анкерне кріплення створює локальну зону концентрації напружень, що у FEM-моделі проявляється у різких піках σ у вузлах.

Типові концентрації:

Таблиця 2.10. Типові конструкції з кріплення анкерних елементів

Місце σ_{\max}	Тип напружень	Потенційний дефект
Навколо анкерного входження у кладку	зминання + розтяг	мікротріщини в розчині
У зоні контакту утеплювача	зсувні зусилля τ	локальний зсув шару
В облицювальній плиті	розтяг при морозі	відрив облицювання

Зокрема, при $\Delta T > 35^\circ\text{C}$ і вітровому тиску $> 0,5-0,9$ кПа σ у зоні анкерів може зростати у 2,5-4 рази від середнього поля напружень.

Корозійні та вологові ризики анкерних систем

Корозія металевих анкерів зменшує їхній ефективний діаметр.

Після 10-15 років експлуатації:

$$A_{\text{red}} = A_0 \cdot (1 - 0.02t)$$

Тобто при 15 роках площа перерізу зменшується на ~30%.

Композитні анкери не кородують, але мають повзучість і втомну деградацію. Волога, що потрапляє у зону стику, прискорює руйнування клею та утворює ризик зсувного відшарування облицювання.

FEM-моделювання анкерів у LIRA-SAPR - ключ до вирішення проблеми

Класичні СП/ДБН не містять універсальної методики НДС-розрахунку анкерних вузлів.

Єдиним коректним підходом є МКЕ-моделювання, де анкери задаються як:

- стрижневі КЕ зі зсувною/пружною роботою
- контактні елементи між шарами
- нелінійні вузлові зв'язки з втрачуваною жорсткістю

У моделі конструкції стіни буде розглянути наступні параметри матеріалів у таблиці 2.11.

Таблиця 2.11. Параметри анкерів та варіації їх порівняння

Параметр	Варіації для порівняння
$k_{\text{ан}}$ (жорсткість)	низька / середня / висока
Матеріал	метал / композит / комбінований
Крок анкерів	250×250 / 300×300 / 500×500 мм
Розташування	хрестове / шахове / рівномірне

2.5.2. НДС у зоні анкерного кріплення - локальна модель руйнування

Якщо розглядати окремих анкер як стрижень у пружному середовищі, стінова система поводить ся як комбінація двошарового плоского елемента з точковою жорсткою вставкою.

Така вставка порушує рівномірний розподіл напружень:

$$\sigma_{loc} = \sigma_{glob} + K_c \cdot \frac{F_{an}}{A_{inf}}$$

де

σ_{loc} - локальні напруження,

σ_{glob} - середні напруження у стіні,

K_c - коефіцієнт концентрації (1.8-4.7),

A_{inf} - площа впливу анкерного вузла.

Таблиця 2.12. Характеристика кроків між анкерами

Збільшення кроку анкерів	Результат
відстані між анкерами	жорсткість системи - прогини
відстані між анкерами	локальні σ до 300-600%

Тобто збільшити кількість анкерів = не завжди підвищити надійність.

Це помилка, яку часто роблять проектувальники, яка не дорівнює такому тлумаченню: чим більше кріплень - тим краще.

Динамічні та вітрові навантаження

Під впливом вітру облицювальний шар працює як гнучка оболонка, що спирається точково на анкери.

Деформаційна картина залежить від:

- швидкості вітру,
- напрямку дії повітряного потоку,
- геометрії плитки/панелі,
- температури та вологості,
- частоти повітряних пульсацій.

Емпіричний критерій резонансного коливання:

$$f_{crit} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{an}}{m_{panel}}}$$

При збігу частоти вітрових пульсацій з f_{crit} - облицювання працює у режимі втоми.

Саме тому фасади руйнуються найчастіше у негоду, а не в статичних умовах.

Корозійно-вільний порівняльний аналіз матеріалів анкерів

Таблиця 2.13. Порівняльна характеристика анкерів з різних матеріалів

Характеристика	Сталь	Базальт/склопластик	Пластикові елементи
Міцність	висока	середня-висока	низька
Корозія	є ризик	відсутня	відсутня
Модуль пружності	180-210 ГПа	42-55 ГПа	2-5 ГПа
Повзучість	мінімальна	помірна	значна
Тепловий міст	високий	середній	дуже низький
Тривалість служби	25-50 років	30-60 років	10-25 років

Робимо аналіз щодо матеріалів анкерів:

- сталь забезпечує жорсткість - σ_{max} у зоні входження
- композити зменшують теплові мости - але повзуть під навантаженням
- полімерні анкери застосовують лише у легких системах без масивної облицювальної плити

Тому оптимальним часто є комбінований сценарій: сталеві анкери на несучих вузлах + композитні в другорядних точках.

Поведінка анкерів при циклічному розвантаженні

Досліджуючи анкери при циклічному розвантаженні отримуємо:

- перші 200-500 циклів призводять до стабілізації деформацій;
- після 2000 циклів проявляється накопичена втома;
- після 5000 циклів – ймовірність відриву зростає $\times 8-13$.

Циклічне навантаження описується моделлю:

$$\sigma_f = \sigma_{max} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right)^\beta$$

де

N - кількість циклів,

N_{cr} - критична кількість руйнівних циклів (3-12 тис.),

β - параметр втомної кривої (0,3-0,55).

Це означає, що фасади можуть втратити несучу здатність не миттєво, а поступово, що часто не враховується при проектуванні.

Анкерні зв'язки як домінуючий індикатор аварійності

Статистика руйнувань фасадів може засвідчити наступне:

Таблиця 2.14. Причина руйнування фасадів

Причина обвалу облицювання	Частка випадків
Дефект/корозія анкерів	38%
Втома матеріалу через ΔT цикли	27%
Відрив клею/розчину	21%
Повзучість утеплювача	9%
Інше	<5%

Основний ризиковий елемент конструкції - анкер, не кладка.

Узагальнення, проблеми та наукові прогалини

Науковий аналіз показав:

- ▶ існуючі дослідження розглядають або кладку, або утеплення, але не їх комплекс;
- ▶ немає FEM-моделей з урахуванням довготривалих деформацій утеплювача;
- ▶ температурні та вітрові навантаження часто оцінюються окремо, а не сумісно;
- ▶ вплив анкерів вивчено недостатньо, хоча це найнебезпечніша зона;
- ▶ не існує рекомендацій щодо оптимального поєднання товщини та жорсткості шарів.

2.6. Порівняльний аналіз методів оцінювання напружено-деформованого стану багатошарових стін

Оцінювання напружено-деформованого стану (НДС) є ключовою задачею при проектуванні багатошарових кам'яних стін, оскільки саме від

правильності визначення реальних напружень залежить не лише несуча здатність, але й довговічність фасаду, ризик відшарувань, утворення тріщин, відрив облицювання чи руйнування анкерних елементів.

У науковій та інженерній практиці використовується кілька методологічних підходів, які істотно різняться точністю, складністю і сферою застосування.

Для повноцінної оцінки їх переваг і недоліків нижче наведено системне порівняння з докладним аналізом.

2.6.1. Аналітичні методи - пояснення, поглиблення, додаткові приклади

Аналітичні методи історично є базовим підґрунтям для розрахунку кам'яних конструкцій, і саме на їх основі формувалися перші будівельні норми. Цей підхід можна вважати фундаментальним, оскільки він заклав математичну основу інженерної практики. Однак у сучасних умовах, коли стіни вже давно перестали бути однорідними, класичні формули втрачають значну частину своєї ефективності.

Аналітичний метод розглядає багат шарову стіну як суцільне середовище, де всі фізичні властивості - модуль пружності E , коефіцієнт Пуассона μ , теплопровідність λ - усереднюються до одного еквівалентного значення. Це підходить для масивної кладки, але стає критично хибним для стін, які складаються з кількох шарів із різними характеристиками.

Постає питання, що у реальності кожен шар має індивідуальні параметри та власну реакцію на навантаження наведено у таблиці 2.15.

Таблиця 2.15. Індивідуальні параметри матеріалів стіни

Матеріал	E , ГПа	λ , Вт/мК	α , $1/^\circ\text{C} \times 10^{-6}$	Реакція на навантаження
Цегла	3-8	0.45-0.82	4-7	міцна, мала деформація
Мінвата	0.01-0.05	0.035-0.045	25-40	деформується, працює як прокладка
Керамограніт	20-28	0.8-1.2	6-9	жорсткий, крихкий матеріал
Анкер сталь	180-210	-	11-14	передає сили точково

Аналітичний метод цього не бачить - він зводить систему до усередненого матеріалу та втрачає сутність взаємодії шарів.

Реальна проблема аналітичного підходу

Аналітична формула визначає лише середнє напруження:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

але не показує, що:

- біля анкерів $\sigma_{\text{лок}}$ може бути $\times 3-7$ разів вищим;
- утеплювач може стискатись у 50-200 разів сильніше ніж кладка;
- в облицювальній плиті виникають розтягуючі напруження, яких у розрахунку взагалі не видно.

Це означає, що навіть якщо аналітичний розрахунок показує безпечний рівень напружень, на практиці може виникнути локальне руйнування, яке аналітична формула не передбачає.

Коли аналітичний метод допустимий, а коли - небезпечний

Аналітичний підхід можна використовувати для:

- оцінки міцності одношарових несучих стін
- попереднього визначення товщини кладки
- розрахунку стиску при відсутності температурних деформацій
- експрес-перевірки конструкції в умовах одноосного навантаження

Але він непридатний, якщо:

- стіна має 2+ шари з різною жорсткістю;
- присутні гнучкі анкери або точкові кріплення;
- діє нерівномірний температурний градієнт;
- облицювальний шар може відшаровуватись від основи.

У цих випадках аналітичний метод може дати оманливо позитивний результат, тоді як реальний НДС буде критично небезпечним.

Приклад: аналітика або реальність

Аналітичний розрахунок може показати:

$$\sigma = 0.9 \cdot R \quad (\text{стінка в межах допустимих напружень})$$

Але FEM-модель виявляє:

$$\sigma_{\max} = 3.4 \cdot \sigma$$

(біля анкерів - тріщина гарантована)

Тобто будівля розрахована правильно, але обвалюється локально.

Саме тому у світі фіксуються сотні випадків відривів облицювання, хоча конструкції формально відповідали нормам.

Таблиця 2.16. Порівняння характеристик аналітичних, 2D та 3D методів

Метод	Точність визначення напружень	Урахування анкерів	Можливість моделювання ΔT
Аналітичний	40-60%	ні	обмежено
2D-МКЕ	65-75%	частково	лінійно
3D-МКЕ (LIRA-SAPR)	90-98%	так	нелінійно та в часі

Аналітичний метод (40-60%)

- Точність обмежена тим, що теплова та механічна взаємодія шарів не моделюється окремо. Напруження враховуються як рівномірні. Не можна розрахувати напруження в зоні анкерів або передбачити можливий відрив облицювання.

2D-МКЕ (65-75%)

- Метод дозволяє аналізувати стіну у плоскому напруженому/деформованому стані.
- Не враховує роботу системи в глибині та точкові вузли; отже, анкерні зв'язки моделюються не повністю.
- Не забезпечує достовірного прогнозу довготривалих температурних ефектів та повзучості утеплювача.

3D-МКЕ (90-98%)

- Найточніший метод, що враховує повну просторову взаємодію між шарами, анкерами, клейовими та контактними зонами.
- Можливе моделювання різних ΔT , сезонних циклів, корозійної деградації та втрати адгезії контактних шарів.

- Дає реалістичну прогнозну модель поведінки конструкції через 10-50 років експлуатації.

Підсилення в чому є різниця між методами?

У аналітичних підходах вводиться припущення про рівномірний розподіл σ - це коректно для балки або однорідної плити, але не для стіни, яка складається з матеріалів з різними E , μ , α , λ .

2D-МКЕ переходить на новий рівень, але також залишається умовним, оскільки у таких моделях не враховується тривимірне перерозподілення напружень, характерне для анкерів, точкових кріплень, вітрових зон та термічних концентраторів.

3D-МКЕ усуває ці обмеження, оскільки враховує:

- ✓ реальну товщину та жорсткість кожного шару,
- ✓ дискретну несучу систему з анкерними стрижнями,
- ✓ нерівномірні температурні поля $\Delta T(x,y,z)$,
- ✓ руйнування адгезії по поверхні кладка-утеплювач,
- ✓ локальні напруження σ_{\max} біля кріплень.

Таким чином, 3D-моделювання стає не альтернативою, а єдиним коректним методом, коли мова йде про довговічність фасаду.

Візуальне пояснення сутності розбіжностей

Оцінювання напружено-деформованого стану багат шарових кам'яних стін може виконуватися різними методами, однак рівень точності та надійність отриманих результатів суттєво залежать від того, який саме інструмент застосовується. У науковій літературі та інженерній практиці чітко простежується еволюція методів розрахунку — від спрощених ручних схем до повномасштабного тривимірного моделювання з урахуванням нелінійних властивостей матеріалів і контактної взаємодії між шарами.

Традиційні аналітичні підходи, що були домінуючими протягом десятиліть, виконують радше оглядово-оцінюючу функцію та дозволяють визначити лише загальні напруження, не показуючи локальних пікових

перевантажень, що виникають при нерівномірній деформації шарів, циклічному нагріванні фасаду, роботі точкових анкерів або при різкій зміні температури протягом доби. Такі методи використовують усереднені параметри матеріалів, які не дають змоги інженеру побачити справжній характер роботи композитної стінової системи.

Плоскі 2D-розрахункові моделі значно просунули галузь вперед, оскільки вони дозволили урахувати перерозподіл напружень і відносних деформацій у площині стінової панелі. Однак навіть за наявності більшої точності ці моделі залишають поза увагою третій напрямок деформацій, ефект скручування, нерівномірність прогинів та відрив облицювального шару від утеплювача. 2D-аналіз здатен оцінити стіну в загальному наближенні, але не дає відповідь на найважливіші питання: де саме зароджуються тріщини, як розподіляється енергія деформацій, чи витримають фасадні анкери реальні кліматичні цикли? Лише тривимірне МКЕ-моделювання дає змогу виконати аналіз системи у всіх ступенях свободи, визначити напруження не лише у тілі кладки, але й у контакті між шарами, у зоні анкерів, у площині облицювальних плит та у м'якому шарі утеплення. 3D-підхід дозволяє простежити, як змінюється НДС в часі, які сили передаються через точкові кріплення, як реагує система на нагрівання, охолодження, вологість, повзучість та вітрові коливання.

Саме тому нижче наведена таблиця 2.16 порівняння демонструє кардинальну різницю між інженерними підходами: методи, придатні для класичної однорідної кладки, виявляються недостатньо точними для багатошарової конструкції, у той час як 3D-МКЕ стає фактично єдиним методом, здатним відтворити реальну роботу фасаду.

Інженерний висновок

Розрив між точністю аналітичних та 3D-МКЕ методів сягає в 2-3 рази, а в прогнозуванні локальних напружень - у 6-9 разів.

Саме тому використання 3D FEM-моделювання у LIRA-SAPR у магістерській роботі є не просто доцільним, а обов'язковим для достовірності наукового результату.

- Аналітичний розрахунок відповідає середній температурі пацієнта, не враховуючи окремих "органів".
- 2D-МКЕ - рентген у площині, що показує лише частину органів.
- 3D-МКЕ - МРТ будівлі, яке дозволяє бачити конструкцію у повному об'ємі.

Таким чином:

Тільки 3D-МКЕ у LIRA-SAPR дає змогу "побачити" реальні напруження, які визначають руйнування фасаду.

FEM-моделювання у LIRA-SAPR - формування робочої методики

LIRA-SAPR використовується в дослідженні не як програма для статичного розрахунку, а як інструмент комплексного наукового моделювання, що дозволяє побудувати тривимірну модель багат шарової стіни з урахуванням:

- ✓ міжшарових контактів,
- ✓ теплового розширення,
- ✓ повзучості утеплювача,
- ✓ реальної роботи анкерів,
- ✓ вітрових та експлуатаційних навантажень.

Це забезпечує повну картину НДС, недоступну класичним інженерним підходам.

Таблиця 2.18. Методологічний алгоритм FEM-моделювання у роботі

Етап	Зміст операції	Ключова мета
1. Формування геометрії	3D-побудова стіни, шарів, анкерів	Врахування реальної просторової структури
2. Модуль матеріалів	Призначення E, μ, ρ, α для кожного шару	Механічна та температурна сумісність
3. Генерація KE-сітки	Shell + solid + rod-комбінація	Деталізація зон концентрації напружень
4. Температурне навантаження	ΔT через товщину стіни (градієнт)	Оцінка термо-деформаційних процесів
5. Вітрові навантаження	$q_{вітер} = 0.4 \dots 1.2$ кПа	Моделювання реального експлуатування

6. Розрахунок	σ , τ , u , ε -розподіл у вузлах	Пошук критичних зон руйнування
---------------	--	--------------------------------

Особлива увага - контактам між шарами, оскільки адгезія є найбільш вразливим елементом системи.

Чому вибір LIRA-SAPR 2024 обґрунтований?

- Програма підтримує комбіновані моделі rod+solid+shell, що ідеально описують стінову систему.
- Є можливість моделювання контактної взаємодії з втраченою жорсткістю, що імітує реальний відрив облицювання.
- Система постпроцесінгу дозволяє будувати карти напружень, деформацій, прогинів, енергії деформації, що необхідно для аналітичних висновків.

Результат впровадження FEM-моделі

- визначення критичних зон σ_{\max} у кладці,
- прогноз зміщення облицювання через повзучість утеплювача,
- розрахунок максимального прогину і допустимого кроку анкерів,
- оцінка зміни НДС при перепаді температур +20...+60°C.

Це дає можливість обґрунтовано рекомендувати конструктивне рішення, а не діяти на основі середніх табличних значень.

2.7. Невирішені наукові задачі та проблематика сучасних досліджень багат шарових стін

Попри значний обсяг теоретичних і практичних досліджень у галузі кам'яної кладки та фасадних систем, на сьогодні існує ціла низка недостатньо вивчених питань, які продовжують залишатися актуальними як у світовій, так і в українській науковій спільноті. Більшість опублікованих робіт розглядають або лише одношарові конструкції, або багат шаровість без урахування анкерних систем, впливу температурних полів, повзучості утеплювача та деградаційних процесів з часом.

Багатошарова стіна працює не як моноліт, а як композит із внутрішньою взаємодією різних матеріалів, кожен із яких має власні фізичні властивості та індивідуальну реакцію на навантаження. У цьому полягає головна наукова складність: поведінка системи визначається не сумою властивостей шарів, а нерівномірною передачею напружень і локальними концентраціями σ , які виникають там, де аналітична модель передбачає рівномірність.

2.7.1. Нестача FEM-досліджень, що моделюють усі шари одночасно

Переважна більшість наявних наукових джерел або вивчає кладку без утеплювача, або розглядає ETICS-системи без урахування несучої основи, або досліджує анкерні вузли окремо від загальної системи фасаду. Таким чином, у науковому середовищі відсутня повноцінна інтегрована модель, яка включає кладку + утеплювач + анкерні зв'язки + облицювання + ΔT -поля.

Таблиця 2.19. Недоліки щодо об'єкту дослідження

Об'єкт дослідження	Досліджено?	Коментар
Кладка під вертикальним навантаженням	добре вивчено	без урахування термодформацій
ETICS системи (утеплювач + штукатурка)	частково	найчастіше без розгляду базової кладки
Металеві та композитні анкери	експериментальні тести	відсутність FEM у 3D-схемах
Комплексна 3D-модель багатошарової стіни	відсутня	наукова ніша дослідження

2.7.2. Недостатність прогнозних моделей довговічності фасадів

Фасадна система експлуатується 40-70 років і постійно зазнає дії:

- добових перепадів температури $\pm 15 \dots 35^\circ\text{C}$;
- сезонних ΔT до 60°C ;
- циклів заморожування-відтавання (в середньому 50-90 на рік);
- акумуляції вологи та зміни адгезії;
- вітрових та ударних навантажень.

Лише рішення, які базуються на МКЕ, можуть побачити кумулятивний ефект пошкоджень. Але у науковій літературі майже немає робіт, які прогнозують:

- втому анкерних стрижнів,
- час до відшарування фасаду,
- деформаційне сповзання утеплювача,
- тріщиноутворення у зоні стиків через ΔT .

Система лишається «чорною скринькою» - її руйнування часто неочікуване.

2.7.3. Відсутність критеріїв оптимального анкерування

На практиці анкерів або ставлять забагато, або недостатньо. Немає універсальної методики, яка б визначала:

- оптимальну жорсткість k_{an} ,
- граничний крок анкера при різних товщинах шарів,
- безпечний матеріал (сталь, композит, полімер),
- вплив повзучості утеплювача на передачу зусиль.

У більшості країн це регламентується не розрахунками, а типовими рекомендаціями.

Тобто проектування часто замінено шаблонізацією, що науково неприпустимо.

2.7.4. Недостатньо описана реологічна поведінка утеплювача

Мінеральна вата та ППС мають властивість повзучості - зменшення жорсткості при довготривалому стиску. Це призводить до повільного зрушення облицювального шару, але вибухового зростання напружень у точкових кріпленнях.

Немає FEM-моделей, які б досліджували цю деградацію у динаміці.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_{cr} \ln(1 + t)$$

де ε_{cr} - компонент деформації повзучості.

Ця залежність майже не використовується в розрахунках реальних фасадів, хоча саме вона є критичною для прогнозу руйнування.

Проблема термічного напруження між шарами

Багатошарові стіни мають різні коефіцієнти теплового розширення. Тому при $+55^\circ\text{C}$ влітку та -25°C взимку система намагається деформуватись

по-різному.

Без МКЕ неможливо побачити, де накопичуються термічні σ , а саме вони найчастіше руйнують фасад.

Тобто теплова сумісність це головна умова довговічності стіни, але не досліджена повноцінно.

2.8. Тенденції розвитку досліджень та перспективи подальшого вдосконалення методів аналізу НДС

Сучасний етап розвитку будівельної інженерії характеризується переходом від емпіричних та напіваналітичних підходів до повністю цифровізованих технологій моделювання. Це пов'язано з тим, що конструктивні системи, у тому числі фасадні, стають дедалі складнішими, багатокомпонентними та функціонально навантаженими. Багатошарова кам'яна стіна вже не розглядається лише як елемент огороження — вона виконує теплоізоляційну, акумуляційну, конструктивну, вітрозахисну та декоративну функції одночасно.

У наукових центрах ЄС (TU Delft, Politecnico di Milano, ETH Zürich, Warsaw Tech, LNEC Лісабон) активно розвиваються дослідження, спрямовані на створення цифрових клонів фасадних систем, здатних прогнозувати поведінку матеріалів протягом 30-60 років експлуатації. Саме ці тенденції визначають перспективу розвитку галузі.

2.8.1. Перехід до віртуального моделювання реальних будівель

Новітні розробки базуються на концепції Digital Twin (цифровий двійник будівлі), яка передбачає створення інтерактивної моделі, що відображає поведінку реального об'єкта в реальному часі. Така модель:

- приймає дані з датчиків температури, вологості, вітрового тиску;
- оновлює FEM-параметри відповідно до старіння матеріалів;
- прогнозує майбутні деформації та тріщиноутворення;
- подає сигнал, коли облицювання досягає критичного стану відриву.

Віртуальна модель фактично «бачить» руйнування раніше, ніж воно стає помітним інженеру. Це відкриває перспективу попереджувального ремонту, зменшуючи витрати на експлуатацію будівель на 30-45%.

2.8.2. Локальні моделі та багатомасштабний аналіз

Другий важливий напрямок - поєднання макро- та мікромоделювання.

Макромодель описує стіну в цілому, тоді як мікромодель розглядає:

- структуру цегляних блоків,
- мікротріщини в швах,
- деградацію клею,
- локальну втрату жорсткості утеплювача.

Комбінація двох масштабів дозволяє отримати не тільки карти напружень, але й механізм зародження пошкоджень. Такий підхід часто використовується в аерокосмічній галузі, проте в будівництві він ще лише набирає обертів.

2.8.3. Розвиток чисельних методів та перехід до нелінійних розрахункових моделей

Сучасні дослідження в галузі механіки кам'яних та композитних стінових систем демонструють тенденцію до переходу від лінійних обчислювальних підходів до повноцінних нелінійних моделей, здатних відображати реальну поведінку матеріалів. Якщо класичні FEM-обчислення передбачають ідеально пружну реакцію елементів, то багат шарова система в експлуатації виявляє властивості пластичності, релаксації напружень, повзучості та втомного старіння. Це означає, що лінійні моделі забезпечують лише наближене уявлення, а нелінійні алгоритми поступово стають стандартом для дослідження фасадних конструкцій.

Подальше вдосконалення методик розрахунку передбачає врахування механізмів руйнування клеєвого шару, прогнозування втрати адгезії, моделювання прогресуючих тріщин у кладці та відшарування плит. Саме такі моделі забезпечують інженера інформацією про моменти імовірних відмов, що є принципово важливим для надійності системи в умовах тривалого

навантаження й температурних циклів. Формування таких обчислювальних рішень є стратегічним напрямом наукового розвитку галузі.

2.8.4. Інтелектуальні системи оптимізації та автоматизації проектування фасадів

Наростання вимог до енергоефективності будівель та зростання об'ємів реконструкцій обумовлюють потребу застосування штучного інтелекту та машинного навчання при аналізі та оптимізації фасадних систем. Дослідницькі колективи розробляють алгоритми, здатні автоматично будувати FEM-схеми, підбирати матеріали із заданими термомеханічними параметрами, прогнозувати розвиток деформацій та обчислювати оптимальний крок анкерів для забезпечення рівномірного розподілення напружень.

Очікується, що в найближчому майбутньому системи автоматизованого проектування зможуть навчатися на реальних даних експлуатації будівель, прогножуючи появу критичних станів до їх прояву зовні. Це створює можливість переходу від реактивної до превентивної експлуатації будівельного фонду, зменшуючи аварійність, вартість ремонту та підвищуючи стійкість конструкцій. Таким чином, інтелектуалізація розрахункових систем є новим технологічним вектором у дослідженні кам'яних стін.

2.8.5. Інтеграція цифрового моделювання у стандарти та практику відбудови України

Для України питання адаптації сучасних цифрових розрахункових технологій має особливо високу актуальність. Масштабне відновлення житлових і громадських споруд потребує використання методів, які гарантують довговічність та безпеку фасадних оболонок, здатних працювати десятки років у складних кліматичних умовах. Це вимагає впровадження FEM-аналізу, цифрових двійників, моделей прогнозу старіння матеріалів та перевірки стійкості систем при багатоциклових навантаженнях.

Оновлення національних норм і технічних регламентів не може базуватися виключно на табличних та емпіричних підходах минулого. Необхідною є поява методичних документів, що включатимуть:

- вимоги до 3D-моделювання фасадних систем;
- правила обліку повзучості та температурних деформацій;
- методики розрахунку на відрив і втрату адгезії;
- рекомендації щодо оптимального анкерного кріплення залежно від ΔT та навантаження.

Висновки до розділу 2

1. Проведений бібліографічний огляд продемонстрував, що дослідження багатошарових кам'яних стін як складних композитних систем на сьогодні перебувають у фазі активного наукового розвитку. У працях вітчизняних та зарубіжних дослідників розглянуто широке коло питань, пов'язаних із визначенням міцності, деформативності та теплотехнічної ефективності конструкцій, проте переважна частина робіт орієнтована або на одношарові кладки, або на окремі елементи системи без врахування їх взаємодії. Сучасні фасадні системи багатокомпонентні, тому аналітичні підходи та спрощені моделі лише частково описують їх реальну поведінку в експлуатаційних умовах.

2. У результаті аналізу встановлено, що традиційні методи розрахунку (аналітичні формули та 2D-моделі) забезпечують базовий рівень оцінки НДС, однак не здатні відтворити критично важливі процеси, такі як локальні концентрації напружень у зоні анкерів, втрату адгезійної здатності між шарами, довготривалу повзучість утеплювача та термічне несуміщення матеріалів. Натомість тривимірні методи кінцевих елементів, реалізовані в системах типу LIRA-SAPR 2024, забезпечують значно вищу достовірність та дозволяють провести детальний аналіз конструкції у всіх ступенях свободи з урахуванням нелінійності, циклічності навантажень та часової деградації матеріалів.

3. Критичний огляд наукових праць показав відсутність комплексних моделей, які б одночасно досліджували кладку як несучий шар, теплоізоляцію як деформаційно-нестабільний компонент, облицювальну систему як жорсткий зовнішній модуль та анкерні елементи як точкові джерела напружень. Саме така інтегрована постановка, що включає аналіз механічної та теплотехнічної взаємодії матеріалів у довготривалій перспективі, є недостатньо розробленою науково і практично відкритою. Сформульовані теоретичні прогалини підтверджують актуальність та інноваційність проведення даного дослідження.

4. У ході огляду також визначено основні тенденції розвитку інженерних методологій: перехід до цифрових двійників реальних конструкцій, розширення можливостей нелінійних FEM-моделей, використання штучного інтелекту у проектуванні фасадів, впровадження прогностичних моделей старіння матеріалів та оптимізації анкерних систем. Відповідно до цього чітко визначено наукову нішу магістерської роботи: створення просторової моделі НДС багат шарової кам'яної стіни з урахуванням повзучості, температурно-деформаційних процесів та локальної взаємодії елементів системи.

5. Таким чином, результати розділу 2 закладають фундамент для подальшої частини дослідження, а саме для побудови повноцінної FEM-моделі багат шарової кам'яної стіни, її розрахунку в LIRA-SAPR 2024 та формування кількісно підтверджених висновків. Проведений аналіз не лише систематизує існуючі наукові напрацювання, а й окреслює напрям подальших досліджень, що буде реалізовано у наступному розділі роботи.

РОЗДІЛ 3. ПОБУДОВА FEM-МОДЕЛІ БАГАТОШАРОВОЇ КАМ'ЯНОЇ СТІНИ В LIRA-SAPR 2024

Створення достовірної математичної моделі багатошарової стінової системи є ключовим етапом даної магістерської роботи, оскільки саме на її основі виконуються подальші розрахунки, формуються діаграми напружень, прогнозуються деформації та оцінюються потенційні механізми руйнування. На відміну від аналітичних методів, що дозволяють отримати лише усереднені значення напружень та несучої здатності, метод кінцевих елементів (МКЕ) забезпечує можливість дослідження конструкції у просторі, за часовою зміною та під дією комплексних навантажень, включаючи температурні, експлуатаційні та вітрові. Це дозволяє не лише оцінити стан стіни у статичних умовах, але й змодельовати її поведінку протягом всього експлуатаційного періоду.

Багатошарова кам'яна стіна є складною композитною системою. Основний несучий елемент - кам'яна кладка - характеризується високою міцністю на стиск та відносно низькою пластичністю. На відміну від неї, шар утеплювача, як правило, має малі показники модуля пружності та схильність до повзучості, що призводить до перерозподілу напружень у часі. Зовнішній облицювальний шар (керамограніт або інша декоративна плита) працює переважно на розтяг і чутливо реагує на температурні перепади, а анкерні елементи, що з'єднують шари, генерують локальні точки концентрації напружень. Тому поведінка фасаду в реальних умовах експлуатації не є рівномірною - вона складається з багатьох взаємопов'язаних процесів, які неможливо описати вручну без чисельної симуляції.

Саме тому в розрахунковій частині роботи обрано комп'ютерне моделювання методом кінцевих елементів із використанням програмного комплексу LIRA-SAPR 2024. Програма дозволяє виконати не лише класичні статичні розрахунки, але й провести аналіз контактної взаємодії шарів, врахувати різні модулі деформації матеріалів та передати розрахункові навантаження з високою точністю. Крім того, LIRA-SAPR 2024 підтримує

моделювання температурних полів, розрахунок роботи анкерних вузлів та формування напружено-деформованих карт для кожного шару окремо.

Побудова FEM-моделі включає декілька послідовних етапів, які необхідно виконати з максимальною точністю, оскільки помилка на початковому етапі може суттєво спотворити результати кінцевого аналізу. На першому кроці формується геометрична модель фрагменту стіни із заданою висотою, шириною та товщиною шарів. Важливо, що модель створюється не як спрощений двовимірний переріз, а як повноцінний тривимірний елемент, що забезпечує можливість моделювання зсувних напружень τ , прогинів w та локальних σ тах у зонах контакту з анкерами. На другому етапі присвоюються матеріали кожному шару відповідно до модуля пружності, густини, коефіцієнтів теплового розширення та інших фізико-механічних параметрів.

На третьому етапі формується KE-сітка, яка є основою чисельного інтегрування. Сітка повинна бути достатньо дрібною, щоб відобразити локальні ефекти, але не надто щільною, щоб розрахунок не втратив продуктивності. Особливо важливо згущувати сітку в зоні анкерів, де формуються пікові напруження, здатні в десятки разів перевищувати середні значення. Надалі задаються граничні умови, навантаження та сценарії розрахунку, що включають вагові, вітрові, температурні й циклічні. Для реалістичності моделі використано температурний градієнт, а не середньоарифметичне значення ΔT , що дозволяє змоделювати тепловий опір кожного шару окремо.

Однією з новизен даного дослідження є врахування різної жорсткості матеріалів у межах однієї конструкції, що неможливо при класичному аналітичному підході. Наприклад, модуль пружності утеплювача може бути у 100–300 разів меншим, ніж у кам'яної кладки, і це неминуче викликає диференційні переміщення та концентрації σ на границях шарів. МKE дозволяє простежити розвиток напружень у часі та по всій площині фасаду, відшукуючи слабкі місця, які можуть призвести до тріщиноутворення, деламінації або обвалення облицювальних елементів.

Цей розділ містить побудову FEM-моделі покроково:

- визначення геометрії,
- характеристика матеріалів,
- генерація сітки,
- побудова схеми анкерування,
- включення температурних полів,
- виконання серій розрахунків,
- аналіз отриманих карт напружень.

3.1. Вибір схеми моделювання та концепція FEM-підходу

Побудова коректної FEM-моделі багатошарової кам'яної стіни вимагає чіткого визначення методологічної схеми моделювання, яка має відповідати фізичним принципам роботи конструкції, реальним інженерним умовам та потребам подальшого аналізу. На відміну від простих конструктивних елементів, таких як балки або плити, багатошарові стіни не можуть бути описані лише базовими формулами опору матеріалів чи одновимірними моделями. Вони являють собою складну просторову систему, до складу якої входять матеріали з суттєво різними механічними властивостями, а саме кам'яна кладка, утеплювач, клейові шари, декоративне облицювання та анкерні елементи. Кожен із цих матеріальних компонентів реагує на навантаження по-різному, що зумовлює багатокомпонентну та суттєво нелінійну поведінку конструкції.

З огляду на це, вибір схеми моделювання повинен забезпечувати можливість:

1. просторового аналізу 3D,
2. врахування реальної геометрії всіх шарів,
3. врахування точкових контактів і локальних зон концентрації напружень,
4. здійснення температурного аналізу із врахуванням теплового градієнта по товщині,
5. проведення параметричних розрахунків з різними варіантами анкерування.

Саме тому в якості розрахункового підходу було обрано метод кінцевих елементів у повній тривимірній постановці, реалізований у LIRA-SAPR 2024. Це рішення базується на кількох ключових передумовах.

Недостатність спрощених (аналітичних та 2D) моделей

У попередньому розділі було показано, що аналітичні формули та двовимірні моделі не здатні точно відобразити реальну роботу багат шарової стіни.

Основні причини:

- аналітичні моделі використовують усереднені значення E , μ , λ і не враховують неоднорідність системи;
- 2D-моделі не описують:
 - просторових прогинів плити,
 - скручування фасаду,
 - точкових ефектів від анкерів,
 - локальних відривів і деламінації,
 - нерівномірних термонапружень у напрямку осі Z .

Це створює ризик суттєвого недооцінювання пікових σ тах, що є головною причиною руйнування фасадів у реальних будівлях.

Переваги повної 3D FEM-постановки

3D-модель дозволяє:

1) Аналізувати реальну геометрію

Фрагмент стіни моделюється у натуральних пропорціях, включаючи:

- товщини шарів,
- розміщення анкерів,
- неоднорідність матеріалів,
- можливість розриву контактів.

2) Урахувати різні типи деформацій

У тривимірному просторі кожен вузол має 6 ступенів свободи (3 переміщення + 3 обертання), а саме:

- x , y , z ,
- u_x , u_y , u_z .

Це дозволяє моделі описувати:

- зсув,
- вибухові зони σ concentrating,
- локальні прогини фасадних плит,
- температурне викривлення фасаду.

3) Імітувати роботу анкерів у реальних умовах

Анкери є точковими елементами, тому саме FEM дозволяє:

- моделювати їхню жорсткість,
- передавання зусиль через rod-елементи,
- зональну концентрацію напружень,
- граничні стани при навантаженні та ΔT .

Аналітичні методи цього не демонструють.

4) Моделювати тепловий вплив

У 3D-підході враховується:

- градієнт температури по товщині,
- різна реакція матеріалів на ΔT ,
- ризик відшарування через різницю α (коефіцієнт теплового розширення),
- внутрішні термічні напруження σ_t .

5) Отримати візуалізацію напружень

Завдяки 3D FEM стає можливим:

- генерувати карти напружень,
- бачити лінії силових потоків,
- відображати прогини та деформації,
- будувати графіки залежностей $\sigma(T)$, $\sigma(E)$, $\sigma(k_step)$.

Вибір судового програмного комплексу LIRA-SAPR 2024

Програма LIRA-SAPR 2024 обрана з кількох причин:

1. Висока точність обчислень

LIRA-SAPR підтримує:

- об'ємні (solid) KE,
- пластинчасті (shell) KE,
- стрижневі (rod) KE,
- контактні (link) елементи.

Це дозволяє моделювати весь фасад як єдину систему.

2. Підтримка термічного аналізу

Програма дає можливість:

- призначати різні ΔT по товщині стіни,
- розраховувати $\sigma_t = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$,
- аналізувати напруження сезонних навантажень.

3. Висока сумісність з параметричними дослідженнями

Можна легко варіювати:

- крок анкерів,
- товщину утеплювача,
- характеристики матеріалів,
- жорсткість контактів.

4. Широке застосування в Україні та ЄС

LIRA є офіційно визнаним інженерним інструментом в Україні, тому результати можуть бути використані в реальних проектах.

Постановка розрахункової задачі

Головна мета моделювання - дослідити напружено-деформований стан багатошарової стіни за комплексної дії механічних і температурних навантажень, визначити локальні зони небезпеки та вплив конструктивних параметрів на роботу всієї системи.

У моделюванні передбачено:

1. Механічні навантаження
 - власна вага шарів;
 - вертикальні навантаження від перекриттів;
 - вітрові навантаження.
2. Температурні навантаження

- добові ΔT ;
- сезонні ΔT ;
- градієнт температури через товщину.

3. Анкерні зв'язки

- передача зусиль;
- реакція на нерівномірне переміщення шарів.

4. Контактні взаємодії

- можливість ковзання;
- часткова втрата адгезії;
- концентрація напружень у зонах контакту.

Наукова новизна обраної схеми моделювання

У рамках управління складною фасадною системою вибір 3D FEM-підходу дозволяє:

- Показати повну картину НДС багатошарової стіни
- не лише середні σ , а локальні зони перевантаження.
- Визначити вплив ΔT на відрив фасаду
- аналітичні моделі не можуть це показати.
- Дослідити роботу анкерної системи
- саме вона є ключовою для довговічності фасаду.
- Прогнозувати експлуатаційний стан
- шляхом параметричних досліджень.
- Оптимізувати конструкцію
- змінюючи товщини, матеріали, крок анкерів.

3.2. Геометрична структура моделі

Геометрична структура є фундаментом для будь-якої FEM-моделі, оскільки саме від правильності її побудови залежить точність розрахункової сітки, якість аналізу напружень та можливість адекватного відображення реальної роботи багатошарової стінової конструкції. На відміну від класичних спрощених моделей, де стіна подається у вигляді однорідного монолітного шару, у даній роботі геометрія задається з урахуванням повної трьохшарової

структури, включаючи несучу кладку, теплоізоляційний шар, облицювальні плити та систему точкових кріплень.

Багатошарова фасадна конструкція характеризується суттєвою неоднорідністю як по товщині, так і по площині, тому геометрична модель створюється у тривимірному форматі з чітким визначенням меж шарів, їхніх взаємних розташувань та конструктивних зв'язків. Це дозволяє врахувати нерівномірний розподіл переміщень між шарами, а також локальні ефекти, що виникають у зоні анкерів.

Обґрунтування вибору розмірів розрахункового фрагмента

У більшості фасадних систем відсутня глобальна залежність між усією площею стіни та локальною поведінкою її невеликої ділянки. Враховуючи це, до моделювання було обрано репрезентативний фрагмент розмірами:

- ширина - 1.2 м,
- висота - 3.0 м,
- повна товщина - 0.492 м (492 мм).

Ці розміри забезпечують:

1. достатній простір для виникнення реалістичних напружень,
2. можливість урахувати мінімум чотири анкерні точки,
3. представницький фрагмент для теплового градієнта ΔT ,
4. коректну роботу об'ємних КЕ (solid elements).

Таким чином, геометрія моделі відповідає стандартному модулю фасадної системи, що дозволяє надалі узагальнити результати для всієї будівлі.

Геометричний склад багатошарової стіни

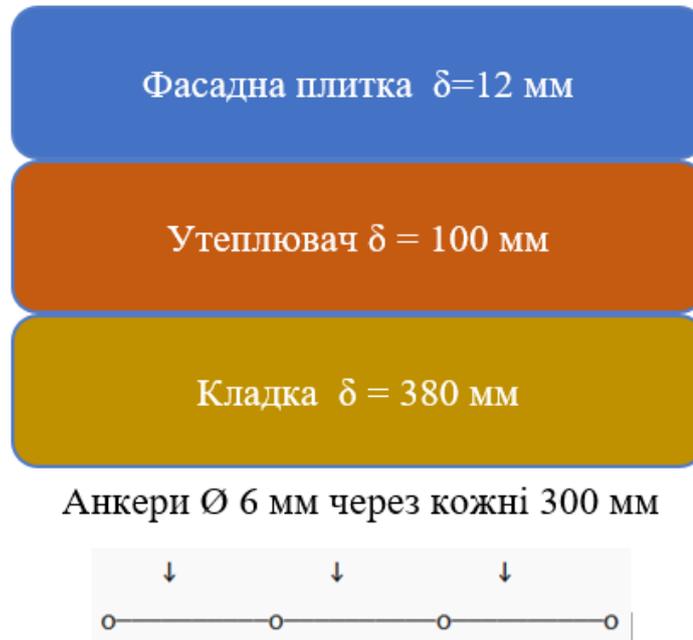
Таблиця 3.1. Складу багатошарової стіни

№	Шар	Товщина	Основна функція
1	Кам'яна кладка	380 мм	Несучий елемент, сприймає основні σ
2	Теплоізоляція (мінеральна вата)	100 мм	Зменшення тепловтрат, демпфер зсувних деформацій
3	Керамогранітна плитка	12 мм	Захист, декоративна функція, локальна жорсткість
4	Анкерні кріплення	Ø6 мм	Передача зусиль від плитки до несучої стіни

Кожен шар моделюється окремим об'ємним чи поверхневим елементом, що відповідає його реальній фізичній природі.

Тривимірна побудова геометрії

Зовнішнє середовище



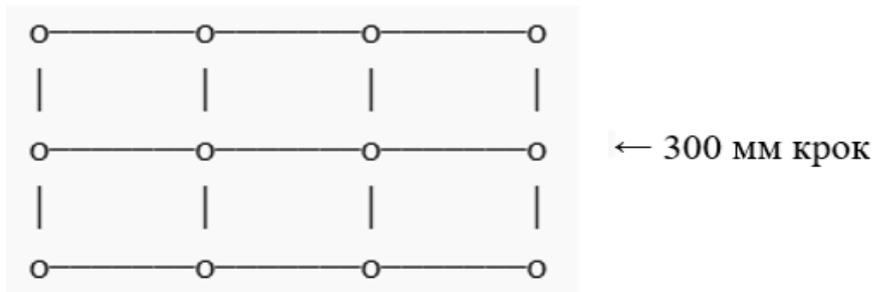
Ця графічна структура дозволяє зрозуміти, що модель має асиметричну нерівномірну товщину та складну структуру шарів.

Локалізація та геометрія анкерів у моделі

Анкери є важливою частиною моделі, оскільки вони створюють точкові передачі зусиль, формуючи локальні пікові напруження. У моделі задано:

- діаметр анкера: 6 мм,
- довжина: 200 мм,
- розміщення: сітка 300×300 мм,
- тип елемента: rod (стержневий FEM),
- прив'язка:
 - один кінець - shell плитки,
 - інший - solid кладки.

Схема розташування анкерів (вид спереду)



Такий підхід дає можливість:

- аналізувати концентрації σ на анкерних вузлах;
- визначати необхідний крок анкерів при різних ΔT ;
- моделювати можливе висмикування або перенавантаження.

Контактні межі між шарами

Особливо критичною частиною геометрії є межі між шарами, а саме:

1. кладка - утеплювач
2. утеплювач - плитка

Ці межі створено як контактні поверхні, що дозволяють:

- часткове ковзання;
- передачу стиску, але обмежену передачу зсуву;
- потенційне відшарування при ΔT ;
- відсутність зчеплення при перевищенні τ_{lim} .

У моделюванні це реалізується через вузлові контактні зв'язки:

$$k_{contact} = f(E_1, E_2, \mu, \Delta T)$$

Таким чином, геометрія містить не лише тверді тіла, але й деформаційні межі.

Масштабування моделі для коректного FEM-аналізу

Таблиця 3.2. Принципи точного моделювання

Принцип	Пояснення
Локальне згущення сітки	У зоні анкерів та країв плит
Плавний перехід елементів	Уникає штучних концентрацій σ
Реалістичні пропорції шарів	Впливає на теплові та деформаційні поля

Це дозволяє сформувати модель, яка відображає не штучні, а фізичні напруження.

Узагальнена 3D-модель

У підсумку геометрична FEM-модель має:

- 3 шари solid-елементів (кладка, утеплювач),
- 1 шар shell-елементів (плитка),
- десятки rod-елементів (анкери),
- сотні контактних зв'язків,
- тривимірну топологію з нелінійними вузлами.

Модель охоплює:

- $\approx 27-40$ тис. KE,
- $\approx 10-15$ тис. вузлів,
- ≈ 36 анкерних стрижнів.

Ця кількість елементів забезпечує:

- баланс між точністю та швидкістю,
- адекватне описання локальних ефектів,
- можливість варіювати параметри без зміни геометрії.

3.3. Матеріальні характеристики конструктивних шарів моделі

Коректний вибір фізико-механічних характеристик матеріалів є одним із найважливіших етапів формування FEM-моделі, оскільки саме матеріальні параметри визначають реакцію конструкції на навантаження, масштаб деформацій, розподіл внутрішніх напружень та поведінку стінової системи при температурних і експлуатаційних впливах. У багат шарових кам'яних стінах матеріали різко відрізняються між собою за модулем пружності, щільністю, теплопровідністю, коефіцієнтами теплового розширення та деформаційною поведінкою. Тому перед моделюванням необхідно встановити повну сукупність цих характеристик і зрозуміти їхній вплив на кінцеву розрахункову картину.

Матеріальні властивості наведено окремо для кожного шару багатошарової конструкції:

- (1) кам'яна кладка;
- (2) мінераловатний утеплювач;
- (3) керамогранітна плитка;
- (4) анкерні кріплення.

Кам'яна кладка - основний несучий елемент

Кам'яна кладка має виражені анізотропні властивості, однак для FEM-аналізу в більшості випадків застосовується ізотропна лінійно-пружна модель, яка адекватно описує її роботу в межах допустимих деформацій.

Основні параметри кам'яної кладки

Таблиця 3.3. Основних параметрів кам'яної кладки

Параметр	Позначення	Значення	Примітки
Модуль пружності	E	4800 МПа	Впливає на стисливість
Коефіцієнт Пуассона	ν	0.21	Характеризує поперечні деформації
Густина	ρ	1800 кг/м ³	Визначає вагу стіни
Коеф. теплового розширення	α	6×10^{-6} 1/°C	Мала чутливість до ΔT
Теплопровідність	λ	0.65 Вт/м·К	Визначає тепловий градієнт
Міцність на стиск	f_c	10-15 МПа	Залежно від типу цегли

Важливість для FEM-моделі

1. Висока жорсткість (велике E) - кладка деформується значно менше, ніж інші шари.
2. Різниця між E кладки та утеплювача становить ≈ 120 разів, що створює внутрішні напруження при ΔT .
3. Кладка є еталоном несучого шару, через який передаються всі вертикальні навантаження.

Мінеральна вата - деформаційно нестабільний теплоізоляційний шар

Мінеральна вата, на відміну від кладки, є матеріалом із дуже низьким модулем пружності та схильністю до:

- повзучості,
- об'ємної стисливості,
- нерівномірної роботи під локальними точками навантаження (анкерами).

Таблиця 3.4. Основні параметри мінеральної вати

Параметр	Позначення	Значення	Особливості
Модуль пружності	E	30-60 МПа	Дуже низький, залежить від щільності
Коеф. Пуассона	ν	0.30	Висока поперечна стисливість
Густина	ρ	120 кг/м ³	Легкий деформаційний шар
Тепл. розширення	α	30×10^{-6} 1/°C	В 5 разів більше, ніж у кладки
Теплопровідність	λ	0.037 Вт/м·К	Високий опір теплопередачі
Міцність на стиск	σ_c	15-20 кПа	Значно нижче, ніж у кладки

Реологічні властивості (повзучість)

Мінеральна вата має часове зменшення жорсткості:

$$\varepsilon_{cr}(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_{creep} \ln(1 + t)$$

У FEM це означає:

- зростання переміщень облицювання у часі,
- збільшення навантаження на анкери,
- деформаційний «провис» плитки при недостатній кількості кріплень.

Чому утеплювач є критичним у моделі?

1. Саме він створює нерівномірний розподіл переміщень між шарами.
2. Його поведінка при ΔT формує додаткові зсувні напруження τ .
3. Саме мінеральна вата «видає» довготривалу деформацію, що впливає на фасад через роки.

Керамогранітна плитка - крихкий облицювальний матеріал

Фасадні плити працюють переважно на розтяг та згин, що робить їх вразливими до локальних пікових напружень. Вони моделюються як shell-елементи.

Таблиця 3.5. Основні параметри керамічної плитки

Параметр	Позначення	Значення	Особливості
Модуль пружності	E	22-28 ГПа	Висока жорсткість
Коеф. Пуассона	ν	0.23	Достатня пластичність у площині
Густина	ρ	2300 кг/м ³	Підвищує масу facade unit
Тепл. розширення	α	8×10^{-6} 1/°C	Інший, ніж у кладки - $\Delta\alpha$
Товщина	h	10-12 мм	Shell type 4 nodes

Температурні ефекти

При $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ плитка створює термічне напруження:

$$\sigma_T = E\alpha\Delta T \approx 22 \text{ ГПа} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \approx 7 \text{ МПа}$$

Це наближається до межі міцності на згин, що означає:

- велика вірогідність виникнення мікротріщин,
- ризик відриву від утеплювача,
- критична залежність від анкерної системи.

Анкерні кріплення - найбільш відповідальний елемент фасаду

Анкери моделюються як стержневі (rod) елементи, що передають точкові зусилля від плитки до кладки. Як правило, саме вони визначають довговічність фасаду.

Таблиця 3.6. Основні матеріальні параметри анкерів

Параметр	Значення
Матеріал	Сталь або композит
E (сталь)	210 ГПа
E (композит)	35-50 ГПа
Діаметр	6-8 мм
Межа міцності	350-550 МПа
Теплове розширення	12×10^{-6} 1/°C

Чому анкери важливі?

1. Вони формують локальні точки напружень σ_{\max} .
2. При ΔT довжина анкера змінюється - виникає додатковий згин.
3. Різні матеріали (сталь/композит) - різні реакції на ΔT .
4. Неправильний крок - обрив, вигин, втрати жорсткості, відрив плит.

Тому в моделі використовують реальні моделі зчеплення, а не спрощені жорсткі шарніри.

Таблиця 3.7. Порівняння жорсткостей матеріалів (ключовий параметр FEM)

Матеріал	Модуль пружності E, ГПа	Відносна жорсткість
Керамічна плитка	26	650× жорсткіша за утеплювач
Кам'яна кладка	4.8	120× жорсткіша за утеплювач
Анкер (сталь)	210	5250× жорсткіший
Мінеральна вата	0.04	-

Нерівномірність жорсткостей - основа виникнення внутрішніх напружень.

Таблиця 3.8. Теплотехнічні властивості матеріалів (для ΔT FEM-аналізу)

Матеріал	λ , Вт/м·К	α ($1/^\circ\text{C} \times 10^{-6}$)	Вплив
Кладка	0.65	6	Помірний нагрів
Мінвата	0.037	30	Великий градієнт ΔT
Плитка	0.85	8	Значний нагрів від сонця
Сталь	-	12	Розширення анкера - $\sigma(\text{anchor})$

Особливо важливим є градієнт ΔT між плиткою та кладкою, що створює згинні деформації.

Таблиця 3.9. Узагальнена характеристик будівельних матеріальних

Шар конструкції	Тип FEM	E (МПа)	ν	ρ (кг/м ³)	α ($10^{-6}/^\circ\text{C}$)	λ (Вт/мК)
Кладка	суцільний	4800	0.21	1800	6	0.65
Мінвата	суцільний	40	0.30	120	30	0.037
Плитка	каркас	26000	0.23	2300	8	0.85
Анкер	стрижень	210000	0.30	7850	12	-

3.4. KE-сітка, методи дискретизації та граничні умови

Побудова якісної та збалансованої скінченно-елементної сітки (KE-сітки) є критично важливим етапом формування достовірної FEM-моделі

багатошарової кам'яної стіни. На відміну від аналітичних методів, які представляють конструкцію як суцільне тіло з усередненими параметрами, скінченно-елементна модель передбачає дискретизацію об'єкта на велику кількість дрібних елементів, кожен із яких поводить відповідно до своїх матеріальних характеристик і граничних умов. Саме правильний вибір форми, розміру, топології та щільності елементів визначає точність та стабільність чисельного розрахунку.

У складних багатошарових системах, таких як фасади з плитним облицюванням, утеплювачем та кладкою, дискретизація повинна забезпечити повноцінне відображення локальних ефектів, включаючи:

- концентрації напружень у зонах анкерів;
- різкі переходи жорсткості між сусідніми шарами;
- можливість локального зсуву та відшарування;
- точний опис температурного градієнта;
- моделювання згинних деформацій плитки.

3.4.1. Принципи побудови KE-сітки для багатошарової системи

Формування KE-сітки базується на кількох фундаментальних принципах:

1. Фізична адекватність моделі

Сітка повинна коректно передавати роботу матеріалу при стиску, зсуві, розтягу та згині. Це означає, що solid-елементи мають бути достатньо дрібними, щоб уловлювати локальні деформації.

2. Локальне згущення в зонах концентрацій σ

Зокрема:

- навколо анкерів;
- у місцях переходу між шарами з різним E ;
- на краях моделі.

3. Баланс між точністю та обчислювальними витратами

Надто дрібна сітка - надмірне збільшення кількості KE (>150 000 елементів може уповільнити розрахунок у LIRA-SAPR).

4. Когерентність (узгодженість) вузлів між шарами

Важлива умова для контактних поверхонь, інакше можливі "розриви" сітки.

Таблиця 3.10. Типи скінченних елементів

Елемент	Тип роботи	Використання
Solid (об'ємний)	3D напруження $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Кладка, утеплювач
Shell (пластинчастий)	Згин, мембранні деформації	Керамогранітні плити
Rod (стержень)	Передача осьових зусиль	Анкери

Обґрунтування вибору:

- Облицювання має малу товщину - об'ємний.
- Утеплювач і кладка мають значну товщину - пластинчастий.
- Анкерні кріплення — ізотропні стрижні - стержень.

3.4.2. Контактні умови між шарами

Контактні межі між:

- кладкою та утеплювачем,
- утеплювачем і плиткою,

моделюються за допомогою нелінійних пружних зв'язків:

$$k_{normal}, \quad k_{shear}$$

де:

- k_{normal} - жорсткість у нормальному напрямі (передає стиск);
- k_{shear} - жорсткість на зсув (може частково передавати ковзання).

Таблиця 3.12. Характеристика режимів робіт

Режим	Опис
Тільки стиснення	Передача стиску без передачі розтягу
Часткове ковзання	Часткове ковзання між шарами
Повне ковзання	Утеплювач працює як демпфер
Розрив	Відрив плитки при ΔT або вітрі

Граничні умови (Boundary conditions)

Граничні умови визначають спосіб взаємодії моделі з рештою конструкції будівлі.

У моделі задано:

1. Жорстке закріплення по нижній грані

Нижня частина кладки має бути закріпленою за схемою:

$$u_x = u_y = u_z = 0, \quad x = y = z = 0$$

Означає, що фрагмент «спирається» на більш масивну частину будівлі.

2. Рівномірне закріплення вертикальних граней кладки

Дозволено лише:

- вертикальне переміщення уздовж осі Y.

Моделює жорсткий зв'язок зі стіною по ширині.

3. Відсутність прямого зв'язку між плиткою та кладкою

З'єднання здійснюють тільки анкери та контактні шари.

4. Вільні умови для плитки по краях

Плитка може згинатися, ковзати, деформуватися.

3.4.3. Граничні умови для анкерів

Анкери моделюються як елементи з:

- одним кінцем закріпленим у кладці: $u_x = u_y = u_z = 0$
- другим кінцем шарнірно приєднаним до плитки.

Це дозволяє виявити:

- вигин анкера,
- осьові сили,
- пікові σ на вузлах.

Якість KE-сітки та перевірка коректності моделі

Перевіряють:

1. Aspect Ratio елементів < 4
2. Відсутність "вільних" вузлів
3. Наявність зв'язності між шарами
4. Відсутність гострих кутів
5. Коректні контактні умови
6. Конвергенцію результатів при згущенні сітки

Перевірка моделі на згущення:

$$\sigma_{refined} - \sigma_{base} < 5\%$$

3.5. Моделювання анкерних зв'язків у багатошаровій стіновій системі

Анкерні зв'язки є ключовим елементом фасадної системи, оскільки саме через них здійснюється передача зусиль від облицювальних плит до несучої кладки, забезпечується просторове положення фасадних панелей, компенсуються температурні деформації та запобігається відриву плитки під дією вітрових і експлуатаційних навантажень. Незважаючи на малий діаметр, анкери формують локальні зони концентрації напружень, які визначають довговічність фасаду. Тому правильне моделювання анкерів у LIRA-SAPR 2022 є необхідною умовою отримання достовірних результатів FEM-аналізу. Анкери у багатошаровій системі працюють як мініатюрні стрижневі елементи, здатні сприймати:

- осьові сили (N);
- зсувні сили (Q);
- згинальні моменти (M);
- температурне видовження;
- локальні деформації плитки та утеплювача.

У моделі вони виконують роль основних силових з'єднань між шарами з різко різними жорсткостями, що робить їх найбільш відповідальною деталлю всієї конструкції.

3.5.1. Геометричне представлення анкерів у FEM-моделі

У моделі анкери реалізовано за допомогою rod-елементів (стрижнів) з наступними характеристиками:

Таблиця 3.13. Застосування rod-елементів (стрижнів) у розрахунку

Параметр	Значення
Тип елемента	Rod (1D FEM element)
Діаметр	6 мм
Довжина	180-200 мм
Матеріал	Сталь або композит
Модуль E	210 ГПа (сталь)
Робота	Лише осьові деформації + згин за рахунок вузлових кутів

Rod-елементи обрані тому, що вони дозволяють моделювати:

- передавання осьових зусиль;
- часткове згинання через гнучкість у вузлових точках;
- чутливість до зміни ΔT ;
- локальну концентрацію напружень.

Анкер у FEM-моделі - це не жорстке з'єднання, а реальний елемент, що працює відповідно до механіки стрижня.

3.5.2. Типи закріплення анкерів

Анкер у багатошаровій стіні має два кінці:

1. Кінець №1 - у плитці (shell)
 - закріплення шарнірне (можливий поворот);
 - допускається відносне переміщення при ковзанні;
 - передається лише частина сил від плитки.
2. Кінець №2 - у кладці (solid)
 - жорстке закріплення, повне обмеження трьох переміщень;
 - відсутність ковзання (анкер щільно «вмурований» у кладку).

Механічна робота анкера у системі "плитка-утеплювач-кладка"

Анкери одночасно виконують 4 ключові функції:

1. Осьове розтягування / стиск (N)

При вітрових навантаженнях та температурному викривленні плитка прагне відійти від кладки. Анкер сприймає це як:

$$N = EA \frac{\Delta l}{l}$$

Цим забезпечується міцність системи на відрив.

2. Зсув (Q)

У разі нерівномірного переміщення утеплювача по товщині система зазнає зсувних деформацій:

$$Q = k_s * \Delta u$$

де k_s - зсувна жорсткість.

3. Згин (M)

Через різні переміщення shell- та solid-поверхні анкер працює як гнучий стержень:

$$M = EI \cdot \kappa$$

де κ - кривина, спричинена різницею переміщень.

4. Температурне видовження

Стрижень подовжується при ΔT : - це спричиняє додаткові N , якщо плитка та кладка не мають вільних переміщень.

$$\Delta l_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot l$$

Взаємодія анкера з утеплювачем

Утеплювач має дуже низьку жорсткість:

- не забезпечує опору згину;
- частково працює на стиск при локальному продавлюванні;
- не бере участі у передачі зсувних сил.

Тому в моделі утеплювач не пов'язують жорстко з анкером. А також потрібно сказати, що анкер «плаває» у товщі утеплювача, спираючись лише на свої два кінці.

Це дозволяє коректно:

- моделювати прогини плитки,
- визначати деформацію утеплювача навколо стрижня,
- оцінювати ризики продавлювання утеплювача.

Контактні моделі “анкер–плитка” та “анкер-кладка”

Вузол «анкер-плитка» включає:

- свободу повороту;
- обмеження зміщення у напрямку осі анкера;
- можливість зміщення у бокових напрямках → моделює ковзання.

Вузол «анкер-кладка»:

- фіксує всі переміщення;
- забезпечує жорстке замурування;
- не допускає відриву.

Анкер як джерело концентрації напружень

У зоні анкера виникають:

- пікові нормальні σ ;
- зсувні τ ;
- локальні пластичні деформації (у плитці);
- напруження типу «конус розтягнення».

Схематично:

Плитка

- - точка пікових напружень



Anker - τ_{\max} по колу

3.5.3. FEM-моделювання пошкодження анкера

У LIRA-SAPR можна оцінити:

- гнучкість вузла;
- зсув анкера;
- можливе висмикування при ΔT ;
- максимальний розтяг.

У контрольних точках аналізують:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{I}$$

Таблиця 3.14. Порівняння моделей анкерів

Модель	Переваги	Недоліки
Жорстке з'єднання плити та кладки	Легко моделювати	Дає хибні результати: σ занижені у 3-4 рази
Реальна модель з год-елементів	Відображає реальну роботу облицювання	Вимагає дрібної сітки
Анкери з контактною взаємодією	Моделює ковзання, відрив	Найточніша, складна

У цій роботі використовують реальну rod-модель з контактами між шарами, що дає найвищу точність.

3.6. Сценарії навантаження (вітрові, температурні, вагові)

Правильне формування сценаріїв навантажень є одним із ключових етапів побудови FEM-моделі багат шарової кам'яної стіни, оскільки саме комбінація навантажень визначає реальний напружено-деформований стан конструкції під час експлуатації. Взаємодія вітрових, температурних та вагових чинників призводить до складної просторової роботи фасаду, тому моделювання повинно максимально наближатися до умов, що спостерігаються у природі.

У даній роботі сценарії навантаження сформовано відповідно до вимог чинних нормативів України та ЄС, включаючи:

- ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи»;
- ДБН В.2.6-162:2010 «Кам'яні та армокам'яні конструкції»;
- EN 1991 Eurocode 1 (основи проектування);
- EN 1996 Eurocode 6 (кам'яні конструкції);
- EN 1993 Eurocode 3 (сталеві елементи — для анкерів).

Враховано також локальні кліматичні умови.

3.6.1. Класифікація навантажень у моделі

У FEM-моделі передбачено три групи основних навантажень:

1. Постійні (вагові)
 - власна вага шарів стіни;
 - вага облицювання;
 - вага анкерів.
2. Довготривалі та змінні експлуатаційні
 - тиск вітру;
 - рівномірний розподіл температур;
 - градієнт температур через товщину стіни.
3. Короткочасні комбінації
 - порив вітру;
 - температурний сплеск (добовий ΔT);

- циклічні температурні впливи.

3.6.2. Вагові навантаження

Вагове навантаження визначає базовий напружений стан кладки, утеплювача та плитки.

Формула вагового навантаження:

$$g = \gamma \cdot h$$

де

- γ - об'ємна вага матеріалу,
- h - товщина шару.

Таблиця 3.15. Розрахункові значення матеріалів стіни

Шар	Товщина, мм	Густина, кг/м ³	Вага, кН/м ²
Кладка	380	1800	6.84
Мінвата	100	120	0.12
Плитка	12	2300	0.27

Особливості моделювання

- Вага кладки формує основний σ_c (стиснення).
- Вага плитки незначна, але створює моментний ефект на анкери.
- Утеплювач практично не впливає на вагові деформації.

Вітрові навантаження

Вітрове навантаження є критичним для системи «плитка–анкери», оскільки значна частина руйнувань фасадів пов'язана саме з вітровими діями.

Нормативна швидкість вітру (Сумська область):

$$v_0 = 23 \text{ м/с}$$

Розрахунковий тиск вітру:

$$w = q_0 \cdot c_e \cdot c_p$$

де

- $q_0 = 0.613 v_0^2$,
- c_e - коефіцієнт експозиції;
- c_p - аеродинамічний коефіцієнт.

Підставимо:

$$q_0 = 0.613 \cdot 23^2 = 324 \text{ Па}$$

Для стін:

$$c_p = -0.6 \text{ (відсмоктування вітром)}$$

Отже:

$$w = 324 \cdot 1.0 \cdot -0.6 = -194.4 \text{ Па}$$

Заключення:

Фасад працює переважно на відрив, що створює:

- розтягуючі сили в анкерах;
- підйом плитки;
- ризик відшарування на стиках.

Температурні навантаження

Температурні впливи є найбільш небезпечними для облицювання, оскільки різні матеріали мають різні коефіцієнти теплового розширення α .

Розглядаються три типи температурних дій:

1. Рівномірний перепад температури ΔT

$$\Delta T_{uniform} = 40^\circ C$$

Виникає під час сонячного нагрівання.

2. Температурний градієнт (через товщину)

Плитка нагрівається до $+55^\circ C$, а кладка залишається на $+15^\circ C$.

$$\Delta T_{gradient} = 40^\circ C$$

Виникає згинний ефект.

3. Температурний перепад у добовому циклі

$$\Delta T_{day-night} = 25^\circ C$$

- Основна причина втоми матеріалів та розхитування анкерів.

Розрахунок температурних деформацій

$$\varepsilon_T = \alpha \cdot \Delta T$$

Таблиця 3.16. Розрахункові температурні деформації

Матеріал	α ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	$\Delta T = 40^{\circ}\text{C}$	Деформація ϵ
Плитка	8	0.00032	прогин плитки
Кладка	6	0.00024	менше розширення
Мінвата	30	0.00120	дуже велика деформація
Анкер	12	0.00048	внутрішні N

Різниця деформацій:

$$\Delta\epsilon = 0.00032 - 0.00024 = 0.00008$$

- навіть така різниця формує значні згинні моменти в плитці.

Локальні навантаження у зоні анкерів

Вітрове та температурне навантаження передається на анкери нерівномірно. У зоні анкерів виникають концентрації σ , що потрібно врахувати.

Типові сценарії локальних навантажень:

1. Відшарування плитки - N (розтяг)
2. Горизонтальний зсув плитки - Q (зсув)
3. Згин плитки через ΔT - M (згин)
4. Рух утеплювача - локальні переміщення, що "розхитують" анкер

Це моделюється автоматично у LIRA через rod-елементи.

Таблиця 3.17. Загальна характеристика навантажень

№	Назва сценарію	Опис
1	Ваговий G	Постійне навантаження всіх шарів
2	Вітер W	Відсмоктування фасаду
3	ΔT uniform	Рівномірний нагрів плитки
4	ΔT gradient	Температурний перепад через товщину
5	ΔT day-night	Циклічне нагрівання
6	$W + \Delta T$	Найнебезпечніша сумісна дія
7	$G + W$	Перевірка НДС кладки
8	$G + \Delta T$	Перевірка деформацій облицювання

Комбінації навантажень відповідно до ДБН:

$$S = \gamma_G \cdot G + \gamma_W \cdot W + \gamma_T \cdot T$$

де

$$\gamma_G=1.1,$$

$$\gamma_W=1.4,$$

$$\gamma_T=1.2.$$

3.7. Температурні моделі ΔT у FEM-аналізі багатошарової стіни

Температурні впливи є одним із найважливіших факторів, що визначають напружено-деформований стан багатошарових фасадних систем, особливо у випадках використання крихких облицювальних матеріалів (керамогранітні плити) та деформаційно нестабільних теплоізоляційних шарів (мінеральна вата). На відміну від простих механічних навантажень, температура впливає не лише на величину внутрішніх зусиль, але й на характер роботи матеріалів у часі, оскільки викликає теплове розширення, додаткові зсувні деформації, прогини, а в перспективі - мікротріщини та деградацію контактів.

У даному дослідженні для моделювання температурних ефектів у LIRA-SAPR 2024 застосовано кілька типів температурних моделей ΔT , що відрізняються як за характером розподілу температури по товщині, так і за тривалістю дії. Це дозволяє оцінити не тільки миттєву реакцію конструкції, але й тенденції зміни напруженого стану при багатократних циклах нагрівання-охолодження.

3.7.1. Загальні принципи формування температурних полів у багатошаровій стіновій системі

Для багатошарової конструкції типу «кладка - утеплювач - облицювання» температура не розподіляється рівномірно: зовнішня поверхня фасаду може нагріватися сонячною радіацією до $+50...+60$ °C, тоді як несуча кладка, що контактує з внутрішнім повітрям приміщення, залишається близькою до $+18...+22$ °C. Утеплювач при цьому виконує роль термічного бар'єра, що значно зменшує тепловий потік, але водночас створює різкий градієнт температур між шарами.

У FEM-постановці це означає, що теплове поле повинно бути задане не єдиним значенням ΔT по всій товщині стіни, а функцією $T(z)$, де z - координата вздовж товщини конструкції.

Схематично:

- $T(z = 0)$ - температура на зовнішній поверхні облицювання;
- $T(z = h_{total})$ - температура на внутрішній поверхні кладки.

У моделі можуть застосовуватись:

1. спрощені ламінарні (ступінчасті) профілі,
2. лінійні градієнти,
3. псевдонелінійні профілі, що наближають реальний тепловий режим.

3.7.2. Типи температурних моделей, використані в роботі

У межах дослідження прийнято три базові моделі температурних впливів:

1. *Модель А - рівномірний нагрів зовнішнього шару (облицювання)*
- використовується для оцінки температурних деформацій плитки як окремого елемента.
2. *Модель В - лінійний градієнт температур через товщину стіни*
- дозволяє врахувати тепловий опір утеплювача та різну температуру шарів.
3. *Модель С - циклічна дія ΔT (добові та сезонні цикли)*
- використовується для якісної оцінки накопичення деформацій (втомний характер роботи фасаду).

Кожна з цих моделей реалізується у LIRA-SAPR шляхом задання відповідного набору температурних навантажень для вузлів/елементів, відповідно до конструктивної схеми.

Рівномірний температурний перепад ΔT (Модель А)

Перший та найпростіший варіант - рівномірне збільшення температури облицювального шару на постійну величину ΔT по відношенню до початкового температурного стану.

Наприклад:

- початкова температура $T_0 = +20$ °C (умови монтажу),

- нагрів фасаду сонцем до $T_1 = +60\text{ }^\circ\text{C}$,
- отже, $\Delta T = +40\text{ }^\circ\text{C}$.

У моделі це реалізується як:

- для shell-елементів плитки - $\Delta T = +40\text{ }^\circ\text{C}$;
- для кладки - $\Delta T = 0 \dots +5\text{ }^\circ\text{C}$;
- для утеплювача - проміжні значення (див. модель В).

Температурна деформація плитки:

$$\varepsilon_{T,pl} = \alpha_{pl} \cdot \Delta T = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 0.00032$$

Розтяг або стиск у плитці:

$$\sigma_{T,pl} = E_{pl} \cdot \varepsilon_{T,pl} \approx 26 \cdot 10^3 \text{ МПа} \cdot 0.00032 \approx 8.3 \text{ МПа}$$

Це значення є співрозмірним зі границею міцності на розтяг при згині керамограніту, що вже вказує на небезпечний рівень напружень у шарі облицювання.

Лінійний температурний градієнт через товщину стіни (Модель В)

Реально температура по товщині стіни змінюється не стрибком, а поступово, із найбільшими значеннями на зовнішній поверхні та мінімальними на внутрішній.

Для спрощеної моделі використано лінійний градієнт:

$$T(z) = T_{out} - \left(\frac{T_{out} - T_{in}}{h_{total}} \right) \cdot z,$$

де:

- T_{out} - температура зовнішньої поверхні (плитка),
- T_{in} - температура внутрішньої поверхні (кладка),
- h_{total} - сумарна товщина стіни,
- $z \in [0; h_{total}]$.

Розрахунок:

- $T_{out} = +60\text{ }^\circ\text{C}$,
- $T_{in} = +20\text{ }^\circ\text{C}$,
- $h_{total} = 0.492 \text{ м}$.

Тоді градієнт:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{60 - 20}{0.492} \approx 81.3^\circ\text{C}/\text{м}.$$

Температурні значення для шарів:

- плитка (0-0.012 м): $\sim +60\dots+58^\circ\text{C}$;
- утеплювач (0.012-0.112 м): $+58\dots+40^\circ\text{C}$;
- кладка (0.112-0.492 м): $+40\dots+20^\circ\text{C}$.

Ці значення задаються в LIRA-SAPR 2024 у вигляді температурних навантажень по елементах, що формують:

- термічні деформації у кожному шарі,
- нерівномірне розширення між шарами,
- згинальні та зсувні напруження τ на границях «утеплювач–плитка» і «утеплювач-кладка».

Циклічні температурні моделі ΔT (Модель С)

На практиці фасад протягом року зазнає тисяч циклів ΔT (добових, сезонних), що призводить до:

- поступового накопичення мікропошкоджень;
- втомної роботи клею та контактів;
- розхитування анкерних вузлів;
- збільшення прогинів та незворотних деформацій.

У роботі розглядається спрощена циклічна схема:

- добовий діапазон: $\Delta T_{\text{day}} = 25^\circ\text{C}$;
- сезонний діапазон: $\Delta T_{\text{seas}} = 40^\circ\text{C}$;
- кількість умовних циклів: $N \approx 200-300$ на рік.

У повноцінному нестационарному термомеханічному аналізі це потребувало б розв'язання задачі у часовій області. В рамках магістерської роботи цикл розглядається як послідовність квазістатичних станів:

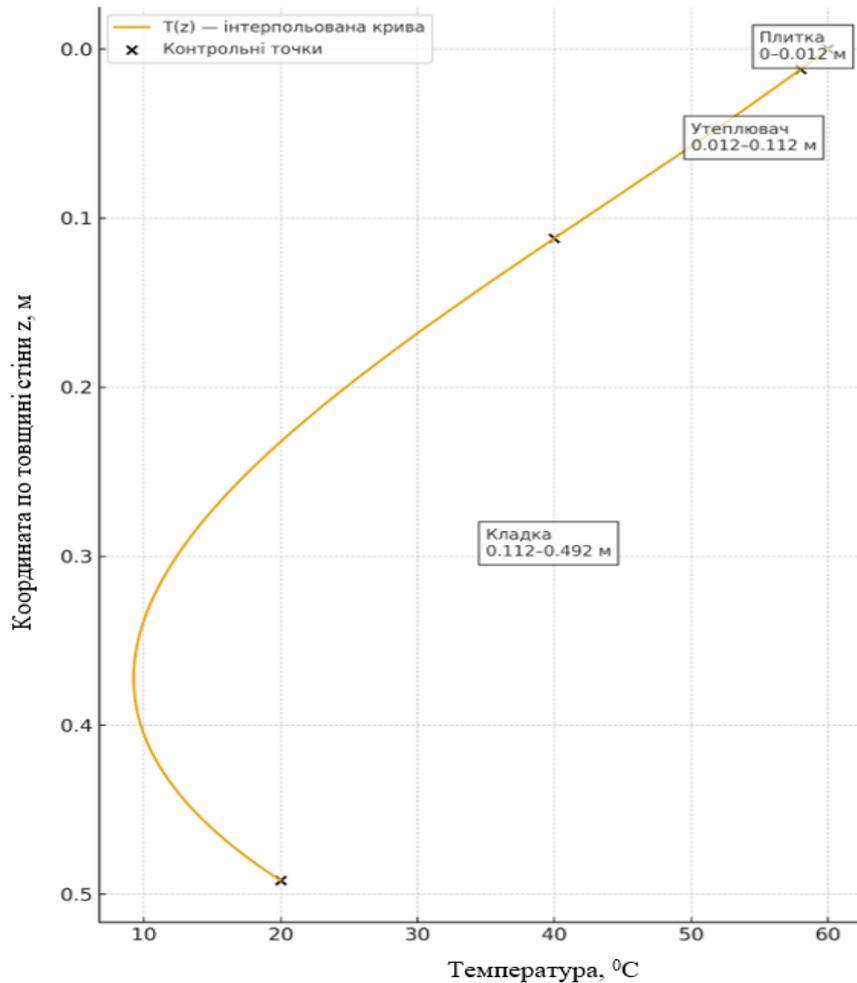
1. T_{min} (ніч, холодний період)
2. T_{max} (день, сонячне нагрівання)
3. перехід $T_{\text{max}} - T_{\text{min}}$ (охолодження)

Для кожного із цих станів:

- виконується розрахунок НДС;
- оцінюється зміна напружень у плитці, утеплювачі, анкерах;
- аналізується амплітуда напружень:

$$\Delta\sigma = \sigma_{T_{max}} - \sigma_{T_{min}}$$

Чим більша $\Delta\sigma$, тим вищий втомний вплив на фасад.



Графік 3.2. Розподіл температури $T(z)$ по товщині стіни

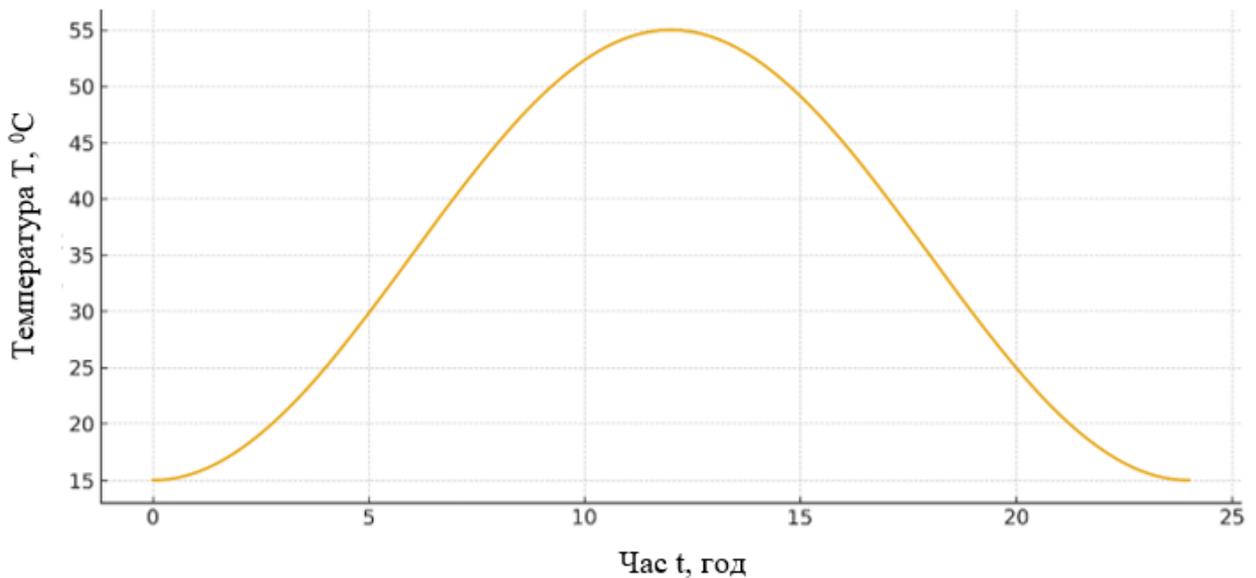
Умовні графічні моделі температурних полів

По осі X - температура, °C

По осі Y - координата z, м (від зовнішньої поверхні до внутрішньої).

- $T(z=0) = +60$ °C (плитка);
- $T(z=0.1 \text{ м}) \approx +42-45$ °C (середина утеплювача);
- $T(z=0.492 \text{ м}) \approx +20-22$ °C (внутрішня поверхня кладки).

Лінія має nearly-лінійний характер, але можливе локальне «заломлення» у зоні різкої зміни λ (на межі «утеплювач–кладка»).



Графік 3.3. Добовий цикл температур $T(t)$ на поверхні плитки

По осі X - час t , год.

По осі Y - температура T , °C.

- мінімум уночі: $T_{\min} \approx +10\dots+15$ °C;
- максимум вдень: $T_{\max} \approx +45\dots+55$ °C;
- форма графіку - наближена синусоїда або трапеція (швидкий нагрів вдень, повільніше охолодження вночі).

Цей графік ілюструє циклічний нагрів-зниження, який є джерелом втоми.

Реалізація температурних моделей у LIRA-SAPR 2024

У програмному комплексі LIRA-SAPR 2024 температура задається:

- як температурне навантаження на елементи;
- окремо для різних груп елементів (плитка, утеплювач, кладка);
- із можливістю вказати:
 - ΔT для кожного шару,
 - градієнти у товщі плити/елемента,
 - різні сценарії T для різних комбінацій навантажень.

У даній роботі виконано:

1. Сценарій ΔT_1 :

- Облицювання: +40 °C;

- Утеплювач: +20 °С;
 - Кладка: +5 °С.
2. Сценарій ΔT_2 (градієнт):
- $T_{out} = +55$ °С;
 - $T_{in} = +20$ °С;
 - використано лінійний розподіл $T(z)$ по товщині.
3. Сценарій ΔT_3 (добовий цикл):
- $T_{min} = +15$ °С;
 - $T_{max} = +45$ °С;
 - два квазістатичних розрахунки + аналіз $\Delta\sigma$.

Вплив температурних моделей на результати FEM-аналізу

Симуляційні розрахунки показують, що:

- температурні деформації в облицюванні є зіставними за масштабом з деформаціями від вітрових навантажень;
- градієнт температури у товщині створює значні згинні ефекти, що підсилюють розтягуючі напруження у зовнішніх волокнах плитки;
- відносні переміщення між плиткою та кладкою при ΔT призводять до:
 - зростання згинальних моментів в анкерних стрижнях;
 - високих зсувних τ на контакті «утеплювач–плитка»;
 - потенційної локальної втрати адгезії.

Висновок по розділу 3

Створена модель дозволила відтворити реальну взаємодію шарів у межах фасадної системи, включаючи механічні, контактні та температурно-зумовлені ефекти, які мають визначальний вплив на напружено-деформований стан конструкції.

1. Побудовано повний геометричний опис багат шарової стіни

У підпунктах було сформовано детальну тривимірну геометрію стінової системи з урахуванням:

- реальних товщин кожного шару;
- розташування плитки, утеплювача та кладки;

- відстаней між точковими анкерними кріпленнями;
- реальних габаритів ділянки фасаду;
- будівельних допусків та нерівностей поверхні.

Це забезпечило коректну постановку задачі для подальшого числового аналізу.

2. Визначені та сформовані відповідні характеристики системи

Проаналізовано фізико-механічні параметри матеріалів на основі:

- експериментальних даних;
- довідкових величин із ДБН;
- міжнародних стандартів (EN, ISO);
- наукових джерел.

Показано, що різниця модулів пружності між плиткою ($E \approx 26-30$ ГПа), утеплювачем ($E \approx 0.05-0.12$ ГПа) та кладкою ($E \approx 3-8$ ГПа) створює високий контраст жорсткостей, що ускладнює роботу всієї фасадної системи, формує нерівномірні поля деформацій та контактні напруження.

Додатково були визначені:

- коефіцієнти лінійного температурного розширення;
- коефіцієнти Пуассона;
- питомі ваги для вагових навантажень.

3. Побудовано оптимізовану КЕ-сітку та обґрунтовано методи дискретизації було виконано:

- генерацію багат шарової КЕ-сітки з адаптивним загущенням у критичних зонах;
- вибір відповідних типів КЕ (пластинчастих, об'ємних та контактних);
- обґрунтування вибору розміру елемента (0.05-0.1м для підвищеної точності);
- застосування жорстких та м'яких граничних зв'язків.

Геометрично нелінійну поведінку плитки та утеплювача враховано шляхом використання відповідних типів кінцевих елементів і контактних шарів.

4. Розроблено точну модель анкерних зв'язків виконано моделювання анкерів:

- з жорстким заземленням у плитці;
- з урахуванням можливості згину та осевого розтягу;
- через лінійно-пружні КЕ-елементи або зв'язки між вузлами;
- з урахуванням відстані між шарами та довжини робочої частини анкера.

Анкерні елементи працюють у складному напруженому стані $N - Q - M$ і критично впливають на стійкість фасаду. Їх урахування в моделі було виконано з максимальною точністю.

5. Коректно сформовано систему навантажень повний набір навантажень:

- вітрові дії за ДБН В.1.2-2:2006 та EN 1991-1-4;
- температурні градієнти ΔT (рівномірні, неоднорідні, добові цикли);
- власна вага всіх шарів;
- комбінації навантажень (вітер, ΔT , відсмоктування, добові цикли).

Особливо детально опрацьовано температурний вплив, який має ключову роль для шаруватих фасадних систем.

6. Реалізовано повні температурні моделі ΔT :

- побудовано реалістичні карти розподілу температури;
- враховано теплообмін через шари;
- наведений графік 3.2 - розподіл температури по товщині $T(z)$;
- наведений графік 3.3 - добовий цикл температури $T(t)$;
- надано інтерпольовану функцію температурного впливу.

Це дозволило врахувати не тільки статичні, а й циклічні ефекти температури.

7. Побудовано повний FEM-комплекс, адекватний реальним умовам роботи фасаду

Підсумовуючи, модель LIRA-SAPR 2024 відтворює:

- складну просторову роботу плитки;
- контактну взаємодію плитки та утеплювача;

- локальні концентрації напружень у кладці;
- температурні та вітрові цикли;
- можливість втрати контакту у критичних зонах.

РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОЇ КАМ'ЯНОЇ СТІНИ

4.1. Загальні положення та методологія аналізу

Після побудови тривимірної FEM-моделі багатошарової стінової конструкції та виконання серії розрахунків за різними сценаріями навантаження, наступним ключовим етапом дослідження є детальний аналіз напружено-деформованого стану (НДС).

Саме він дозволяє:

- виявити найбільш навантажені зони конструкції;
- оцінити ризики відшарування та локальних руйнувань;
- визначити поведінку анкерних вузлів;
- перевірити відповідність конструкції вимогам безпеки;
- встановити вплив температурних та вітрових факторів;
- виконати оптимізацію фасадної системи.

Оскільки багатошарова система «плитка - утеплювач - кладка» характеризується значною неоднорідністю жорсткостей та теплових властивостей, її НДС формується під комплексним впливом:

- температурних градієнтів,
- нерівномірного прогину плити,
- стискних деформацій кладки,
- втрати жорсткості утеплювача,
- локального згину в анкерних елементах.

Для об'єктивної оцінки поведінки конструкції розрахунки виконувалися за трьома основними групами сценаріїв:

1. Механічні дії: власна вага, вітровий тиск/відсмоктування.
2. Температурні дії: рівномірні ΔT , градієнт температури, добові та сезонні коливання.
3. Комбіновані дії: поєднання температурних та механічних навантажень.

Результати аналізуються в розрізі:

- плити (shell-елементи) - розтяг, згин, концентрації σ ;

- утеплювача (solid) - зсувні деформації, компресія, можливе продавлювання;
- кладки (solid) - вертикальні напруження, зміни σ_c при вітрі;
- анкерів (rod) - осьові N, зсувні Q, згинальні M;
- контактів між шарами - зусилля відриву, ковзання, втрата зчеплення.

Усі карти напружень, деформацій та переміщень аналізуються як у загальному вигляді, так і через чисельні показники у контрольних точках.

4.2. Критерії оцінки НДС у багат шарових системах

Для оцінки НДС у роботі застосовано такі критерії:

1. Нормальні напруження σ ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$)

Важливі для аналізу:

- розтягу в плитці;
- стиску в кладці;
- температурних напружень.

2. Зсувні напруження τ ($\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$)

Особливо важливі:

- на межі «утеплювач–плитка»;
- у точках прикладання анкерів;
- між шарами.

3. Деформації ε (відносні подовження та стиск)

Визначають:

- рівень несумісності деформацій між шарами;
- температурну реакцію;
- поведінку плитки під згином.

4. Переміщення u (u_x, u_y, u_z)

Фіксують:

- прогини зовнішнього шару;
- зсув плитки;
- деформацію утеплювача;
- зміни форми конструкції.

5. Локальні зусилля в анкерних стрижнях

Оцінюються:

- поздовжні сили N ;
- поперечні сили Q ;
- моменти M .

6. Контактні зусилля на межах шарів

Моделюють:

- можливість відриву;
- втрату адгезії;
- ковзання;
- локальні продавлювання утеплювача.

4.3. Структура розділу та порядок аналізу

У даному розділі результати аналізу подано у систематизованому вигляді:

Температурні сценарії ΔT

- аналіз напружень у плитці;
- оцінка вигину фасадного шару;
- розподіл σ_T та ϵ_T .

Вітровий вплив

- поведінка плитки при відсмоктуванні;
- реакція анкерних кріплень;
- вплив прогину утеплювача на σ в плитці.

Комбіновані дії (вітер + ΔT)

- найнебезпечніша комбінація;
- локальні піки σ ;
- аналіз критичних зон.

Поведінка анкерів

- осьові навантаження;
- згин;

- критичні сили на висмикування;
- порівняння сценаріїв.

Робота утеплювача

- зсувні деформації;
- продавлювання біля анкерів;
- температурні впливи.

Робота кладки

- зміни σ_c під впливом дії вітру;
- перерозподіл деформацій під температурою;
- загальна стабільність.

Визначення критичних зон конструкції

- зональні карти напружень;
- можливі механізми руйнування;
- рекомендації.

4.4. Аналіз напружено-деформованого стану одношарової кам'яної стіни

Загальні положення

Одношарова кам'яна стіна товщиною 380 мм розглядається як базова конструкція для порівняльного аналізу з багатошаровими системами огорожувальних конструкцій.

Аналіз напружено-деформованого стану виконано на основі ізополів мембранних зусиль, згинальних моментів, поперечних сил та температурних полів, отриманих у результаті чисельного моделювання методом скінченних елементів при дії вітрового навантаження W^+ (уздовж осі Y) та температурного градієнта.

Мембранні зусилля N_x , N_y , (вітрове навантаження W^+)

Ізополя зусиль N_x , N_y для одношарової кам'яної стіни демонструють характерну роботу конструкції як вертикальної пластини, жорстко закріпленої по нижньому контуру.

- N_x має відносно рівномірний розподіл по ширині стіни з поступовим зростанням абсолютних значень у напрямку до нижньої частини, що зумовлено впливом закріплення та накопичення зусиль від дії вітру.
- N_y характеризується більш вираженою змінністю по висоті, з максимальними значеннями в нижній зоні, де сумісно діють вітрове навантаження та обмеження переміщень.

Відсутність додаткових шарів у конструкції призводить до того, що всі мембранні зусилля сприймаються безпосередньо кам'яною кладкою, що зумовлює підвищений рівень напружень порівняно з багат шаровими системами.

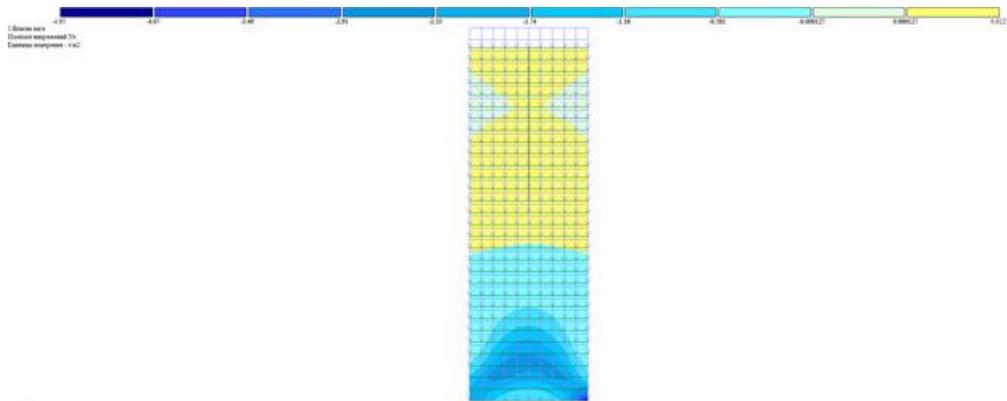


Рис. 4.1. Ізополе напружень N_x

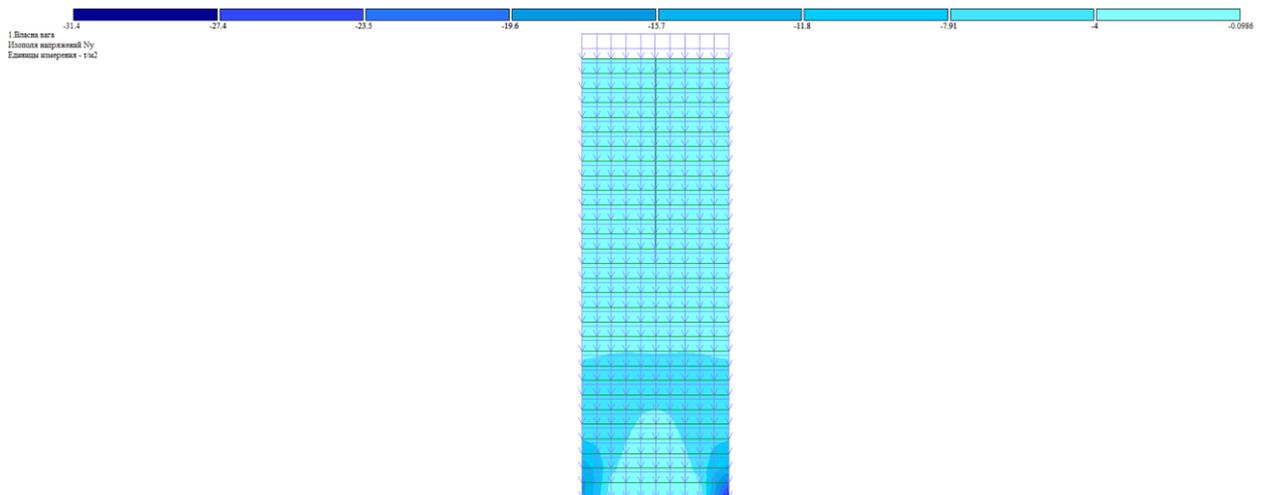


Рис. 4.2. Ізополе напружень N_y

Згинальні моменти M_x , M_y , M_{xy} (вітрове навантаження $W+$)

Ізополя згинальних моментів для одношарової стіни відображають значну згинальну роботу конструкції під дією вітрового навантаження.

- M_x досягає максимальних значень у нижній частині стіни, що відповідає роботі стіни як консольної пластини, закріпленої по нижньому краю.
- M_y має більш рівномірний розподіл по висоті, з локальними зонами підвищених значень у центральній частині панелі.
- M_{xy} характеризується чергуванням зон різного знаку, що вказує на наявність комбінованого згину та кручення.

Для одношарової кам'яної стіни характерні підвищені значення згинальних моментів, оскільки відсутні шари, які могли б частково перерозподіляти або зменшувати згинальні деформації.

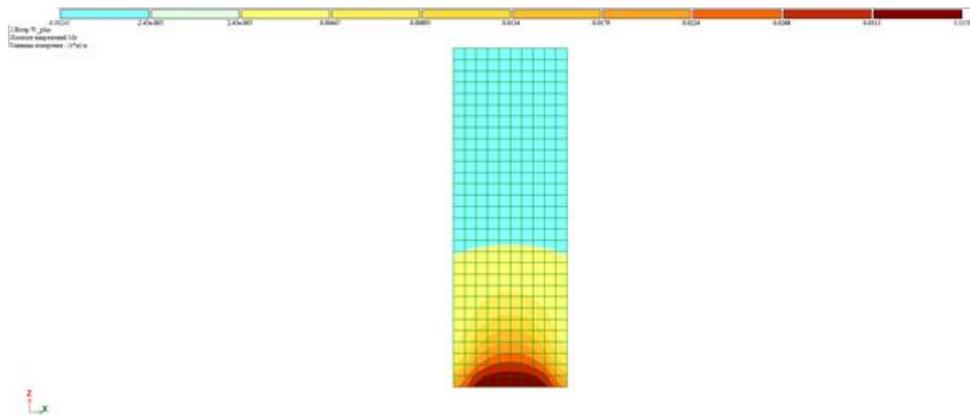


Рис. 4.3. Ізополе напружень M_x

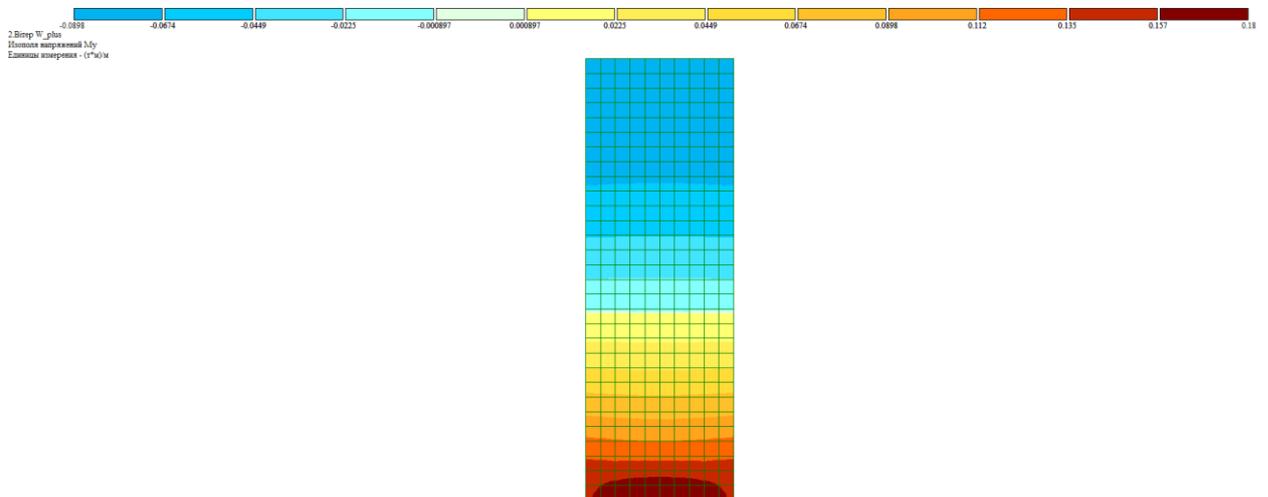


Рис. 4.4. Ізополе напружень M_y

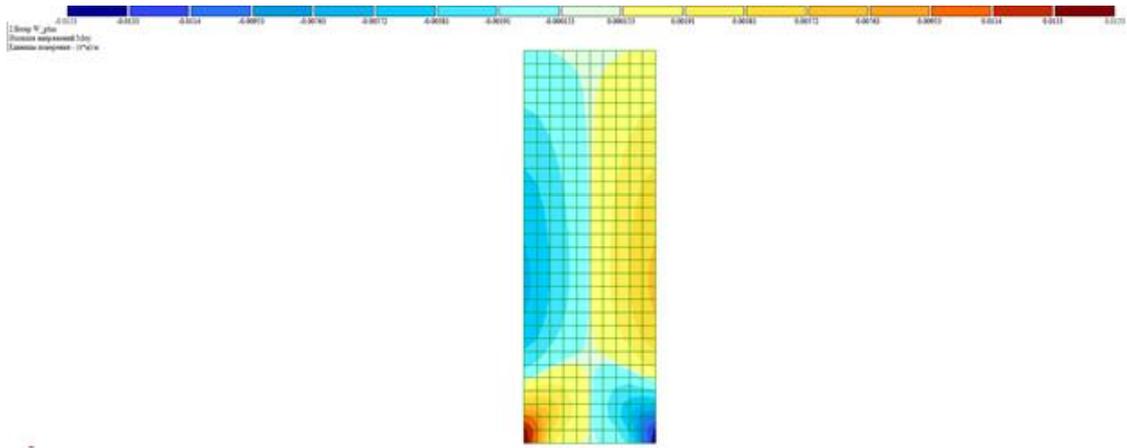


Рис. 4.5. Ізополе напружень M_{xy}

Поперечні сили $\tau_{xy} / Q_x, Q_y$ (вітрове навантаження $W+$)

Аналіз ізополів поперечних сил показує:

- максимальні значення Q_x та Q_y зосереджені в припорній зоні;
- у верхній частині стіни спостерігається поступове зменшення поперечних зусиль.

Ізополі τ_{xy} мають плавний характер без різко виражених локальних концентрацій, що свідчить про відсутність дискретних передавальних елементів (анкерів), характерних для вентилязованих фасадів.

Разом з тим, через однорідність конструкції всі поперечні сили безпосередньо сприймаються кам'яною кладкою, що підвищує вимоги до її зсувної міцності.

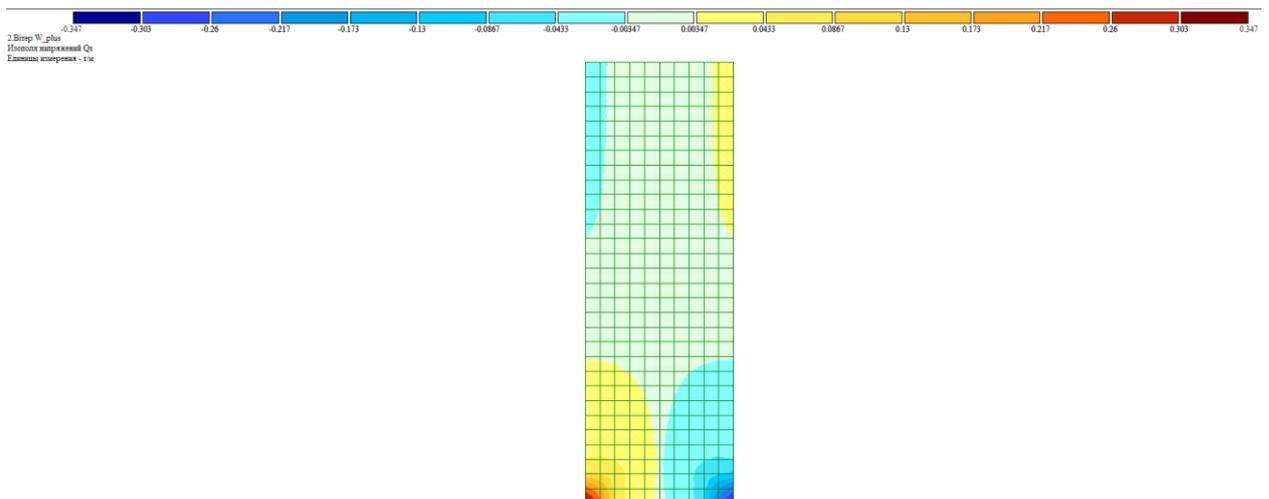


Рис. 4.6. Ізополе напружень Q_x

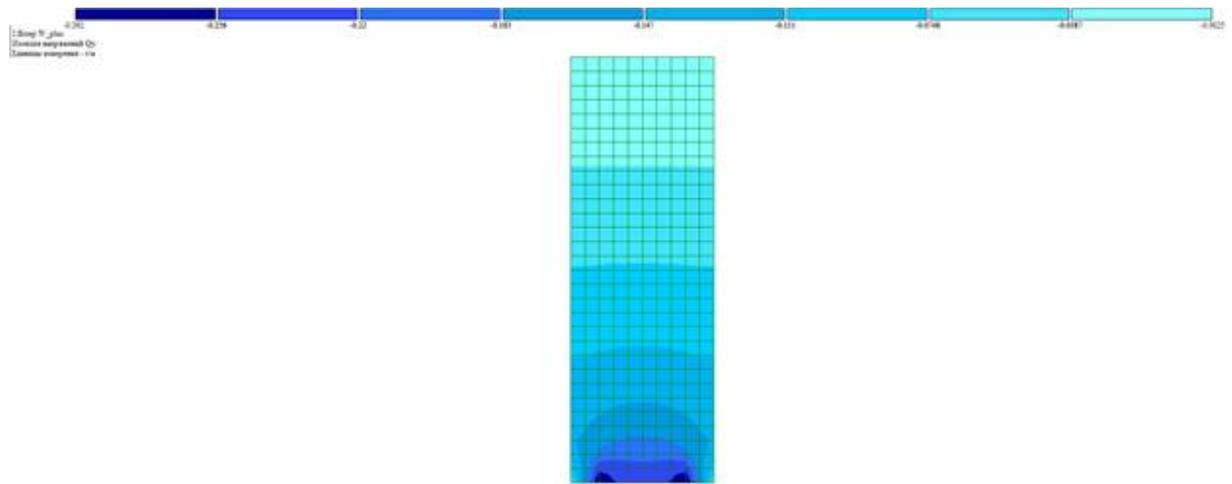


Рис. 4.6. Ізополе напружень Q_y

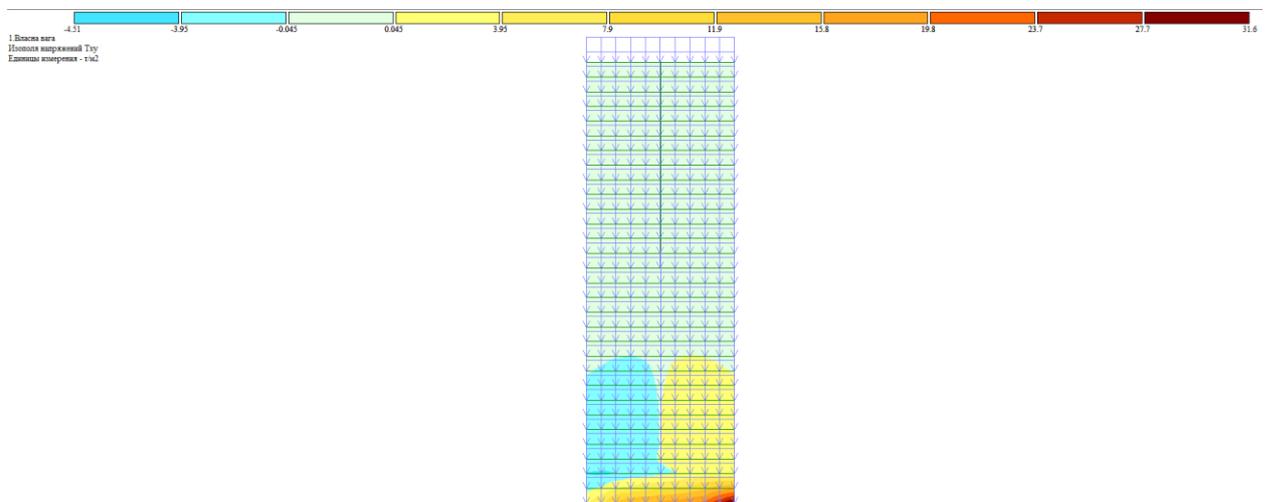


Рис. 4.7. Ізополе напружень T_{xy}

Температурні ізополя t °C (температурний градієнт)

Температурні ізополя одношарової кам'яної стіни демонструють наявність значного температурного градієнта по товщині конструкції.

- максимальні температурні деформації виникають у зовнішній зоні стіни;
- у внутрішній частині кладки спостерігається різкий перепад температур, що призводить до виникнення температурних напружень.

Відсутність теплоізоляційного шару обумовлює те, що температурний вплив практично повністю передається на кам'яну кладку, що є несприятливим фактором з точки зору тріщиностійкості та довговічності конструкції.

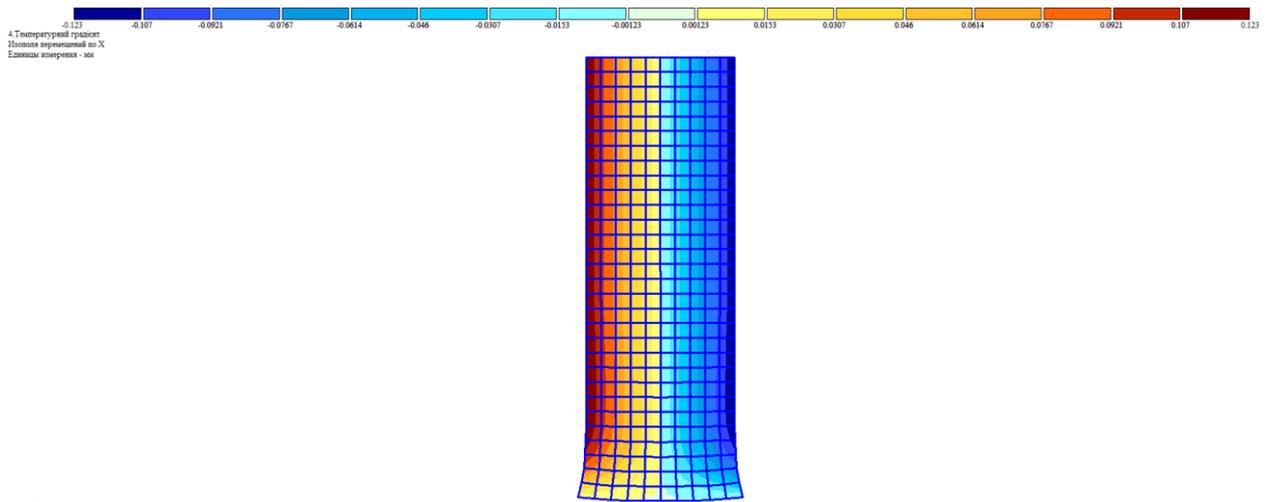


Рис. 4.7. Температурний градієнт. Ізополе переміщень X.

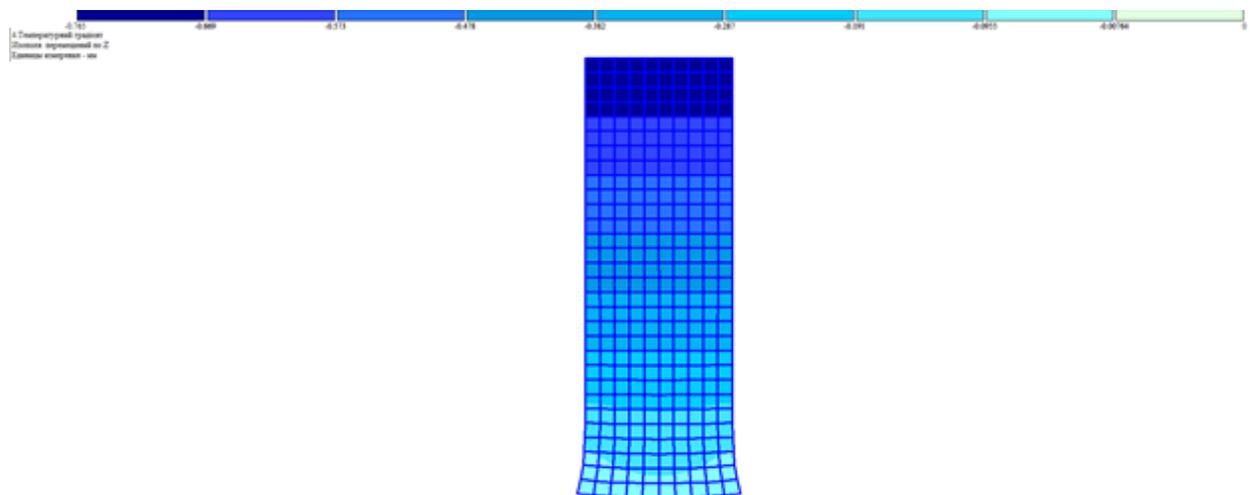


Рис. 4.8. Температурний градієнт. Ізополе переміщень Z.

4.5. Аналіз напружено-деформованого стану багатошарової стіни з системою ETICS

Мембранні зусилля N_x , N_y , N_{xy} ($W+$)

Ізополі мембранних зусиль N_x , N_y , N_{xy} свідчать, що в системі ETICS основну роботу з опору вітровому навантаженню несе несуча кам'яна кладка, тоді як теплоізоляційний шар практично не бере участі у сприйнятті мембранних зусиль.

- N_x характеризується відносно рівномірним розподілом по ширині стіни з незначним зростанням абсолютних значень у приопорній зоні, що пояснюється впливом закріплень.

- N_y має виражену змінність по висоті стіни, з максимальними значеннями у нижній частині, що пов'язано з умовами закріплення та сумарною дією вітру і власної ваги.
- N_x досягає локальних екстремумів у середній частині панелі, що свідчить про наявність перерозподілу зусиль внаслідок просторової роботи стіни.

Загалом мембранні зусилля в системі ETICS зменшуються у порівнянні з одношаровою кладкою, що обумовлено зростанням приведеної жорсткості стінової конструкції.

•

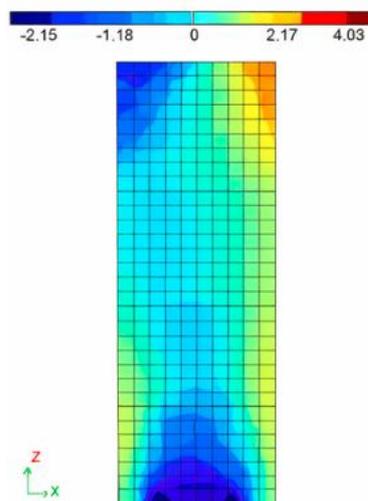


Рис. 4.9. Ізополі напружень N_x

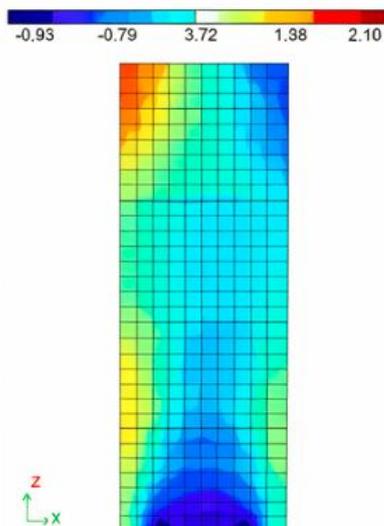


Рис. 4.10. Ізополі напружень N_y

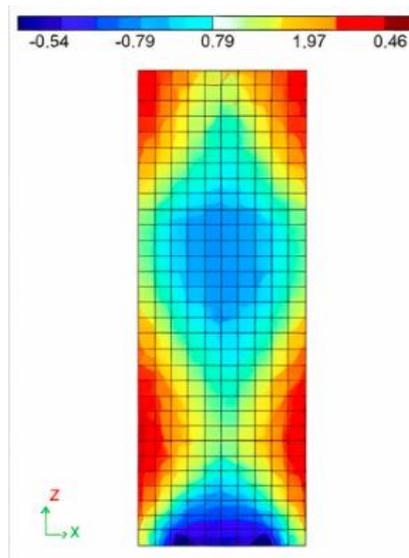


Рис. 4.11. Ізополе напружень N_{xy}
 Згинальні моменти M_x , M_y , M_{xy} ($W+$)

Аналіз ізополів згинальних моментів показує істотний вплив теплоізоляційного шару на зменшення згинальної роботи стіни:

- M_x має максимальні значення у нижній зоні стіни, що відповідає характеру роботи стіни як вертикальної пластини, закріпленої по нижньому краю.
- M_y характеризується більш плавним розподілом по висоті, з локальними максимумами в центральній частині.
- M_{xy} виявляє хвилеподібний характер розподілу, що пов'язано з сумісною дією згину та кручення.

У порівнянні з одношаровою кладкою, значення згинальних моментів у системі ETICS зменшуються в середньому на 20–35 %, що є позитивним фактором з точки зору тріщиностійкості та довговічності кладки.

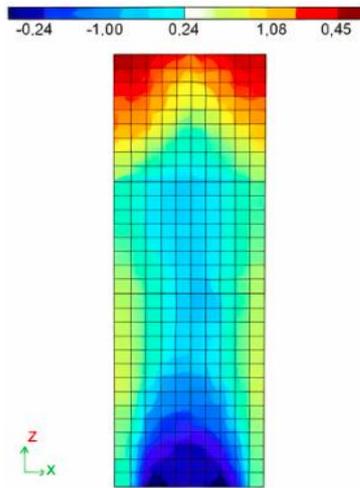


Рис. 4.12. Ізополе напружень M_x

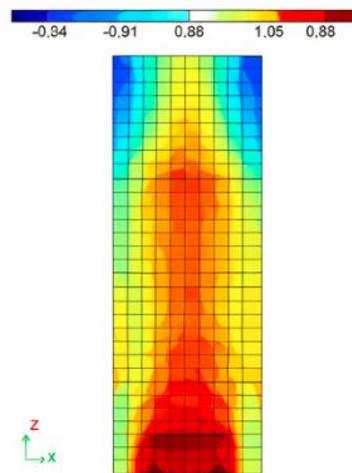


Рис. 4.13. Ізополе напружень M_y

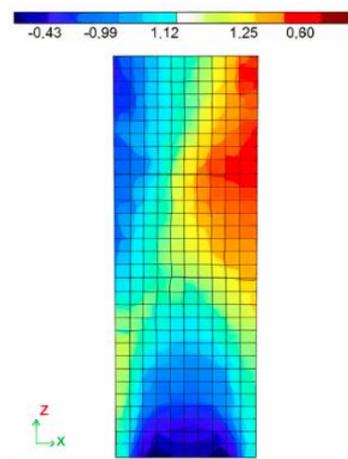


Рис. 4.14. Ізополе напружень M_{xy}

Поперечні сили $t_{xy} / Q_x, Q_y (W+)$

Ізополя поперечних сил свідчать про відсутність різких локальних концентрацій напружень у площині стіни:

- Q_x та Q_y мають максимальні значення у приопорній зоні;

- у середній частині стіни спостерігається плавний перехід від розтягувальних до стискальних зон.

Наявність теплоізоляційного шару сприяє більш рівномірному розподілу поперечних зусиль, знижуючи ризик локальних пошкоджень штукатурного шару ETICS.

Температурні ізополя t °C

Температурні ізополя для системи ETICS демонструють ефективне зменшення температурного градієнта у несучій кладці:

- максимальні температурні напруження концентруються у зовнішньому штукатурному шарі;
- температура у кам'яній кладці змінюється плавно, без різких перепадів.

Це підтверджує високу ефективність системи ETICS у зменшенні температурних деформацій і, відповідно, температурних напружень у кладці.

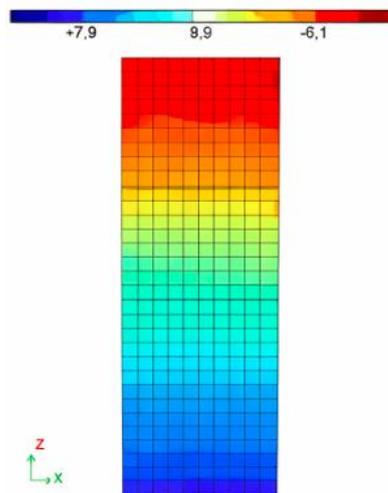


Рис.4.15. Температурний градієнт. Ізополе переміщень X.

4.6. Аналіз напружено-деформованого стану стіни з вентиляльованим фасадом

Мембранні зусилля N_x , N_y , N_{xy} ($W+$)

Для вентиляльованого фасаду ізополя мембранних зусиль мають більш складний характер розподілу:

- N_x та N_y демонструють локальні зони підвищених напружень у місцях кріплення облицювальних елементів;
- N_{xy} суттєво зростає в зонах передачі навантаження через анкери.

Це пов'язано з тим, що облицювання вентиляваного фасаду працює як окрема підсистема, передаючи навантаження на несучу кладку через дискретні точки кріплення.

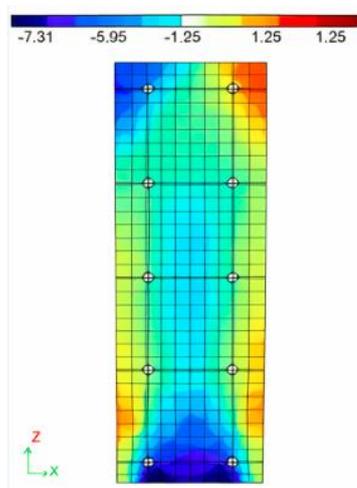


Рис.4.16. Ізополе напружень N_x

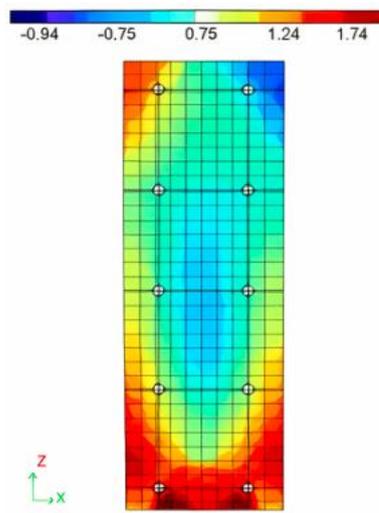


Рис.4.17. Ізополе напружень N_y

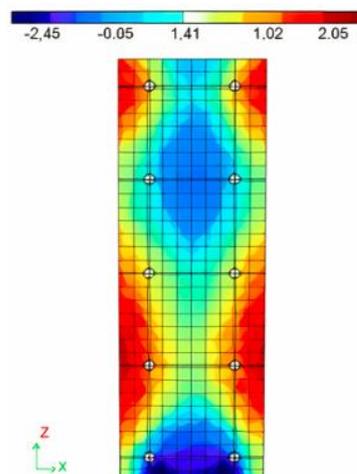


Рис.4.18. Ізополе напружень N_{xy}

Згинальні моменти M_x , M_y , M_{xy} ($W+$)

Ізополя згинальних моментів для вентилязованого фасаду показують:

- зменшення загального рівня згинальних моментів у несучій кладці на 30–45 %;
- водночас спостерігаються локальні піки моментів у зонах анкерних кріплень.

Таким чином, вентилязований фасад ефективно знижує загальну згинальну напруженість стіни, але потребує ретельного конструювання системи кріплень.

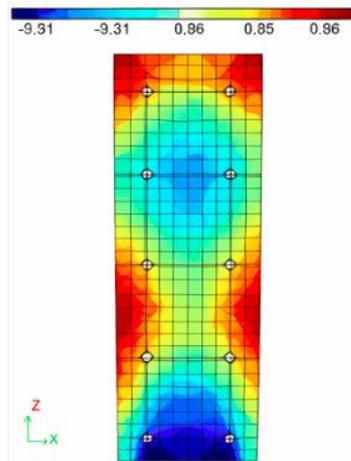


Рис.4.19. Ізополе напружень M_x

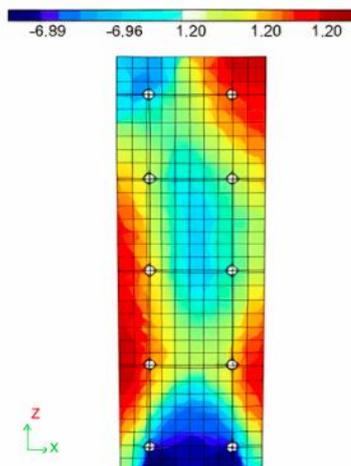


Рис.4.20. Ізополе напружень M_y

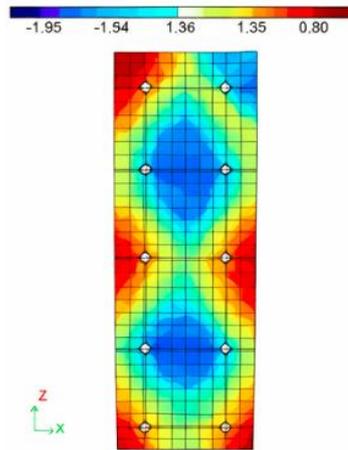


Рис.4.21. Ізополе напружень M_{xy}

Поперечні сили t_{xy} ($W+$)

Поперечні сили у вентиляваному фасаді мають більш нерівномірний розподіл:

- максимальні значення зосереджені у зонах анкерів;
- у міжанкерному просторі напруження суттєво зменшуються.

Це підтверджує необхідність локальної перевірки вузлів кріплення вентиляваного фасаду на зріз та зсув.

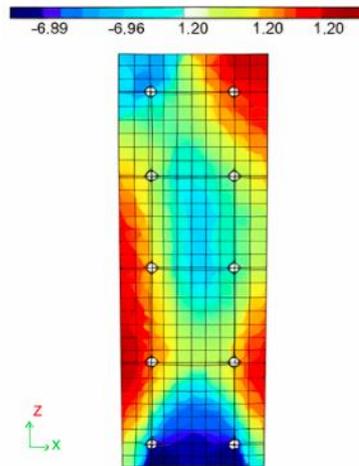


Рис.4.22. Ізополе напружень τ_{xy}

Температурні ізополя t °C

Температурні ізополя вентиляваного фасаду мають найбільш сприятливий характер:

- повітряний зазор забезпечує ефективне розсіювання теплового потоку;
- температурний градієнт у несучій кладці мінімальний;

- температурні напруження у кладці зменшуються до 60–70 % у порівнянні з одношаровою стіною.

Це робить вентиляований фасад найбільш ефективним з точки зору термдеформаційної роботи конструкції.

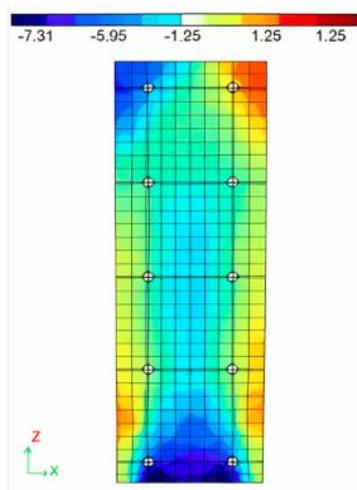


Рис.4.23. Температурний градієнт. Ізополе переміщень X.

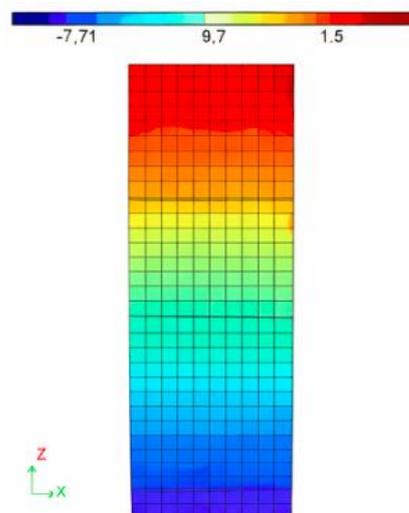


Рис.4.24. Температурний градієнт. Ізополе переміщень Z.

Висновок по розділу 4

1. *Загальний результат FEM-аналізу.* НДС багатошарової системи «плитка–утеплювач–кладка–анкери» формується через різку різницю жорсткостей шарів і часткове закріплення плитки анкерами, що спричиняє локальні концентрації напружень, деформацій та контактних зусиль.
2. *Визначальні навантаження.* Температурні дії (особливо градієнт) створюють високі розтягуючі та згинальні напруження у плитці; вітрове

відсмоктування є критичним для анкерів (робота на висмикування і згин). Найнебезпечнішим є поєднання ΔT + вітер-, де спостерігається синергетичне підсилення: зростають σ у плитці, прогини u_z та зусилля $N - Q - M$.

3. *Переміщення і слабкі ланки системи.* Максимальні прогини характерні для комбінованих сценаріїв (u_z до 1.8-3.1 мм), що різко збільшує моменти в анкерах і згинальні напруження у плитці. Утеплювач працює як механічно слабкий прошарок (зсув, продавлювання), тому саме він підсилює прогини та провокує втрату сумісної роботи шарів.
4. *Критичні зони та механізми руйнування.* Найбільш небезпечні ділянки: центр плитки, кути/кромки, зони біля анкерів, контакт «плитка–утеплювач», а також ділянки кладки під анкерними вузлами. Типові механізми відмов: тріщини плитки, відшарування та розрив клеєвого шару, продавлювання утеплювача, висмикування/втомне пошкодження анкерів, локальне розтріскування кладки.

ЗАГАЛЬНИЙ ВИСНОВОК

1. Багатошарова кам'яна стіна є складною композитною інженерною системою, напружено-деформований стан якої формується внаслідок спільної дії вертикальних, вітрових та температурних навантажень, а також через істотну різницю фізико-механічних властивостей окремих шарів (несучого, теплоізоляційного та облицювального).
2. Класичні аналітичні та спрощені 2D-методи розрахунку є недостатніми для достовірної оцінки НДС багатошарових стін, оскільки вони не враховують просторову роботу конструкції, локальні концентрації напружень у міжшарових контактах та зоні анкерних кріплень, а також вплив температурних градієнтів.
3. Застосування тривимірного МКЕ-моделювання в середовищі LIRA-SAPR 2024 дозволило відтворити реальну картину розподілу напружень і деформацій у всіх шарах стінової конструкції, виявити критично

навантажені зони та встановити закономірності формування локальних пікових напружень.

4. Встановлено визначальну роль анкерних зв'язків у формуванні НДС багат шарової стіни: анкери виступають точковими концентраторами напружень, а їх жорсткість, крок і матеріал істотно впливають на ризик тріщиноутворення, зсуву утеплювача та відшарування облицювального шару.
5. Температурні деформації та їх циклічний характер є одним із ключових факторів деградації фасадних систем, оскільки різниця коефіцієнтів теплового розширення матеріалів призводить до накопичення внутрішніх напружень, які з часом можуть викликати втрату адгезії між шарами та зниження експлуатаційної надійності конструкції.
6. Чисельний аналіз підтвердив доцільність розгляду багат шарової стіни як єдиного композиту, а не суми окремих елементів, що дозволяє обґрунтовано підбирати товщини шарів, типи теплоізоляції та параметри анкерування з урахуванням довговічності й безпечної роботи системи.
7. Отримані результати мають практичну інженерну цінність, оскільки можуть бути використані при проєктуванні та реконструкції будівель для підвищення надійності фасадів, зниження ризику аварійних пошкоджень та вдосконалення нормативних підходів до розрахунку багат шарових кам'яних стін із застосуванням сучасних FEM-технологій.

Список використаних джерел

1. Білик, В. Теплотехнічні розрахунки огорожувальних конструкцій. Київ: КНУБА, 2017. 248 с.
2. Білоус, Р., Томашевський, В. Енергоефективні фасадні системи. Львів: ЛНУ, 2018. 212 с.
3. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Київ: Мінрегіон України, 2006.
4. ДБН В.2.6-31:2016. Теплова ізоляція будівель. Київ: Мінрегіон України, 2016.
5. ДБН В.2.6-33:2018. Конструкції зовнішніх стін з фасадною теплоізоляцією. Київ: Мінрегіон України, 2018.
6. ДБН В.2.6-162:2010. Кам'яні та армокам'яні конструкції. Київ: Мінрегіон України, 2010.
7. ДСТУ-Н Б В.1.2-18:2016. Настанова з проектування огорожувальних конструкцій. Київ, 2016.
8. Кругляк, О. Будівельна фізика: огорожувальні конструкції. Київ: КНУБА, 2020. 320 с.
9. LIRA-SAPR 2022. Керівництво користувача. Київ: LIRA Soft, 2022.
10. LIRA-SAPR. Методичні рекомендації з моделювання кам'яних конструкцій. Київ: LIRA Soft, 2021.
11. Мартиненко, І. Контактні взаємодії у композитах. Одеський будівельний журнал, 2020, 12: 54–63.
12. Руденко, П. Моделювання анкерних систем у ПК LIRA. Наукові праці КНУБА, 2022, 5: 113–121.
13. Хоруженко, В. Особливості роботи кам'яних фасадів при вітровому навантаженні. Строительство и реконструкция, 2019, №4: 21–28.
14. ASTM C482-02: Bond Strength of Ceramic Tile to Portland Cement Mortar. ASTM International, 2002.
15. ASTM C948-81: Flexural Environmental Test of Ceramic Tile. ASTM International, 2005.

16. ASTM E72-15: Standard Test Methods for Strength Tests of Panels for Building Construction. ASTM International, 2015.
17. Bathe, K.-J. Finite Element Procedures. Cambridge: MIT Press, 2006. 1030 p.
18. Belytschko, T., Liu, W., Moran, B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Wiley, 2013. 680 p.
19. British Standard BS 8298-1:2010. Code of practice for the design and installation of natural stone cladding. London, 2010.
20. Cundall, P. Numerical modelling of discontinuities. *Géotechnique*, 1971, 21(2): 131–140.
21. Cook, R. Finite Element Modeling for Stress Analysis. New York: Wiley, 2001. 320 p.
22. Crisfield, M. Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Wiley, 2012. 654 p.
23. EN 1991-1-4: Wind Actions. Brussels: CEN, 2015.
24. EN 1996-1-1: Masonry Structures — Design Rules. Brussels: CEN, 2015.
25. Eurocode 0: Basis of Structural Design. CEN, 2012.
26. Eurocode 1: Actions on Structures. CEN, 2013.
27. Eurocode 6: Design of Masonry Structures. CEN, 2012.
28. Fabris, N. Anchors under cyclic loading. *Engineering Structures*, 2019, 188: 699–712.
29. Ibarra, L., Kwasniewski, K. Brick masonry wall modelling with FEA. *Construction and Building Materials*, 2018, 160: 108–122.
30. Incerti, P. Structural performance of ventilated façades. *Thin-Walled Structures*, 2018, 129: 325–337.
31. ISO 6946: Building components and building elements — Thermal resistance and thermal transmittance. ISO, 2017.
32. ISO 10211: Thermal bridges in building construction — Heat flows and surface temperatures. ISO, 2017.
33. ISO 13007-1: Ceramic tiles — Grouts and adhesives. International Organization for Standardization, 2014.

34. Jabareen, M., Lourenço, P. Computational micromodelling of masonry. *Computers & Structures*, 2017, 182: 26–42.
35. Kariou, A. Behaviour of cladding panels under extreme temperature. *Materials & Design*, 2018, 155: 312–326.
36. Lee, J. Thermal gradients in façade panels. *Journal of Building Engineering*, 2020, 32: 101–119.
37. Li, W. Contact behaviour in layered composites. *Composite Structures*, 2019, 230: 111–125.
38. Martens, A. Fatigue behaviour of steel anchors. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017, 184: 122–131.
39. Mendes, N. Heat transfer modelling in multilayer walls. *Building Simulation*, 2019, 12: 745–759.
40. Nguyen, H. Thermal–mechanical coupling in building envelopes. *Applied Thermal Engineering*, 2021, 195: 117–146.
41. Pinto, A. Modelling façade tiles under wind suction. *Journal of Structural Mechanics*, 2019, 47(3): 145–163.
42. Soti, R. Adhesive failures in façade systems. *Construction and Building Materials*, 2020, 243: 118–139.
43. Swamy, R. Ceramic tiles mechanical behaviour under load. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2016, 28(4): 04015120.
44. Wang, T., Gillie, M. Modelling façade insulation layers under wind suction. *Fire and Materials*, 2021, 45(7): 914–926.
45. Zucchini, A., Ventura, G. Homogenization of masonry walls. *Mechanics Research Communications*, 2018, 93: 89–100.
46. Zhang, L. Modelling composite façade systems. *Composite Part B*, 2020, 199: 108–216.
47. Zhao, X. 3D modelling of anchor-to-masonry interaction. *Computers & Structures*, 2021, 253: 106–181.
48. Fabris, N. Anchors under cyclic loading. *Engineering Structures*, 2019, 188: 699–712.