

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет будівництва та транспорту
Кафедра будівельних конструкцій

До захисту
Допускається
Завідувач кафедри
Будівельних конструкцій

/...../

підпис

«__» _____ 2025 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

за другим рівнем вищої освіти

На тему: «Дослідження роботи криволінійної структурної поверхні
покриття»

Виконав (ла)

(підпис)

Горілий О.В.

(Прізвище, ініціали)

Група

(Науковий)

керівник

(підпис)

Срібняк Н.М.

(Прізвище, ініціали)

Суми – 2025 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра: будівельних конструкцій

Спеціальність: 192 "Будівництво та цивільна інженерія"

ЗАВДАННЯ

НА МАГІСТЕРСЬКУ КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Горілий Олександр Володимирович

Тема роботи: Дослідження роботи криволінійної структурної поверхні покриття

Затверджено наказом по університету № 34/ос від "07" 01 2025р.
Строк здачі студентом закінченої роботи: "___" _____ 2025 р.

Вихідні дані до роботи:

Дослідити, як впливає зміна геометричних параметрів стержньового параболоїду обертання на його напружено-деформований стан та його матеріалосмність.

4.Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що підлягають розробці)

Виконати огляд джерел щодо історичного розвитку gridshell-структур від робіт Фрая Отто до сучасних методів form-finding, оптимізації, нелінійного моделювання, застосування нових матеріалів і цифрових технологій, а також надати практичні рекомендації для проєктування. Виконати розрахунки різних моделей хвилястих куполів обертання, сформулювати мету за завдання досліджень; виконати числовий експеримент з розрахунку моделей хвилястого параболоїду обертання; проаналізувати результати числового експерименту та сформулювати висновки

5. Перелік графічного матеріалу (з точною вказівкою обов'язкових креслень)

Мультимедійна презентація в форматі Microsoft PowerPoint

Керівник :

(підпис)

Н.М. Срібняк

(Прізвище, ініціали)

Консультант

(підпис)

Н.М. Срібняк

(Прізвище, ініціали)

Завдання прийняв до виконання:

Здобувач

(підпис)

О.В. Горілий

(Прізвище, ініціали)

Анотація

Горілий Олександр Володимирович. Дослідження роботи криволінійної структурної поверхні покриття – Кваліфікаційна робота магістра на правах рукопису.

Кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія». – Сумський національний аграрний університет, Суми, 2025.

Робота складається із змісту, загальної характеристики роботи та її кваліфікаційних ознак, огляду досліджень за темою, яку обрано, розділів основної частини, висновків за результатами досліджень та формулювань висновків із досліджень (українською та англійською мовами).

Сформульовано мету, задачі, об'єкт та предмет дослідження, методи наукового дослідження.

Результати досліджень дозволяють:

- виконати огляд літератури та сучасних досліджень, що стосуються, моделювання, роботи та проектування стержньових оболонок покриття;
- в середовищі ЛІР-ВІЗОР ПК Ліра-САПР змоделювати за прийнятими та обґрунтованими геометричними параметрами три моделі багатохвильового стержньового куполу обертання, які відрізняються одна від одної кількістю хвиль ($n=4,6,8$) та відповідно такою кількістю опор (колон). Решта параметрів, як то - висота хвилі, діаметр конструкції, граничні умови залишаються незмінними.
- Виконати статичний розрахунок із первинно прийнятими жорсткостями елементів моделей. Оцінити параметри напружено-деформованого

стану – осьові зусилля в стержнях, максимальні прогини поля оболонки, загальну стійкість конструкції.

- Оцінити відсоток використання прийнятих перерізів (згідно жорсткостей, призначених у вихідних даних до розрахунку)
- Виконати підбір нових перерізів в модулі «Метал» ПК Ліра-САПР згідно методики підбору в нормативі [12].
- Обчислити за нових профілів (уточнених жорсткостей) вагу кожної групи конструктивних елементів для моделей та підрахувати загальну вагу кожної моделі.
- Сформулювати висновки та перспективи для подальших досліджень

Аналіз публікацій та досліджень встановив, що Розвиток gridshell-структур ґрунтується на експериментах Фрая Отто, що започаткували сучасні підходи до формоутворення та оптимізації легких оболонок. Сучасні дослідження поєднують методи form-finding (FDM, PEM), багатокритеріальну оптимізацію й нелінійне моделювання для підвищення ефективності та стійкості конструкцій. Використання композитних матеріалів і цифрових технологій розширює можливості проєктування та збирання, відкриваючи перспективи створення економічних і адаптивних сіткових оболонок.

В **основній частині** зазначено, що за допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Ліра-САПР 2024 створено скінченоелементні моделі трьох сітчастих параболоїдів обертання, що відрізняються лише одним параметром- кількістю хвиль куполу.

В модулі «Метал» ПК Ліра-САПР підібрано раціональні перерізи для всіх моделей за розрахунками згідно 1ГС та 2ГС.

Обчислено вагу кожної моделі параболоїду обертання та обрано найбільш раціональну конструкцію за критерієм матеріалоемності.

У **висновках** встановлено, що Усі досліджувані моделі gridshell-куполів демонструють достатній запас стійкості та працездатність у межах граничних станів. Зі збільшенням кількості хвиль конструкція стає жорсткішою, а стискаючі зусилля — меншими, що забезпечує ефективніший розподіл навантаження та зниження матеріалоемності. Додаткове збільшення кількості колон сприяє рівномірнішому розподілу зусиль і зменшенню перерізів елементів. Оптимальною за поєднанням жорсткості, стійкості та маси є модель **К-3-8**, яка характеризується найменшою загальною вагою при збереженні несучої здатності. Основний внесок у вагу конструкції становить поле оболонки, тому подальша оптимізація повинна бути спрямована на його конструктивне вдосконалення.

Ключові слова: матеріалоемність, параболоїд обертання, структурне покриття, сітчаста оболонка, сітчастий купол, хвилястий купол, ефективність

Список публікацій та/або виступів на конференціях студента:

1. Горілий О.В., Срібняк Н.М. Раціональні рішення покриттів на основі структурних оболонок. // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) – Суми, 2025.
2. Горілий О.В., Срібняк Н.М. Дослідження просторової роботи оболонкових систем у будівництві. // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) – Суми, 2025.

В **додатках** наведено: тези конференції, альбом слайдів мультимедійної презентації.

Структура роботи. Робота складається з основного тексту на 49 сторінках, у тому числі 13 таблиць, 46 рисунків. Текст роботи містить 6 розділів, що включають загальну характеристику роботи й висновки, список з 24 джерел, 2

додатків на 40 сторінках. Графічна частина складається з 35 слайдів мультимедійної презентації.

Abstract

Horilyi Oleksandr Volodymyrovych. *Research of the behavior of a curvilinear structural roof surface* – Master’s qualification thesis (manuscript). Master’s qualification work in specialty 192 “Construction and Civil Engineering.” – Sumy National Agrarian University, Sumy, 2025.

The **work consists of** the table of contents, general characteristics and qualification features, literature review on the selected topic, main chapters, research results, and conclusions (in Ukrainian and English). The aim, objectives, object and subject of research, as well as the applied research methods, are defined.

The **results** of the study allow to:

- perform a literature and state-of-the-art review on modeling, behavior, and design of grid shell roof structures;
- model, in the LIRA-SAPR software environment, three multi-wave lattice dome structures of revolution with justified geometric parameters, differing only in the number of waves and corresponding supports (columns), while keeping other parameters (wave height, diameter, boundary conditions) constant;
- carry out a static analysis with initially assigned stiffness parameters and evaluate the stress–strain state, including axial forces in members, maximum shell deflections, and overall structural stability;
- assess the utilization percentage of adopted cross-sections (according to stiffnesses defined in the initial data);
- select new cross-sections in the “Metal” module of LIRA-SAPR in accordance with the design procedure from standard [12];
- calculate the weight of each group of structural elements and determine the total weight of each model;
- formulate conclusions and identify prospects for further research.

The **analysis of publications** and studies has shown that the development of gridshell structures is based on Frei Otto’s experiments, which initiated modern

approaches to the form-finding and optimization of lightweight shells. Contemporary studies combine form-finding methods (FDM, PEM), multi-objective optimization, and nonlinear modeling to improve the efficiency and stability of such systems. The use of composite materials and digital fabrication technologies expands design possibilities and enables the creation of economical and adaptive grid shells.

In the **main part**, finite element models of three lattice paraboloids of revolution were developed in LIRA-SAPR 2024, differing only in the number of dome waves. Rational cross-sections for all models were selected using the “Metal” module of LIRA-SAPR according to the 1st and 2nd limit states. The total weight of each model was calculated, and the most efficient structure was determined according to the material consumption criterion.

Conclusions: all analyzed gridshell dome models demonstrate sufficient stability and load-bearing capacity within the limit states. With an increase in the number of waves, the structure becomes stiffer, and compressive forces decrease, ensuring a more efficient load distribution and reduced material consumption. Additional columns contribute to a more uniform force distribution and allow the use of smaller member cross-sections. The model K-3-8 is found to be optimal in terms of the balance between stiffness, stability, and weight, having the lowest total mass while maintaining the required load-bearing capacity. Since the shell field contributes most significantly to the overall weight, further optimization should focus on its structural improvement.

Keywords: material consumption, paraboloid of revolution, structural roof, grid shell, lattice dome, wavy dome, efficiency.

List of student’s publications and/or conference presentations:

1. Horilyi O.V., Sribniak N.M. *Rational design solutions for roofs based on structural shells.* // Materials of the All-Ukrainian Scientific Conference of Students and Postgraduates dedicated to the International Students’ Day (November 17–21, 2025) – Sumy, 2025.

2. Horilyi O.V., Sribniak N.M. *Study of the spatial behavior of shell systems in construction.* // Materials of the All-Ukrainian Scientific Conference of Students and Postgraduates dedicated to the International Students' Day (November 17–21, 2025) – Sumy, 2025.

Appendices: conference abstracts, slide album of the multimedia presentation.

Structure of the work: The thesis contains 49 pages of main text, including 13 tables and 46 figures. The text comprises 6 chapters with a general description, conclusions, a list of 24 references, and 2 appendices totaling 40 pages. The graphical part consists of 35 slides of a multimedia presentation.

ЗМІСТ

Завдання

Анотація

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИКА РОБОТИ	13
1.1. Актуальність теми	13
Мета і задачі дослідження	13
Об'єкт і предмет дослідження	14
Практичне значення отриманих результатів	14
Апробація та публікація результатів роботи	14
РОЗДІЛ 2. БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ	15
2.1. Історичне підґрунтя та класичні проекти	15
2.2. Методи формоутворення (form-finding)	16
2.3. Оптимізація та мінімізація матеріалу	16
2.4. Механіка, експлуатаційна поведінка і моделювання нелінійностей	17
2.5. Сучасні матеріали та конструктивні технології	17
2.6. Оглядні та систематичні дослідження	17
2.7. Коротка синтез-рекомендація для практичного моделювання	17
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ	19
3.1. Теоретичні методи дослідження	24
3.1.1. Метод аналітичного узагальнення	19
3.1.2. Метод припущень і спрощень	19
3.1.3. Метод інженерних розрахункових залежностей	19
3.2. Числові (обчислювальні) методи	19
3.2.1. Метод скінченних елементів (МСЕ)	19
3.2.2. Метод варіювання параметрів моделі	20
3.2.3. Метод числового експерименту	20
3.3. Графоаналітичні методи	20
3.3.1. Побудова епюр і мозаїк результатів	20
3.3.2. Метод порівняльних графіків	20
3.4. Методи оцінювання ефективності	20

3.4.1. Метод питомої ваги конструкції	20
3.4.2. Метод коефіцієнта використання матеріалу	20
3.4.3. Метод нормованих критеріїв оптимізації	20
3.5. Методи узагальнення результатів	21
3.5.1. Порівняльний аналіз варіантів моделей	21
3.5.2. Аналітична інтерпретація результатів	21

РОЗДІЛ 4. МОДЕЛЮВАННЯ СКІНЧЕНОЕЛЕМЕНТНИХ СХЕМ В РАМКАХ ЧИСЛОВОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

4.1. Алгоритм проведення числового експерименту в ПК ЛІРА-САПР	21
4.2. Скінченоелементні моделі, що прийнято до розрахунку	
4.2.1. Геометрія оболонок	24
4.3. Жорсткісні параметри та граничні умови	29
4.4. Навантаження	33

РОЗДІЛ 5. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СТАТИЧНОГО РОЗРАХУНКУ

40

5.1. Стійкість моделей	37
5.2. Напружено-деформований стан моделей	41
5.2.1. Аналіз деформативності моделей	42
5.2.2. Аналіз зусиль в стержнях	44
5.2.3. Аналіз використання несучої здатності перерізів	51
5.2.4 Підрахунок ваги конструктивних груп елементів з новими жорсткостями	55

РОЗДІЛ 6. ВИСНОВКИ

60

ЛІТЕРАТУРА.....

63

ДОДАТКИ

67

Додаток 1. Тези доповіді на конференції

Додаток 2. Графічний матеріал (презентація)

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

1.1 Актуальність теми

Сітчасті стержневі хвилясті куполи обертання, що мають форму параболоїда, відзначаються високою просторовою жорсткістю та значною несучою здатністю при відносно малій масі конструкції [2; 3]. Завдяки раціональній геометрії така система ефективно сприймає зовнішні навантаження, передаючи зусилля переважно вздовж стержнів, що мінімізує згинальні моменти та сприяє економії матеріалу [4]. Конструкція функціонує подібно до оболонки, забезпечуючи рівномірний розподіл навантажень і стійкість при великих прольотах без внутрішніх опор.

Хвиляста форма поверхні також підвищує аеродинамічну стійкість купола, зменшуючи вплив вітрових навантажень і сприяючи ефективному відведенню опадів [5]. Окрім технічних переваг, такі конструкції мають високу архітектурну виразність: динамічна ритмічність хвилястих ліній і легкість просторової сітки створюють естетично привабливий вигляд, що робить подібні куполи популярними в сучасному проектуванні спортивних арен, виставкових і громадських споруд [6].

Метою дослідницької роботи є встановити особливості статичної роботи моделей стержнєвої хвилястої купольної оболонки та визначити матеріалоемність кожної моделі, проаналізувати фактор, що впливають на напружено-деформований стан конструкції.

Серед задач дослідження сформульовано такі **задачі**:

- виконати огляд літератури та сучасних досліджень, що стосуються, моделювання, роботи та проектування стержнєвих оболонок покриття;
- в середовищі ЛІР-ВІЗОР ПК Ліра-САПР змоделювати за прийнятими та обґрунтованими геометричними параметрами три моделі багатохвильового стержнєвого куполу обертання, які відрізняються одна від одної кількістю хвиль ($n=4,6,8$) та відповідно такою кількістю

опор (колон). Решта параметрів, як то – висота хвилі, діаметр конструкції, граничні умови залишаються незмінними.

- Виконати статичний розрахунок із первинно прийняти жорсткостями елементів моделей. Оцінити параметри напружено-деформованого стану – осьові зусилля в стержнях, максимальні прогини поля оболонки, загальну стійкість конструкції.
- Оцінити відсоток використання прийнятих перерізів (згідно жорсткостей, призначених у вихідних даних до розрахунку)
- Виконати підбір нових перерізів в модулі «Метал» ПК Ліра-САПР згідно методики підбору в нормативі [12].
- Обчислити за нових профілів (уточнених жорсткостей) вагу кожної групи конструктивних елементів для моделей та підрахувати загальну вагу кожної моделі.
- Сформулювати висновки та перспективи для подальших досліджень

Об'єкт дослідження – скінченоелементні розрахункові моделі багатохвильового стержньового куполу покриття.

Предметом дослідження виступає напружено-деформований стан досліджуваних СЕ моделей, вплив геометрії на розподіл напружень в складному криволінійному полі стержньової оболонки, матеріалоемність моделі.

Практичне значення отриманих результатів

Результати дослідження дозволяють визначити найбільш раціональну модель оболонки з точки зору статичної роботи та за критерієм матеріалоемності.

Апробація та публікація результатів роботи

1. Горілий О.В., Срібняк Н.М. *Раціональні рішення покриттів на основі структурних оболонок.* // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) – Суми, 2025.

2. Горілий О.В., Срібняк Н.М. *Дослідження просторової роботи оболонкових систем у будівництві*. // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) – Суми, 2025.

РОЗДІЛ 2

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ ОГЛЯД ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1 Історичне підґрунтя та класичні проекти

Концепція «gridshell» (сіткова оболонка) має вагомe історичне підґрунтя в роботах Фрі Отто (Frei Otto) — його експерименти з еластичними дерев'яними сітками та великомасштабний Mannheim Multihalle дали поштовх розвитку цілої школи досліджень з формоутворення та конструктивної логіки gridshell.

На рис. 2.1 – 2.3 наведено структуру „сіткової оболонки” (gridshell), історичний проект Mannheim Multihalle/Frei Otto, а також процеси form-finding і оптимізації.

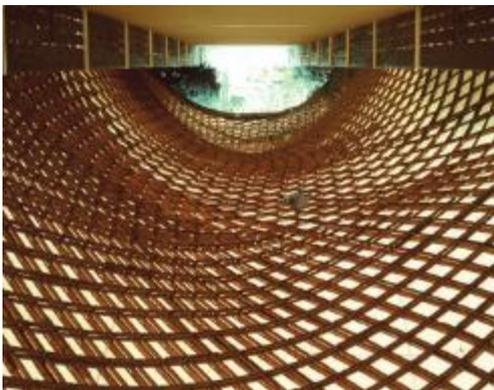


Рис.2.1 Фізична модель підвішеного ланцюжка (hanging chain-model) як метод form-finding, використаний Отто



Рис.2.2 Зображення інтер'єру Mannheim Multihalle, структура сітки

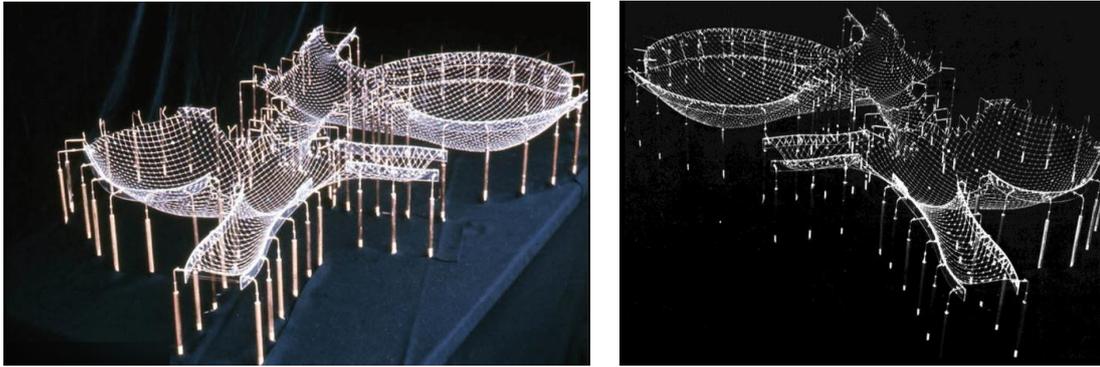


Рис.2.3 Схеми методів form-finding (наприклад, вибір топології сітки, застосування FDM/PEM)

Історичні й практичні аспекти застосування і конструкції обговорюються в кількох оглядових статтях, що підкреслюють значення фізичних методів form-finding (модельні експерименти, bending-active erection) для досягнення бажаної подвійної кривизни [7].

2.2 Методи формоутворення (form-finding)

У літературі виділяють кілька сімейств методів form-finding для стержневих оболонок: Force-Density Method (FDM), Potential Energy Method (PEM) / energy-based, dynamic relaxation (pseudo-dynamic) та «ground structure» підходи. Праці з порівняння цих методик показують, що кожен підхід має свої переваги: FDM — швидкий і зручний для мереж з відомою топологією; PEM дає варіанти оптимізації під жорсткі матеріали; ground-structure та оптимізаційні схеми дозволяють поєднати пошук форми і мінімізацію матеріалу [8].

2.3 Оптимізація та мінімізація матеріалу

Багато робіт присвячені багатокритеріальній оптимізації сітки (орієнтація стержнів, щільність сітки, січення) з метою зменшити тоннаж або покращити роботу у стиску/розтягу. Методи включають генетичні алгоритми, МОО (multi-objective optimization), граунд-структуру з подальшим калібруванням перерізів. Дослідження показують, що геометрія (щільність хвиль, кривина) істотно впливає на максимальні осьові зусилля та загальний тоннаж конструкції [9].

2.3.1 Механіка, експлуатаційна поведінка і моделювання нелінійностей

Роботи останніх років розглядають нелінійну поведінку еластичних gridshells — великих деформацій під час монтажу, вплив згинальної жорсткості членів, стадію формоутворення та перехід до експлуатаційного стану. Автори пропонують комбіновані моделі (bar-joint моделі та еквівалентні тонкі оболонки) для прискорених розрахунків, а також аналіз стійкості та можливі режими втрати стійкості (локальні «мікро»-вивороти, глобальні форми втрати стійкості) [10].

2.4 Сучасні матеріали та конструктивні технології

Останні дослідження відображають тенденцію використання нетрадиційних матеріалів (GFRP, композити) та гібридних схем — це розширює можливості легких великих прольотів, але накладає специфіку на form-finding (через зміну згинальної жорсткості і поведінки при монтажі). Також з'являються публікації про автоматизовану збірку, цифрову фабрикацію й контроль якості вузлів [11].

2.5 Оглядні та систематичні дослідження

Нещодавні систематичні огляди та карти досліджень надають корисну класифікацію напрямів: form-finding, оптимізація, матеріали, параметричний дизайн, експерименти на прототипах. Такі карти допомагають зрозуміти, де є пробіли в знаннях (наприклад, недостатня кількість робіт, що поєднують стійкі стратегії оптимізації з виробничими обмеженнями).

2.7 Коротка синтез-рекомендація для практичного моделювання

Для початкового проектування застосовувати комбінацію form-finding (FDM/PEM) і подальшої оптимізації перерізів, щоб отримати економічну сітку з гарантованими режимами роботи [8].

Для оцінки стійкості — виконувати нелінійний статичний аналіз з можливим пошуком критичних форм втрати стійкості [10].

При застосуванні еластичних технологій потрібно моделювати монтажний процес та перевіряти роботу вузлів.

Отже, огляд еволюції, методів і сучасних підходів до проектування сіткових оболонок показав, що історичні засади цього напрямку закладені у працях Фрая Отто, чий експерименти з еластичними дерев'яними структурами започаткували дослідження у сфері формоутворення оболонок подвійної кривизни.

Подальший розвиток отримали різні методи *form-finding* — від класичного Force Density Method (FDM) до Potential Energy Method (PEM) та підходів на основі ground-structure. Кожен метод має специфічні переваги: швидкість розрахунку, точність у врахуванні жорсткості чи можливість поєднання пошуку форми з оптимізацією матеріалу.

У напрямі оптимізації велика увага приділяється зменшенню матеріаломісткості конструкцій і поліпшенню роботи елементів. Використовуються генетичні алгоритми, багатокритеріальна оптимізація (MOO) та комбіновані обчислювальні схеми. Доведено, що геометрія сітки — її густота, кривина, орієнтація стержнів — визначає основні силові параметри й економічність конструкції.

Сучасні дослідження зосереджуються на нелінійній механіці gridshells, включно з аналізом великих деформацій у процесі монтажу, поведінкою при навантаженні, втратами стійкості та комбінованим моделюванням (bar-joint та оболонкові моделі).

Паралельно розвивається застосування нових матеріалів (GFRP, композити) й цифрових технологій виготовлення та збирання, що дозволяє створювати легкі конструкції великих прольотів.

Узагальнені огляди вказують на ключові напрями розвитку — *form-finding*, оптимізація, матеріали, параметричне моделювання, експериментальні прототипи — і підкреслюють нестачу робіт, що інтегрують оптимізаційні підходи з виробничими обмеженнями.

Практичні рекомендації включають використання комбінованого підходу (*FDM/PEM та оптимізація перерізів*), виконання нелінійного

статичного аналізу для оцінки стійкості, а також моделювання монтажних процесів у разі застосування еластичних технологій.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Серед методів дослідження, що застосовано в роботі, можна виділити наступні: теоретичні методи дослідження, числові методи, графоаналітичні методи, методи оцінювання ефективності, методи узагальнення результатів.

3.1. Теоретичні методи дослідження

Ця група методів спрямована на побудову математичної моделі процесів у конструкції.

3.1.1. Метод аналітичного узагальнення використовується для опису геометрії оболонки за аналітичними рівняннями (наприклад, рівняння параболоїда обертання). Дозволяє вивести залежності між висотою куполу, радіусом кривизни, кількістю хвиль тощо.

3.1.2. Метод припущень і спрощень

Метод використовується для формулювання початкових гіпотез (лінійна пружність матеріалу, шарнірні з'єднання, симетрія моделі). Метод дозволяє спростити реальну систему до обчислюваної.

3.1.3. Метод інженерних розрахункових залежностей – базується на положеннях опору матеріалів, теорії пружності та будівельної механіки; використовується для попереднього оцінювання напружень і прогинів, перевірки комп'ютерних результатів.

3.2. Числові (обчислювальні) методи

Основна група методів у даному дослідженні, що забезпечує кількісну оцінку напружено-деформованого стану.

3.2.1. Метод скінченних елементів (МСЕ) використовується для моделювання просторової роботи стержньових систем куполу. Метод реалізується у програмному комплексі ЛІРА-САПР 2024 й дає можливість

визначати переміщення, напруження, зусилля в елементах, оцінювати втрату стійкості.

3.2.2. *Метод варіювання параметрів моделі* – полягає у зміні геометричних характеристик (кількість хвиль, кількість колон, висота куполу, жорсткість елементів) з подальшим порівнянням результатів. Метод дозволяє виявити вплив цих параметрів на стійкість і матеріалоємність.

3.2.3. *Метод числового експерименту* дозволяє здійснювати поетапне комп'ютерне моделювання варіантів конструкції за алгоритмом. Метод включає: 1) етапи побудови моделі; 2) статичний розрахунок (аналіз деформацій, стійкості); 3) конструювання: підбір перерізів, оцінювання ваги та ефективності.

3.3. Графоаналітичні методи

3.3.1. *Побудова епюр і мозаїк результатів* – графічне представлення полів зусиль, переміщень, коефіцієнтів стійкості; застосовується для візуального аналізу критичних зон.

3.3.2. *Метод порівняльних графіків* – побудова залежностей: "кількість хвиль – максимальне зусилля", "кількість колон – загальна вага конструкції", "тип моделі – коефіцієнт стійкості n ". Метод дозволяє зробити висновки про тенденції впливу параметрів.

3.4. Методи оцінювання ефективності

3.4.1. *Метод питомої ваги конструкції* – розрахунок маси елементів (поля оболонки, колон, зв'язків, зтяжок); визначення частки кожного елемента в загальній масі конструкції.

3.4.2. *Метод коефіцієнта використання матеріалу* – оцінює співвідношення фактичних напружень до допустимих; дає змогу оцінити рівень ефективності використання несучої здатності перерізів.

3.4.3. *Метод нормованих критеріїв оптимізації* – дозволяє виконати мінімізацію матеріалоємності при забезпеченні стійкості та жорсткості; застосовується для вибору оптимальної конфігурації оболонки (за кількістю хвиль чи колон).

3.5. Методи узагальнення результатів

3.5.1. Порівняльний аналіз варіантів моделей полягає у систематизації результатів у таблицях і графіках; встановленні закономірностей між параметрами форми та ефективністю конструкції.

3.5.2. Аналітична інтерпретація результатів – пояснення фізичного змісту отриманих числових закономірностей (наприклад, чому зменшується осьове зусилля при збільшенні кількості хвиль).

Отже, в роботі доцільно застосовувати **комплексний підхід**, що поєднує:

- теоретичний аналіз (побудова моделі);
- числовий експеримент (МСЕ-моделювання);
- графоаналітичний аналіз (візуалізація результатів);
- оцінювання ефективності та оптимальності конструкції.

Такий набір методів забезпечує повне дослідження напружено-деформованого стану, стійкості й матеріалоемності стержньових купольних оболонок різної конфігурації.

РОЗДІЛ 4

МОДЕЛЮВАННЯ СКІНЧЕНОЕЛЕМЕНТНИХ СХЕМ В РАМКАХ ЧИСЛОВОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

4.1 Алгоритм проведення числового експерименту в ПК ЛІРА-САПР

На рис.4.1 наведено алгоритм виконання числового експерименту.

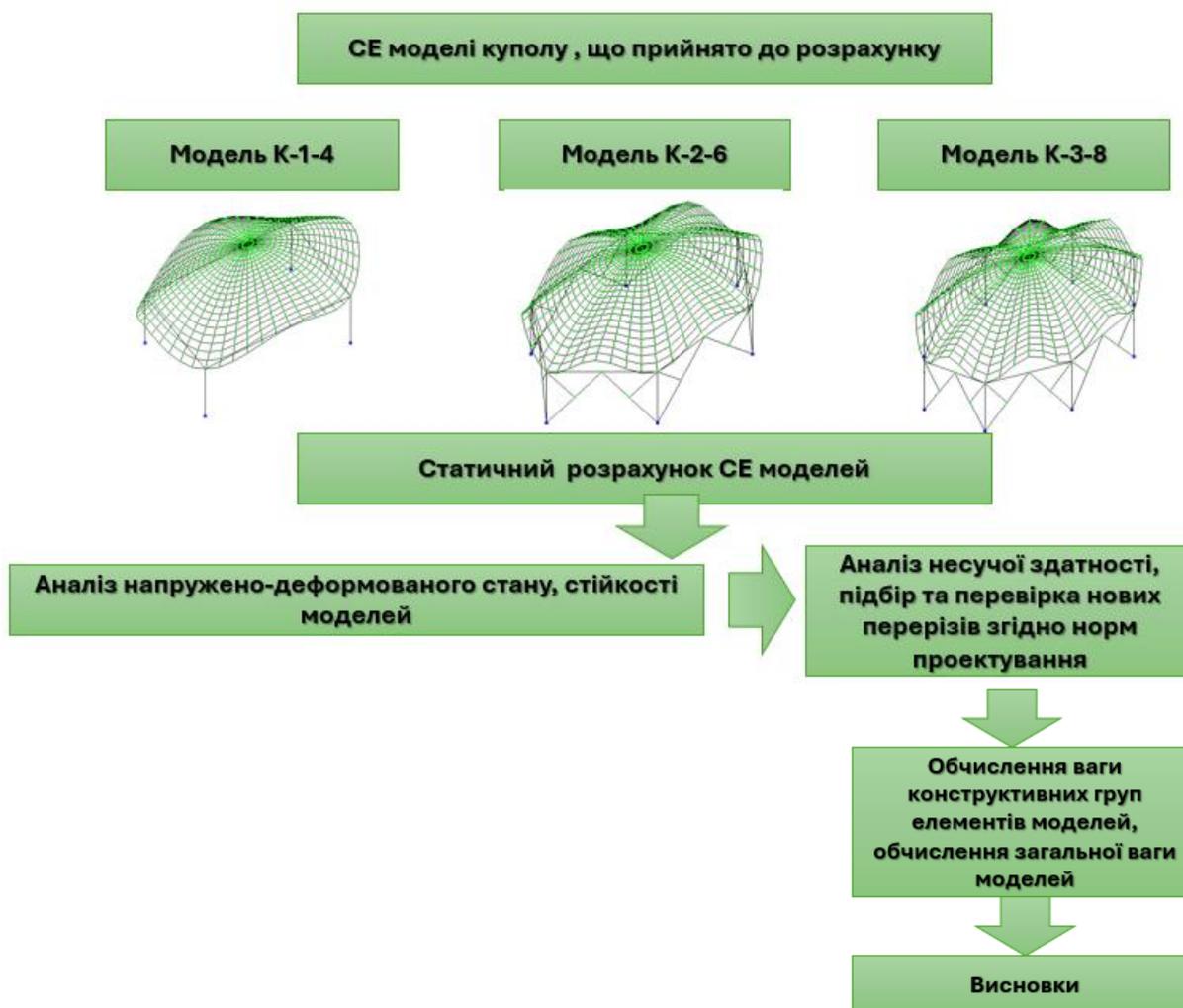


Рис. 4.1 Алгоритм виконання числового експерименту

Алгоритм виконання числового експерименту можна уявити в декілька етапів.

1. Формування розрахункових моделей куполу

На першому етапі в ПК Ліра-САПР 2024 створюються три варіанти просторових скінченоелементних моделей стержньового куполу:

-**Модель К-1-4** — купол із 4 хвилями;

-**Модель К-2-6** — купол із 6 хвилями;

-**Модель К-3-8** — купол із 8 хвилями.

Для кожної моделі задаються: геометричні параметри (висота, радіус, кількість елементів у радіальному та окружному напрямках); граничні умови (опори, закріплення); матеріал та поперечні перерізи стержнів.

Цей етап забезпечує підготовку вихідних даних для подальших інженерних розрахунків.

2. Статичний розрахунок SE-моделей

Проводиться розрахунок методом скінченних елементів (МСЕ) у програмному комплексі ЛПА-САПР 2024. На цьому етапі визначаються: переміщення вузлів, зусилля у стержнях N , коефіцієнт стійкості для кожної з моделей. Розрахунок виконується для трьох розрахункових сполучень навантажень (РСН1–РСН3), що включають постійні, тимчасові навантаження.

3. Аналіз напружено-деформованого стану та стійкості моделей

На основі результатів статичного розрахунку проводиться аналіз НДС:

- визначаються максимальні та мінімальні прогини (переміщення вузлів);
- порівнюються отримані деформації з нормативними граничними значеннями (наприклад, $L/150$);
- визначаються коефіцієнти стійкості n для кожної моделі;
- аналізується форма втрати стійкості.

Цей етап дозволяє оцінити роботу конструкції під дією навантажень і визначити, наскільки її геометрія впливає на жорсткість і стійкість.

4. Аналіз несучої здатності та перевірка перерізів

Виконується перевірка елементів за граничними станами:

- перша група (міцність, стійкість елементів);
- друга група (придатність до експлуатації, деформації).

Далі в модулі «Метал» проводиться підбір або оптимізація перерізів стержнів та автоматизована їх перевірка за першим та другим граничними станами. На цьому етапі оцінюється ступінь використання несучої здатності (% використання перерізу) для різних конструктивних груп стержнів моделей куполу: поля оболонки, опорного контуру, зтяжок, колон, в'язей.

5. Обчислення ваги конструктивних груп елементів

Після уточнення перерізів розраховується: вага окремих груп елементів (оболонка, колони, контур, зтяжки, в'язі) та обчислюється загальна вага моделі.

Отримані результати дають змогу порівняти **матеріалоємність моделей** і визначити, яка конфігурація (кількість хвиль, кількість колон) є найекономічнішою при забезпеченні необхідної міцності та стійкості.

6. Формування висновків

На заключному етапі узагальнюються результати: порівнюються показники жорсткості, стійкості та ваги; визначаються переваги й недоліки кожної моделі; робиться висновок про оптимальну кількість хвиль і колон, що забезпечує найкраще співвідношення «надійність—економічність».

4.2 Скінченоелементні моделі, що прийнято до розрахунку

4.2.1 Геометрія оболонок

Здамося оптимальною геометрією для хвилястого параболоїду обертання. Рекомендовані співвідношення для стержньових куполів визначені на основі експериментальних і числових (FEM) досліджень, а також практичних посібників. Оптимальним вважається підйом купола, за якого відношення висоти до діаметра становить $H/D \approx 0,20-0,30$ (тобто $D/H \approx 3,3-5$). Така геометрія забезпечує найкращий баланс між міцністю та жорсткістю конструкції, знижує горизонтальні зусилля в опорному кільці та сприяє економії металу. Напівсферичні куполи ($H/D \approx 0,5$; $D/H \approx 2$) у сітчастому виконанні застосовують рідко, оскільки в них виникають значні зусилля у вузлах і спостерігається нераціональна витрата сталі. Навпаки, надто плоскі куполи ($H/D < 0,15$; $D/H > 6-7$) характеризуються недостатньою жорсткістю й потребують використання збільшених перерізів елементів або введення додаткових розкосів у нижньому кільці.

Для стержньових сітчастих куполів також чинне правило: оптимальне співвідношення $D/H \approx 4$ ($H/D \approx 0,25$). Це збігається з принципами для тонкостінних оболонок, але причини трохи інші: не мембранні напруження, а

баланс просторової жорсткості, мінімізація горизонтальних зусиль у кільці та оптимізація витрат сталі.

Геометричні параметри розрахункових СЕ моделей наведено в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 Моделі, що прийнято до розрахунку

Тип моделі	Кількість хвиль/колони, шт	Висота параболоїда, м	Радіус параболоїда, м	Висота хвилі, м	Кількість елементів в радіальному напрямку	Кількість елементів в окружному напрямку
К-1-4	4/4	7,5	15,0	3,0	20	48
К-2-6	6/6					
К-3-8	8/8					
<p>Формула поверхні:</p> <p>К-1-4: $z_4(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(4\theta).$</p> <p>К-2-6: $z_6(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(6\theta).$</p> <p>К-3-8: $z_8(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(8\theta).$</p>						

Продовження таблиці 4.1 Моделі, що прийнято до розрахунку

Тип моделі	Висота колони, м	Кількість СЕ, шт	Кількість вузлів
К-1-4	7,0	1992	993
К-2-6		1996	987
К-3-8		1996	987

Формули, що описують поверхню хвилястого куполу (параболоїду обертання:

$H = 7.5$ — висота параболоїда;

$R = 15$ — радіус основи;

$A = 3$ — амплітуда (висота) хвиль;

n — кількість хвиль по колу ($n = 4, 6, 8$);

У полярних координатах $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \text{atan2}(y, x)$.

Формула поверхні (з загасанням хвиль до краю):

$$z(r, \theta) = H \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + A \left(1 - \frac{r}{R}\right) \cos(n\theta)$$

Область: $0 \leq r \leq R$.

Підставляючи числа:

$$z(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(n\theta)$$

Для трьох моделей, що досліджуються:

1. $n = 4$:

$$z_4(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(4\theta).$$

2. $n = 6$:

$$z_6(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(6\theta).$$

3. $n = 8$:

$$z_8(r, \theta) = 7.5 \left(1 - \frac{r^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{r}{15}\right) \cos(8\theta).$$

Еквівалент у декартових координатах:

$$z(x, y) = 7.5 \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{225}\right) + 3 \left(1 - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{15}\right) \cos(n \cdot \text{atan2}(y, x)).$$

(Для $\sqrt{x^2 + y^2} = r \leq 15$.)

На рис. 1.2 наведено діалогове вікно в ПК «Ліра-САПР» при створенні геометричної схеми багатохвильового куполу (параболоїду обертання).

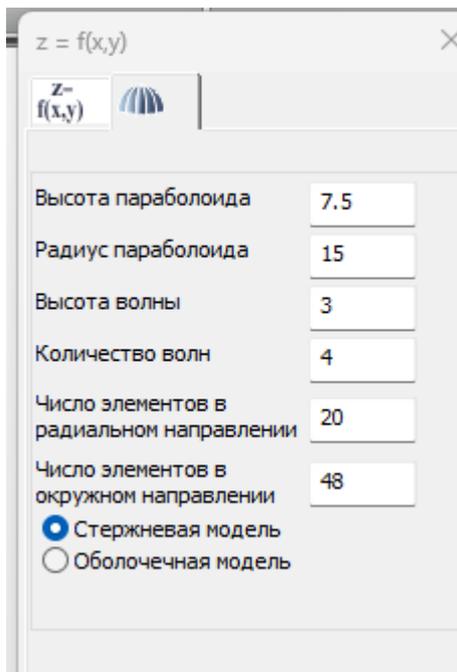
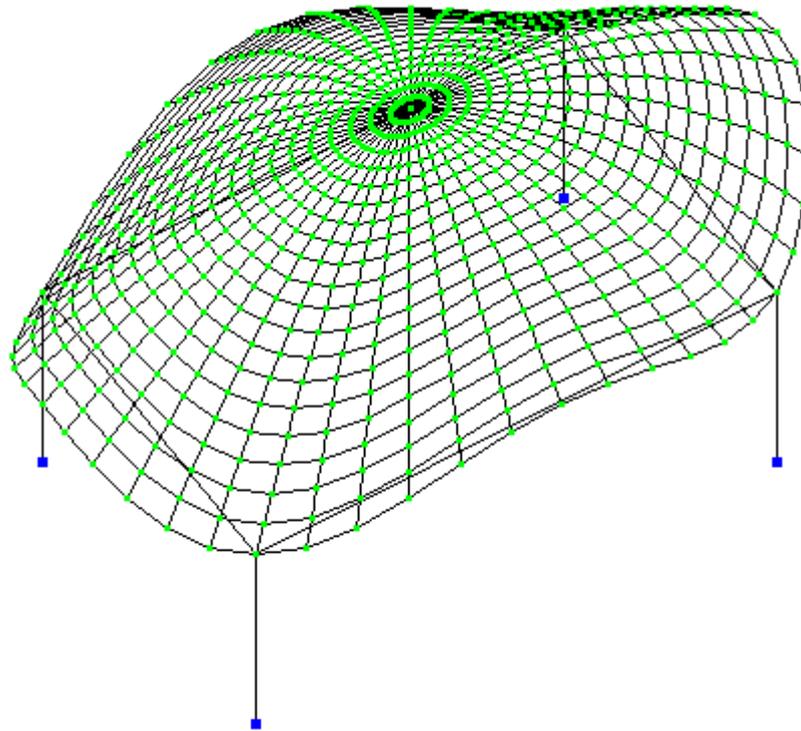


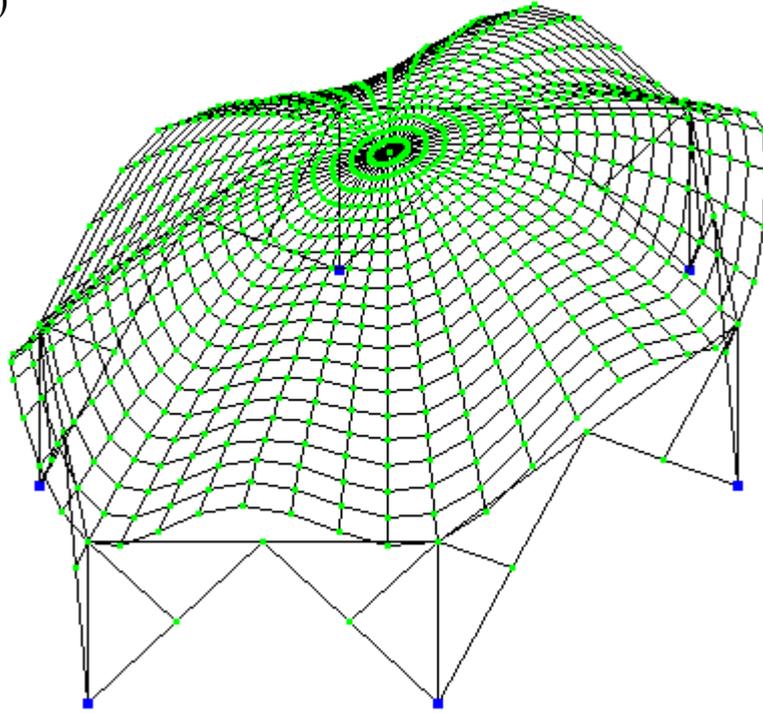
Рис. 4.2 Діалогове вікно при створенні геометричної схеми багатохвильового куполу (параболоїду обертання)

На рис. 4.3 наведено скінченоелементні моделі стержньових куполів, що прийнято до розрахунку.

а)



б)



в)

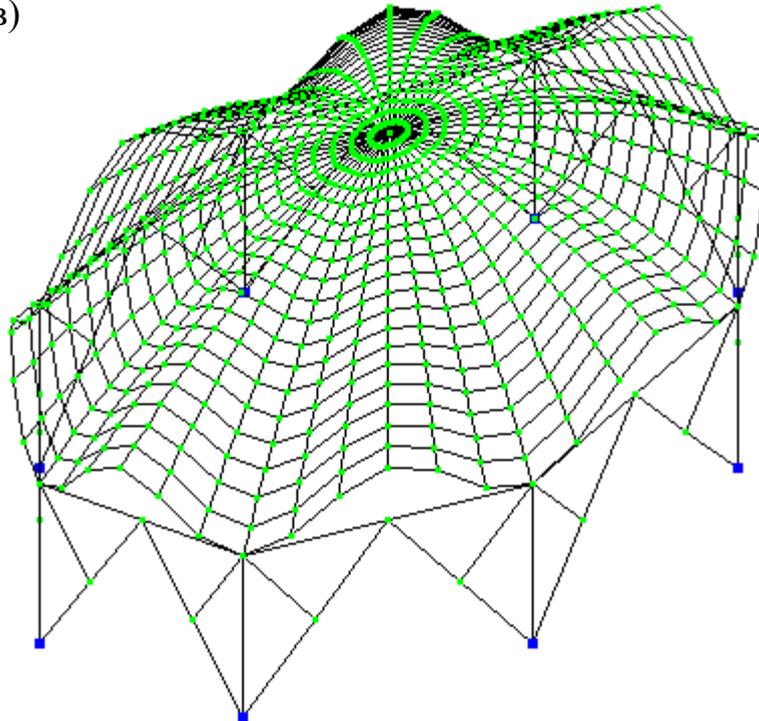


Рис.4.3 Скінченоелементні моделі купольної оболонки, що досліджуються:
модель №1(К-1-4)-а; модель №2 (К-2-6)-б; модель №3 (К3-8)-в
На рис.4.4 наведено просторові моделі куполів за рис.4.3.

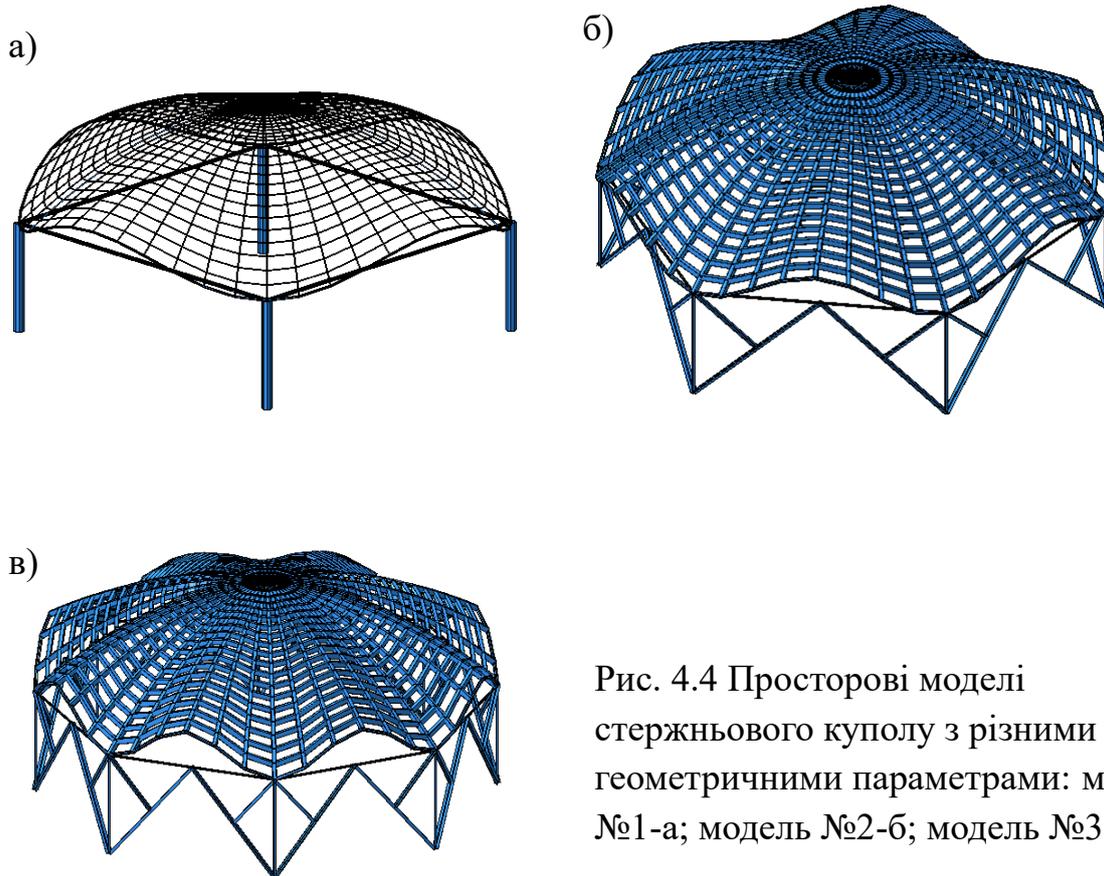


Рис. 4.4 Просторові моделі стержньового куполу з різними геометричними параметрами: модель №1-а; модель №2-б; модель №3-в

4.2 Жорсткісні параметри та граничні умови

Для усіх скінченоелементних моделей стержньової оболонки спирання на колони, кількість яких відрізняється залежно від типу моделі (див. рис. 4.3-4.4).

З'єднання всіх стержньових елементів поля оболонки прийнято шарнірним.

Попередні розрахунки показали, що у моделі з 4-ма хвилями К-1-4 є достатній запас стійкості й без підсилення колон та горизонтальної затяжки порталними вертикальними зв'язками. Тому саме в цій моделі вертикальні порталні зв'язки не запроектовано.

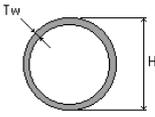
В моделях з кількістю хвиль 6 та 8 попередній розрахунок скінченоелементної схеми виявив, що без додаткових вертикальних зв'язків конструкція оболонки в цілому є нестійкою, $n < 1$. Додавання порталних

зв'язків додало достатньої жорсткості та стійкості моделям К-2-6, К-3-8 (рис.4.4-б, в та рис. 4.3-б, в).

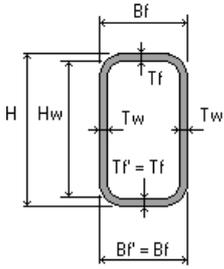
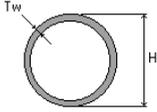
Прийняти профілі для конструктивних груп елементів моделей наведено в таблицях 4.2-4.4.

Таблиця 4.2 Жорсткості конструктивних елементів стержньової оболонки К-1-4

Назва групи стержнів	Поперечний переріз	$E, \text{т/м}^2$	$R, \text{т/м}^3$	Коефіцієнт Пуасона, μ	Марка сталі
Поле оболонки	<p>ТБ 350х300х8</p> <p>Профілі сталеві гнуті замкнуті зварні прямокутні для будівельних конструкцій (ГОСТ 30245-2003)</p>	$2.1 \cdot 10^7$	7,85	0,3	Ст2сп
Опірний контур	<p>ТБ 133х4</p> <p>Труби сталеві електрозварні прямошовні (ГОСТ 10704-91).</p>				С245
Затяжка	<p>тг200х13</p> <p>Кутники сталеві гарячекатані</p>				С245

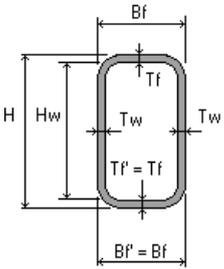
	рівнополочні (ДСТУ 2251:2018).				
Колони	ТБ 630x15  Труби сталеві безшовні гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78 із змінами № 1, 2)				Ст 2сп

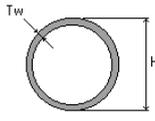
Таблиця 4.3 Жорсткості конструктивних елементів стержньової оболонки К-2-6

Назва групи стержнів	Поперечний переріз	Е, т/м ²	Р, т/м ³	Коефіцієнт Пуасона, μ	Марка сталі
Поле оболонки	ТБ 350x250x6  Профілі сталеві гнуті замкнуті зварні прямокутні для будівельних конструкцій (ГОСТ 30245-2003)	$2.1 \cdot 10^7$	7,85	0,3	Ст2сп
Опірний контур	ТБ 219x5  Труби сталеві безшовні гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78 із змінами № 1, 2)				Ст2сп
Затяжка	т140x5				С245

					
	Кутники сталеві гарячекатані рівнополочні (ДСТУ 2251:2018).				
Колони	 10. Сварной швеллер - 100 x 8, пояс - 140 x 10, стенка Прокат листовий гарячекатаний 2...50 (ДСТУ 8540:2015). Скорочений сортамент Україна				C235
В'язі	тг200x14 				C245
	Куточки сталеві гарячекатані рівнополочні (ДСТУ 2251:2018)				

Таблиця 4.4 Жорсткості конструктивних елементів стержньової оболонки К-3-8

Назва групи стержнів	Поперечний переріз	$E, \text{т/м}^2$	$R, \text{т/м}^3$	Коефіцієнт Пуасона, μ	Марка сталі
Поле оболонки	ТБ 350x250x6 	$2.1 \cdot 10^7$	7,85	0,3	Ст2сп
Опірний	ТБ 219x5				Ст2сп

контур	 <p>Труби сталеві електрозварні прямошовні (ГОСТ 10704-76*)</p>				
Затяжка	<p>тг 140x4,5</p>  <p>Труби сталеві безшовні гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78 із змiнами № 1, 2)</p>				Ст2сп
Колони	<p>7. Сварной швеллер</p> <ul style="list-style-type: none"> - 100 x 8, пояс - 140 x 10, стенка <p>Прокат листовий гарячекатаний 2...50 (ДСТУ 8540:2015). Скорочений сортамент Україна</p>				С235
В'язі	<p>тг 200x14</p>  <p>Куточки сталеві гарячекатані рівнополочні (ДСТУ 2251:2018)</p>				С245

Для автоматизованого підбору перерізів надалі стержням було призначено параметри металу – характеристики матеріалу, додаткові характеристики та обмеження підбору за нормами [12].

4.3 Навантаження

Основними чинниками, що створюють навантаження на стержньову оболонку купольної форми, є її власна вага, вага покрівельних конструкційних шарів та дія снігового покриву. Відповідно до результатів досліджень [14], вплив вітрового навантаження можна вважати незначним: воно становить

близько 1 % від загальних зусиль і практично не впливає на напружено-деформований стан споруди.

Оскільки об'єкт розташований у межах міста Суми, розрахункове значення снігового навантаження, згідно з вимогами нормативу [13], приймається рівним $0,167 \text{ т/м}^2$.

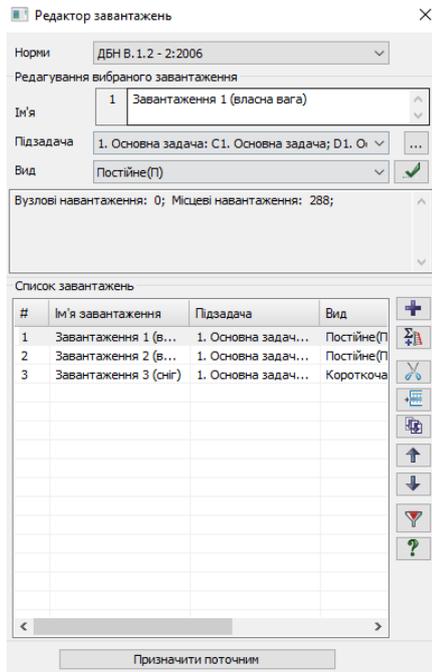


Рис.4.5 Вікно призначення навантажень на стержневу оболонку

У розрахунковій схемі враховано три комбінації навантажень:

- 1) Завантаження 1 — постійне, зумовлене власною вагою оболонки;
- 2) Завантаження 2 — постійне, спричинене масою шарів покрівельного покриття;
- 3) Завантаження 3 — тимчасове, від снігового покриву

Для хвилястих купольних стержневих конструкцій снігове навантаження характеризується нерівномірним розподілом, оскільки хвиляста форма спричиняє різне накопичення снігу на гребнях і в ложбинах. На ділянках з невеликим нахилом ($\alpha < 30^\circ$) сніг розподіляється майже рівномірно, тоді як на більш похилих поверхнях він частково сповзає, що знижує ефективне навантаження. Вітер формує снігові надувки, підсилюючи накопичення в підвітряних зонах і зменшуючи його на навітряних ділянках. Додатково на розподіл впливають локальні термічні ефекти та можливе танення, що може спричинити утворення зон підвищеного тиску в пониженнях. Оскільки снігове

навантаження має випадковий характер і змінюється за вологістю та щільністю, для розрахунків використовують декілька сценаріїв — від середнього до екстремального.

В таблиці наведено збір навантажень на 1 м^2 площі куполу.

Таблиця 4.4 Збір навантаження на 1 м² поверхні оболонки

№ з/п	Назва конструктиву	Нормативне значення, кг/м ²	Коефіцієнт надійності за навантаженням γ_f	Розрахункове значення, кг/м ²
1	Наплавляемий евроруберойд «Акваізол»	10	1,2	12
2	Утеплювач – плити мінераловатні підвищеної жорсткості на синтетичному в'язучому	10	1,3	13
3	Пароізоляція – 1 шар руберойду	5	1,2	6
4	Профнастил	15	1,1	16,5
5	Прогони покриття із гнучого профілю [18 (14,96 кгс/м.п)]	1,29	1,1	1,42

6	Власна вага структури	Задається в ПК ЛІРА-САПР автоматично		
ВСЬОГО ПОСТІЙНЕ:		116,1		138,421
	<i>Тимчасове</i>			
7	Снігове (за ДБН В .1.2-2:2006)	167	1,14	190,38
ВСЬОГО ТИМЧАСОВЕ:		167		
РАЗОМ пост+тимч. без врахування власн. ваги структурної плити		244,18		328,8

Передача навантаження на стержні здійснюється через трибутарні площі, тому при нерівномірному покритті виникають різні зусилля у стержнях. Під час аналізу також враховують монтажні стани та можливі локальні перевантаження в ложбинах, які потребують перевірки міцності й стійкості вузлів.

РОЗДІЛ 5

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СТАТИЧНОГО РОЗРАХУНКУ

Аналіз результатів статичного розрахунку, виконаного у програмному комплексі ЛІР-ВІЗОР, дає змогу визначити найбільш ефективну з трьох розглянутих купольних оболонок, орієнтуючись на показники осьових зусиль стиску й розтягу, а також на максимальні значення деформацій у конструкції.

5.1 Стійкість моделей

Коефіцієнт стійкості оболонки (наприклад, у розрахунках тонкостінних чи стержньових конструкцій, арок, куполів, покриттів) — це відношення розрахункового критичного навантаження (при якому відбувається втрата стійкості) до розрахункового фактичного навантаження.

- Якщо коефіцієнт стійкості $n = 1$, це означає, що конструкція працює «на межі» стійкості.
- Якщо $n > 1$, конструкція має запас стійкості (чим більше, тим надійніше).
- Якщо $n < 1$, це означає, що конструкція втрачає стійкість ще до досягнення розрахункового навантаження.

Попереднє моделювання оболонок показало, що для достатнього запасу стійкості моделі К-2-6 та К-3-8 треба влаштовувати між колонами вертикальні порталні зв'язки жорсткості (рис. 5.1).

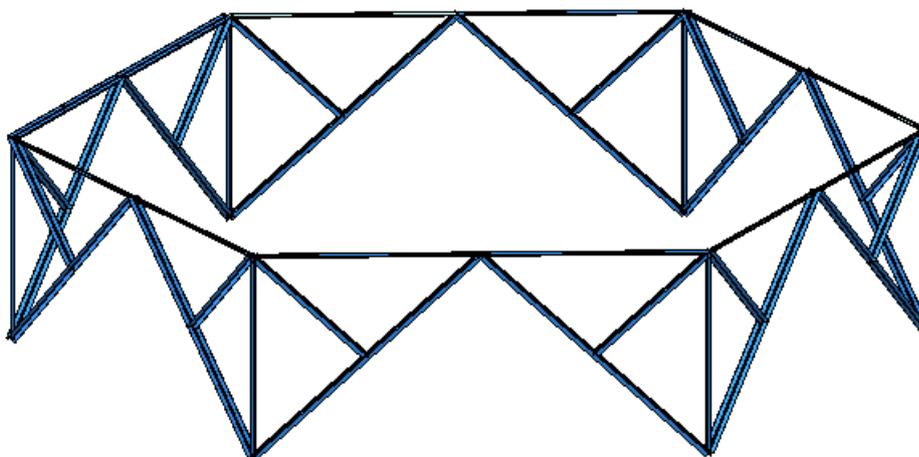


Рис. 5.1 Просторове зображення на прикладі моделі К-2-6 вертикальних системи жорсткості для оболонки (затяжки, вертикальні порталні зв'язки між колонами)

Для моделі з чотирма хвилями (К-1-4) достатня стійкість забезпечується й без влаштування вертикальних зв'язків між колонами (при РСН2, $n=5,78$).

На рис. 5.2–5.4 наведено форми втрати стійкості для моделей, що досліджуються.

2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Форма потери устойчивости в гл. с. 1
Козффіциент 5.78093

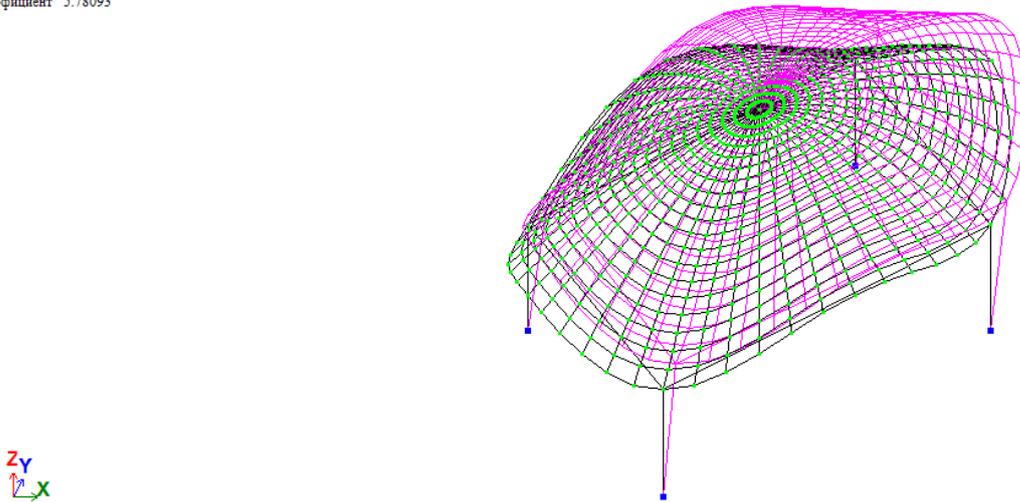


Рис. 5.2 Форма втрати стійкості від РСН2 ($n= 5,78$) для моделі К-1-4

2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Форма потери устойчивости в гл. с. 1
Козффіциент 6.79849

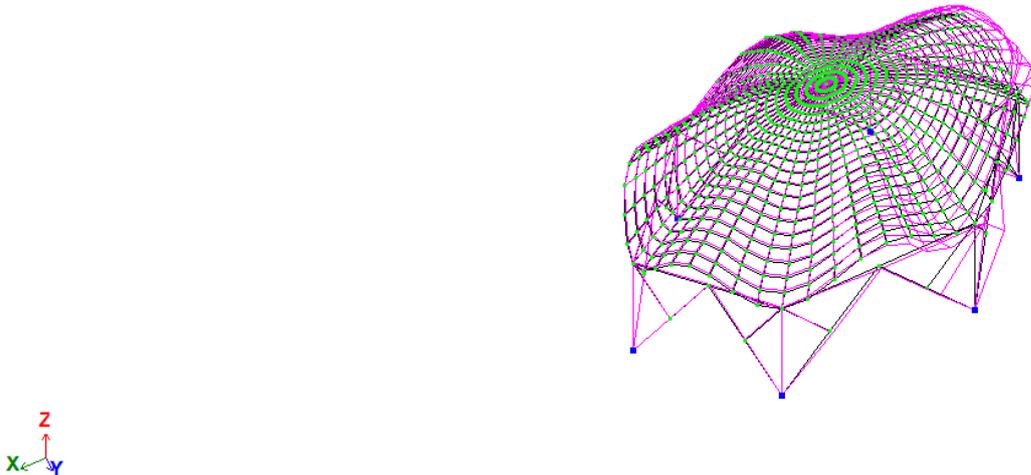


Рис. 5.3 Форма втрати стійкості від РСН2 ($n = 6,8$) для моделі К-2-6

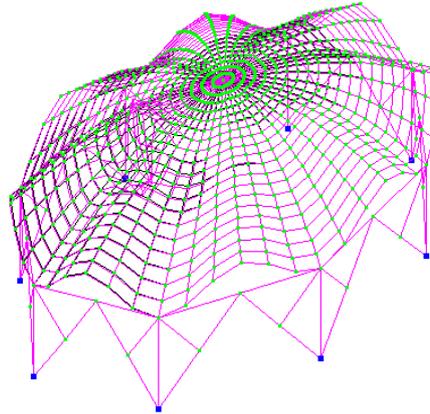


Рис. 5.4 Форма втрати стійкості від РСН2 ($n = 5,06$) для моделі К-3-8

Від різних сполучень навантажень (РСН1-РСН2) отримані значення коефіцієнта стійкості n для моделей оболонки, що досліджується.

Таблиця 5.1 Коефіцієнта стійкості n для моделей оболонки

№ моделі	РСН1	РСН2	РСН3
Модель К-1-4	13,46	5,78	6,13
Модель К-2-6	9,33	6,8	6,99
Модель К-3-8	26,49	5,06	5,5

Графічне зображення даних із таблиці 5.1 наведено на рис.5.5–5.7.

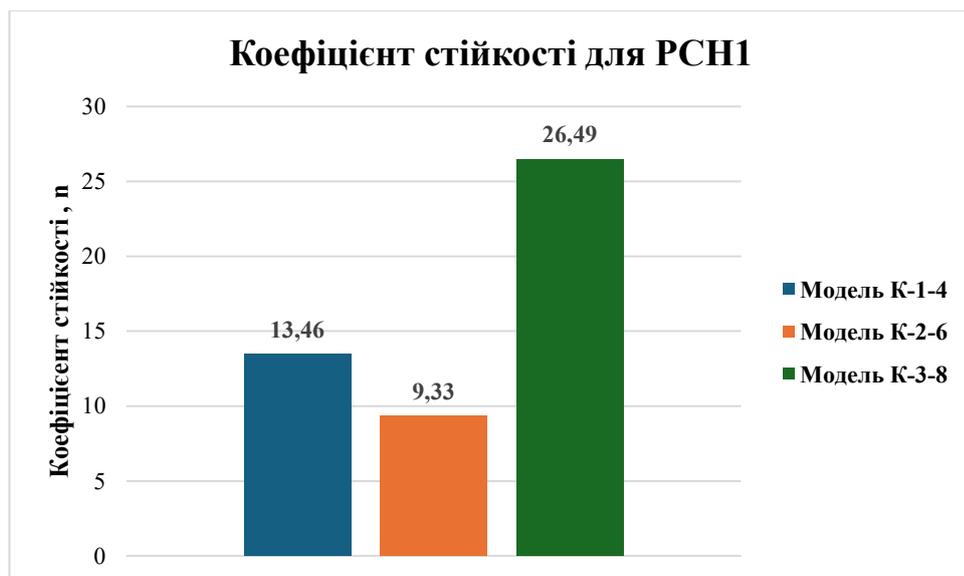


Рис.5.5 Коефіцієнт стійкості для РСН1

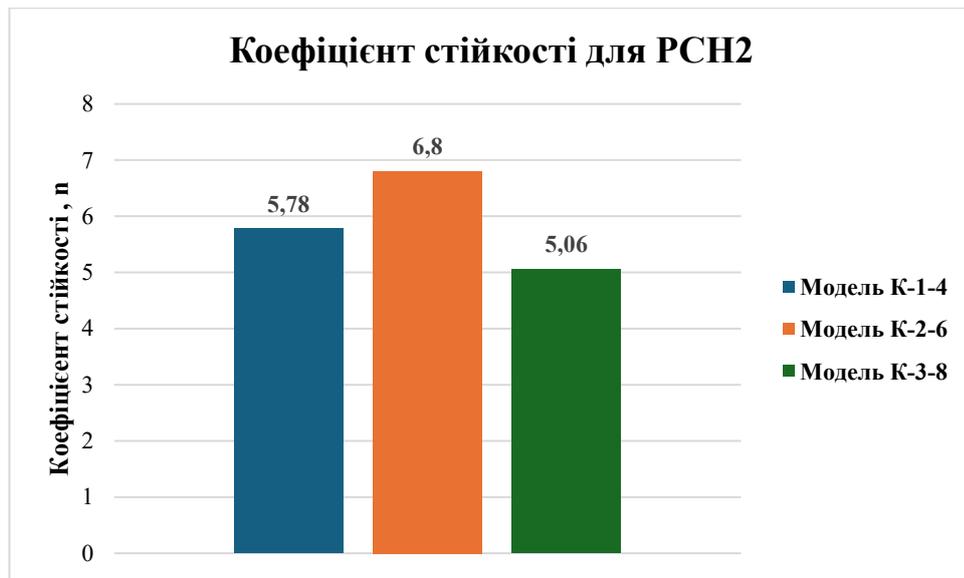


Рис.5.6 Коефіцієнт стійкості для РСН2

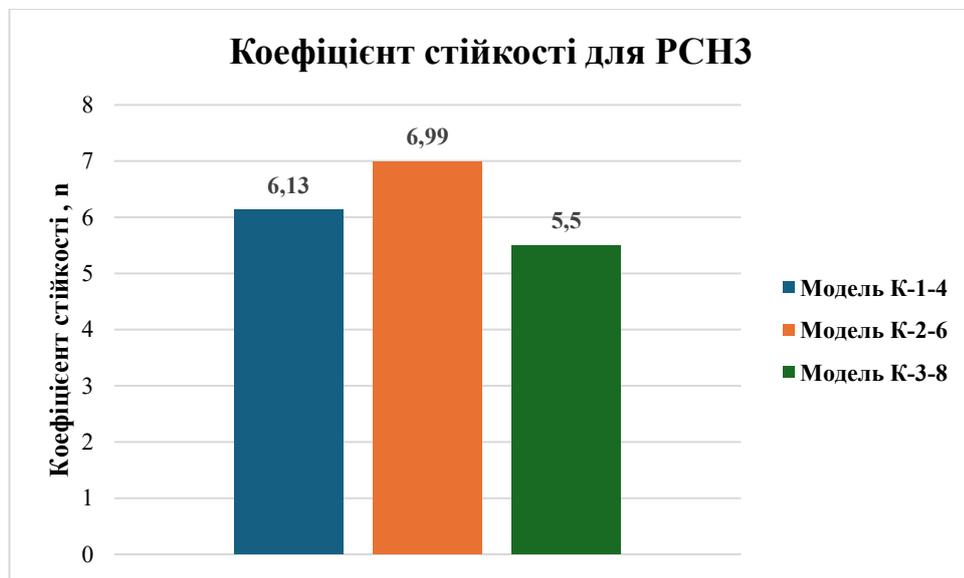


Рис.5.7 Коефіцієнт стійкості для РСН3

Так, із рис. 5.5 видно, що без зовнішнього завантаження найбільш стійкою моделлю, виходячи із своєї геометрії та конструктивного вирішення є модель К-3-8. Тобто, чим «густіше» розташовані хвилі, тим модель є стійкішою. Другою за ступенем стійкості є модель К-1-4 з мінімальною кількістю хвиль. Найменш стійкою від власної ваги є модель К-2-6.

РСН2 враховує одночасну дію всіх навантажень – власної ваги, ваги покрівлі та снігового навантаження. Враховане повне значення цих навантажень (з коефіцієнтом сполучення $\psi = 1$). Так, від одночасної дії всіх навантажень найбільшу стійкість виявлену моделі К 2-6 ($n=6,8$). Але всі

значення коефіцієнту запасу стійкості знаходяться в приблизно однакових межах (5,06 – 6,8).

5.2 Напружено-деформований стан моделей

5.2.1. Аналіз деформативності моделей

За [1] вертикальні граничні прогини елементів конструкцій від постійних, тривалих і короткочасних навантажень не повинні перевищувати 1/150 прольоту (або 1/75 для консолей).

Тобто для купольної стержньової оболонки з діаметром (прольотом) 30,0 м гранично-допустимий прогин за цією нормою становить:

$$f_u = 30\,000 \text{ мм} / 150 = 200 \text{ мм}$$

Для сітчастих (стержньових) оболонок важливо оцінювати не тільки глобальний прогин «в центрі», а й локальні переміщення вузлів, нерівномірні деформації й відхилення монтажною форми — іноді локальні зсуви/вивороти критичніші за середній прогин.

На рис. 5.8-5.10 наведено мозаїку вертикальних переміщень вузлів для моделей оболонок.

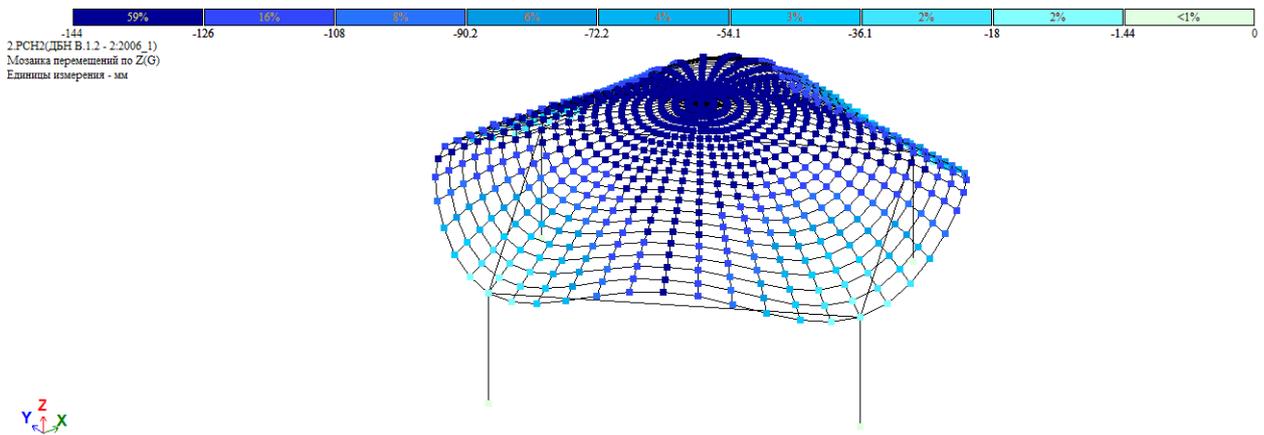


Рис.5.8 Мозаїка вертикальних переміщень вузлів (вздовж осі Z)

від РСН2 для схеми К-1-4 ($f_{z,\max} = 144 \text{ мм}$)

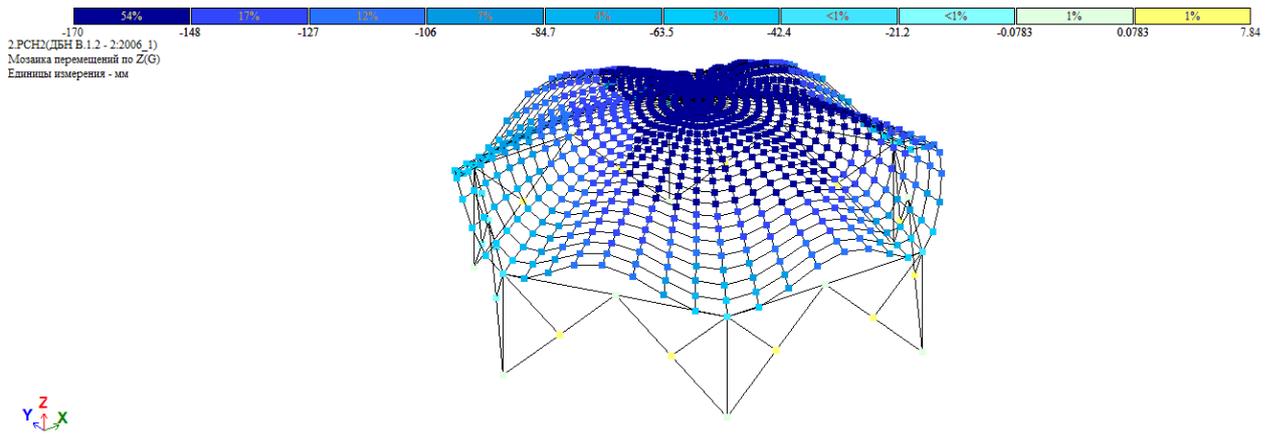


Рис.5.9 Мозаїка вертикальних переміщень вузлів (вздовж осі Z)
від РСН2 для схеми К-2-6 ($f_{z,max} = 170$ мм)

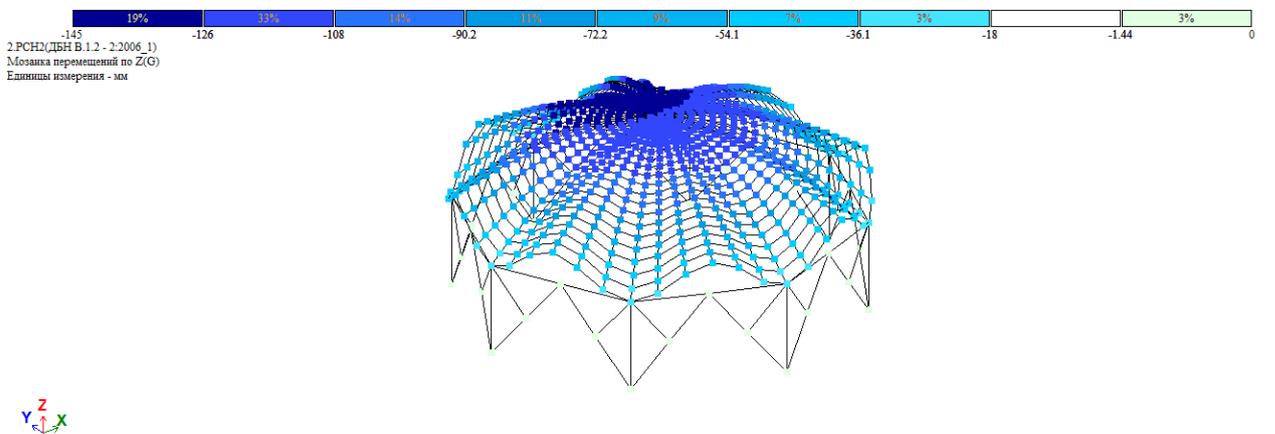


Рис.5.10 Мозаїка вертикальних переміщень вузлів (вздовж осі Z)
від РСН2 для схеми К-3-8 ($f_{z,max} = 145$ мм)

В таблиці 5.2 наведено максимальні значення вертикальних прогинів від усіх розрахункових сполучень навантажень.

Таблиця 5.2 Максимальні значення вертикальних прогинів від усіх розрахункових сполучень навантажень

Марка моделі куполу	Розрахункові сполучення навантажень		
	РСН1	РСН2	РСН3
К-1-4	61,7	144	136
К-2-6	123	170	165
К-3-8	33,2	145	133

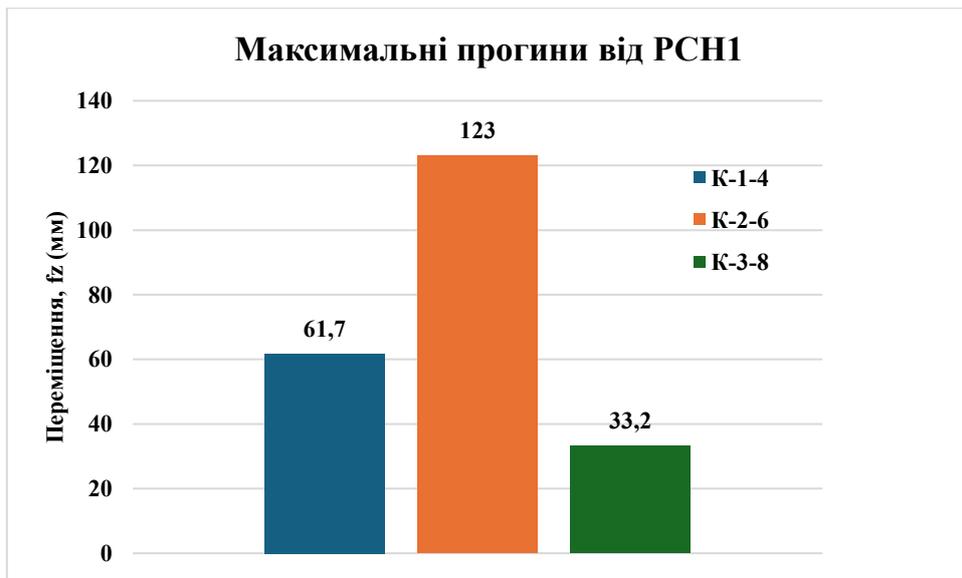


Рис.5.11 Максимальні прогини для моделей купольної оболонки від РСН1

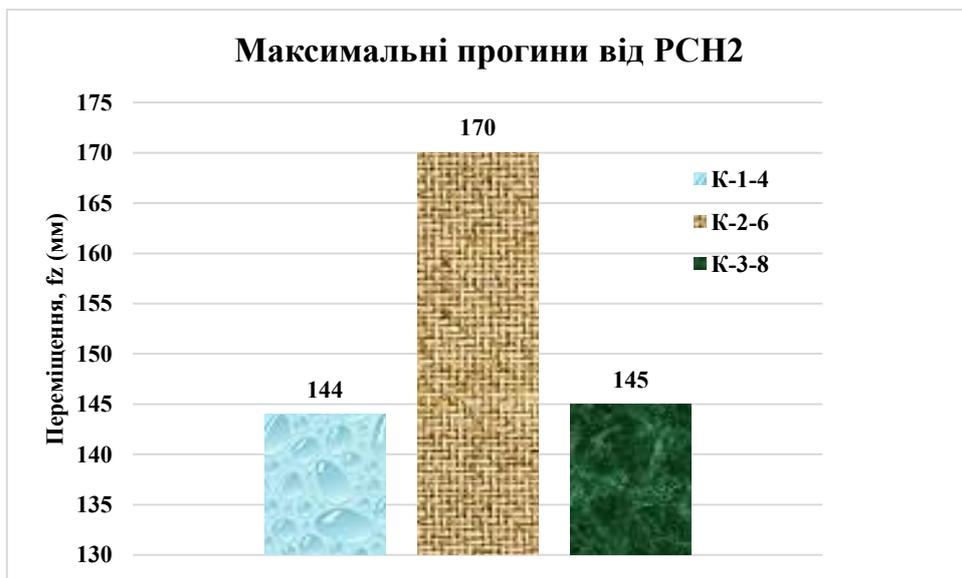


Рис.5.12 Максимальні прогини для моделей купольної оболонки від РСН2

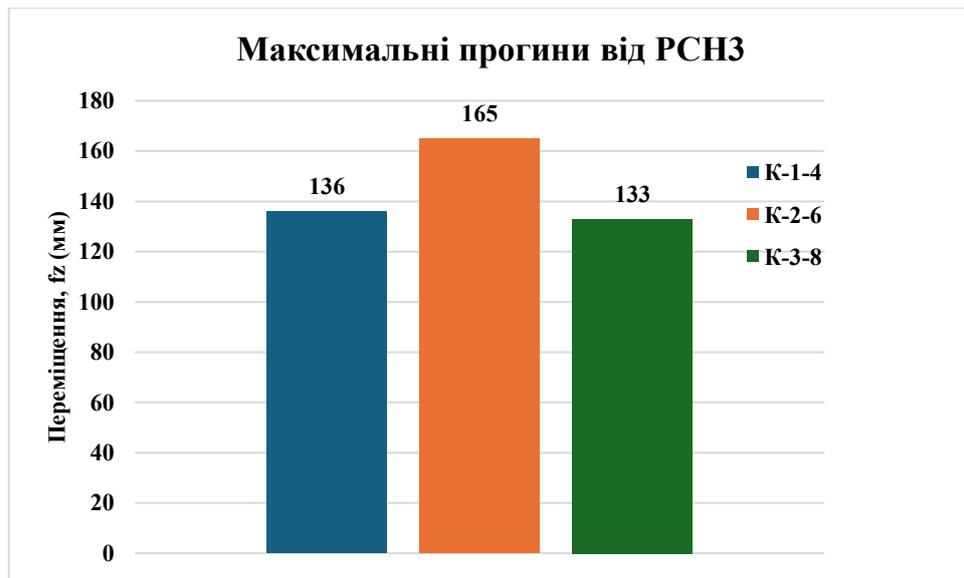


Рис.5.13 Максимальні прогини для моделей купольної оболонки від РСНЗ

Гранично допустимий прогин для купольної оболонки діаметром 30 м:
 $f_u = L/150 = 30000/150 = 200$ мм.

Усі отримані прогини не перевищують нормативного значення, що підтверджує жорсткість та деформаційну придатність моделей:

К-1-4: $f_{\max} = 144$ мм

К-2-6: $f_{\max} = 170$ мм

К-3-8: $f_{\max} = 145$ мм

Найбільші прогини спостерігаються у моделі К-2-6, що зумовлено відносно більшою площею між опорними вузлами.

Для моделі К-3-8 характерні мінімальні локальні деформації — збільшення кількості хвиль підвищує загальну жорсткість оболонки.

5.2.2 Аналіз зусиль в стержнях

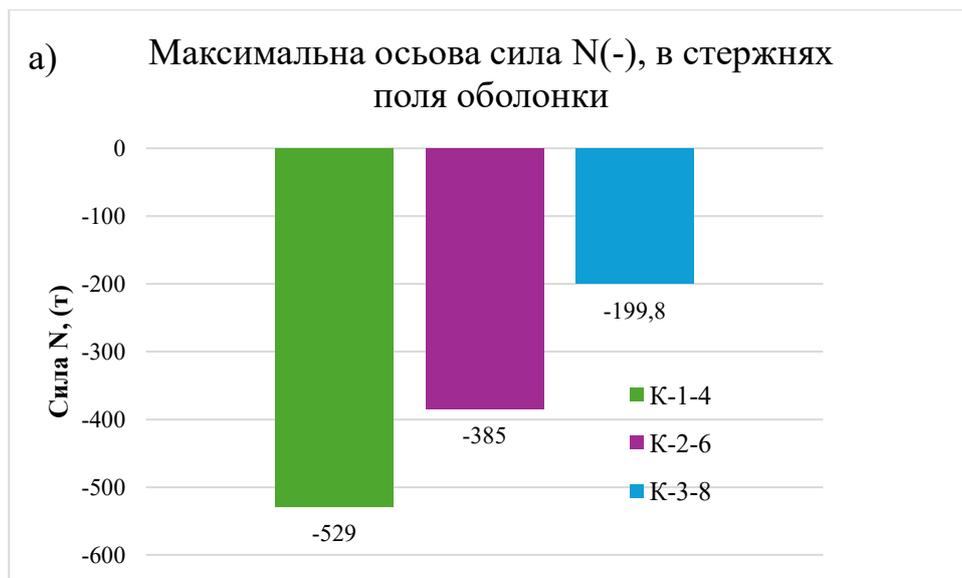
Зусилля в стержнях поля оболонки

В таблиці 5.3 наведено максимальні значення осьової сили N для різних конструктивних груп стержнів моделей оболонки – стержнів поля оболонки, стержнів опорного контуру, затяжок, колон, в'язів.

Таблиця 5.3 Максимальні значення осьової сили N для різних конструктивних груп стержнів моделей оболонки

Назва констр.групи стержнів	Тип моделі					
	К-1-4		К-2-6		К-3-8	
	Nmax+ (т)	Nmax- (т)	Nmax+ (т)	Nmax- (т)	Nmax+ (т)	Nmax- (т)
Поле оболонки	-529	22,8	-385	16,7	-199,8	11,2
Опірний контур поля	-28,2	3,48	-49,9	0	-23,32	0,1
Затяжки	0	218,97	0	249,5	0	160,48
Колони	-410,14	0	-331,8	0	-178,4	0
Зв'язки			-4,9	2,37	-3,99	0,6

На рис. 5.14.–5.17 наведено графічне зображення максимального зусилля N від РСН 2 для конструктивних груп стержнів моделей оболонки.



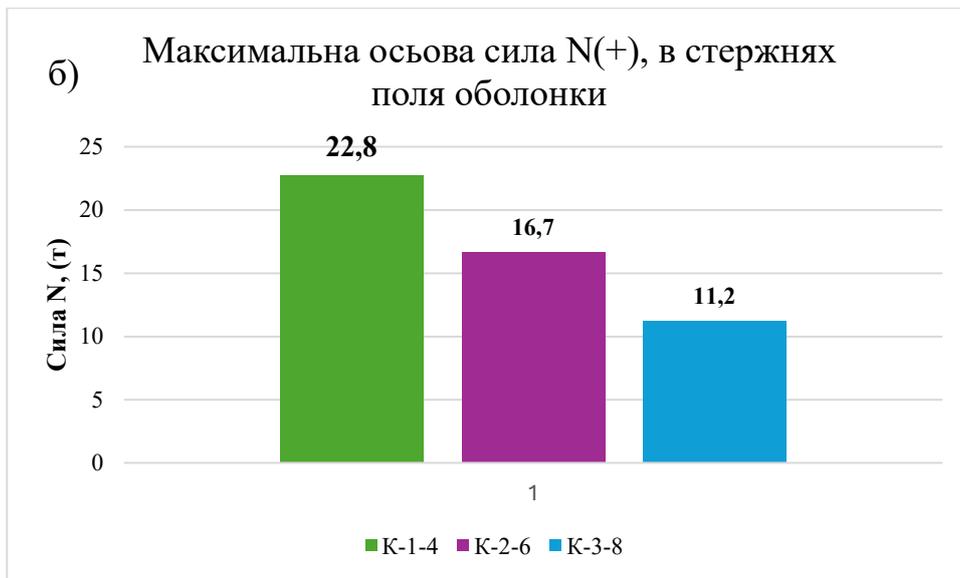


Рис. 5.14 Максимальна осьова сила N розтягу – (а) та стиску (б) в стержнях поля оболонки від РСН2

Так із рис. 5.14 очевидно, що із збільшенням розбиття поверхні – збільшення кількості хвиль куполу максимальне зусилля стиску в стержнях поля оболонки зменшується. Так, максимального значення стиску зазнають стержні моделі із чотирма хвилями, а мінімального – в моделі із 8-ми хвилями.

Так, в 2,64 рази становить різниця між максимальним зусиллям стиску в моделі К-1-4 та моделі К-3-8. Між зусиллями в моделі К-1-4 та моделі К-2-6 ця різниця становить 1,37 рази.

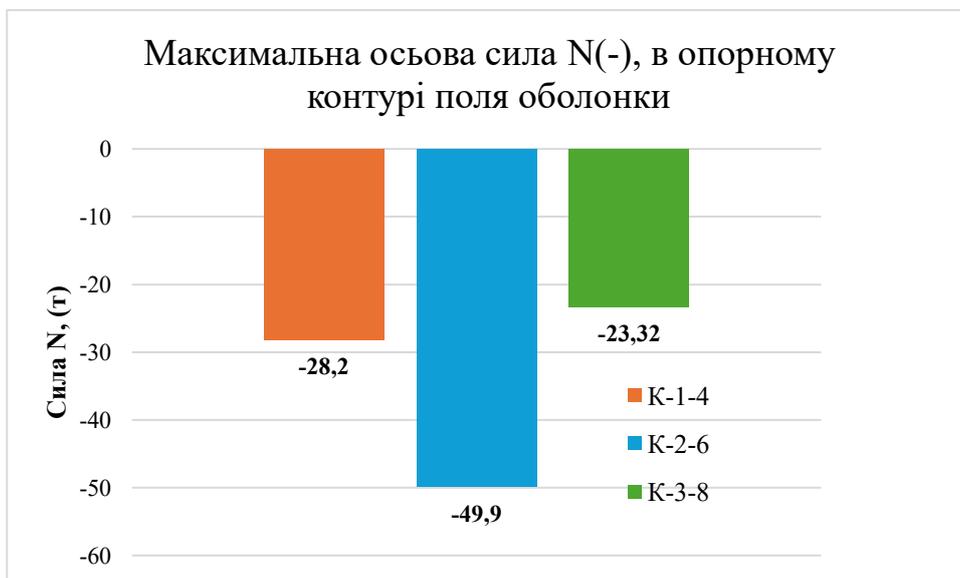


Рис.5.15 Максимальна осьова сила стиску N , в опорному контурі поля оболонки від РСН 2

Як видно із рис.5.15 в опорному кільці (контурі) в моделі К-2-6 виникають найбільші зусилля стиску (-49,9 т). Найменші зусилля в опорному контурі виникають в моделі К-3-8 (геометрія якої характеризується вісьмома хвилями).

Різниця в максимальних зусиллях між цими моделями становить 2,15 рази.



Рис.5.16 Максимальна осьова сила стиску N , в стержнях зтяжки від РСН 2

Зтяжка зазнає осьових зусиль розтягу. Максимальне значення зусиль розтягу спостерігається також у другій моделі К-2-6, а найменше значення виникає в моделі з вісьмома хвилями (К-3-8).

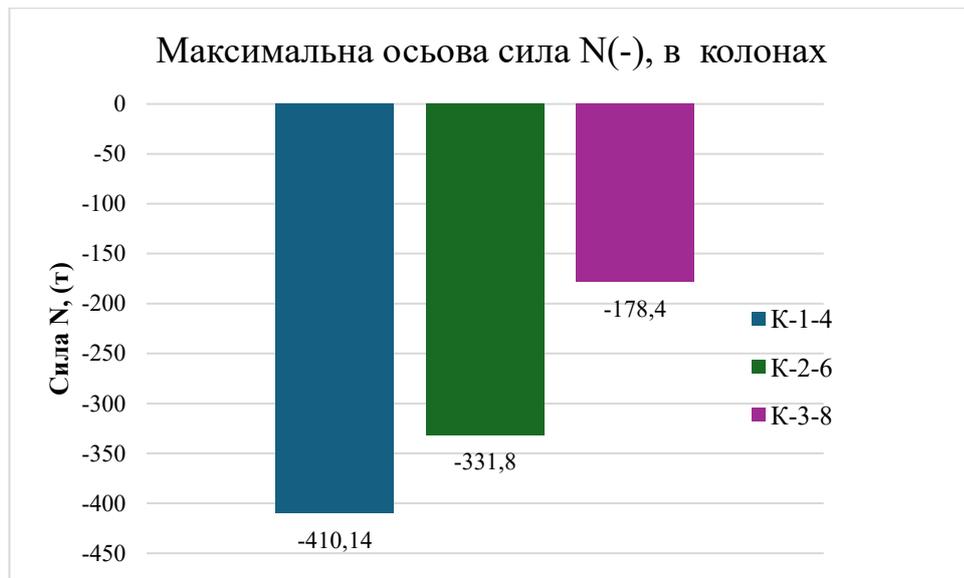


Рис.5.17 Максимальна осьова сила стиску N , в колонах від РСН 2

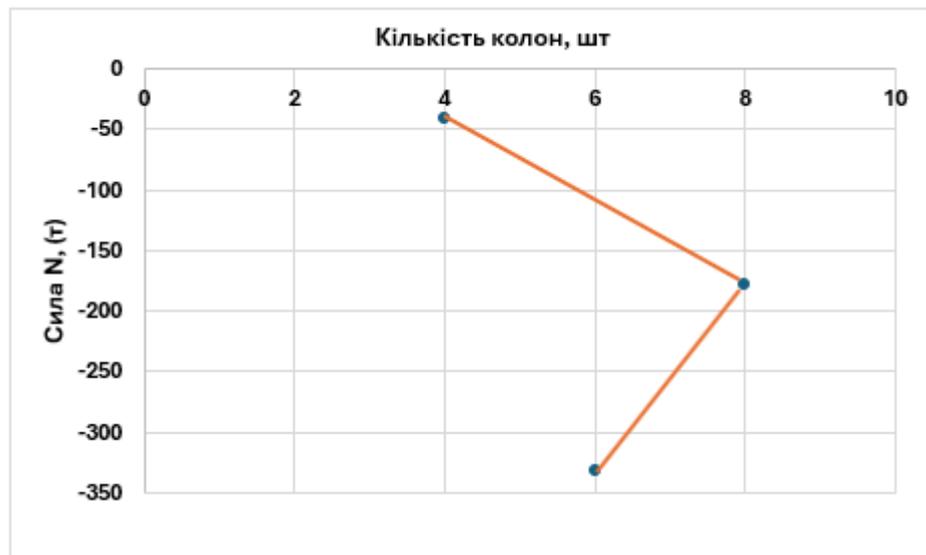


Рис.5.18 Залежність максимальної величини зусилля N в колонах від кількості колон в моделі

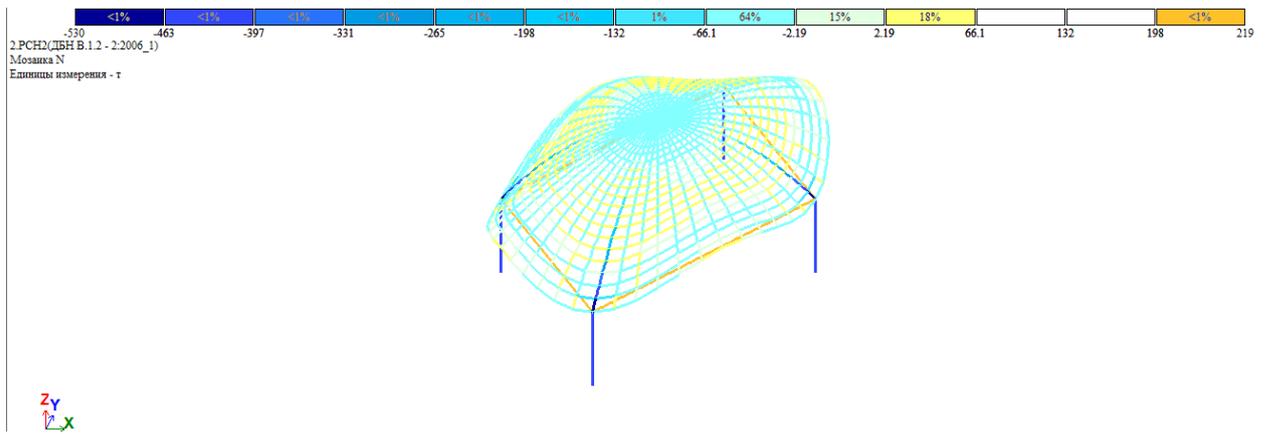


Рис. 5.19 Мозаїка зусилля N в стержнях моделі К-1-4

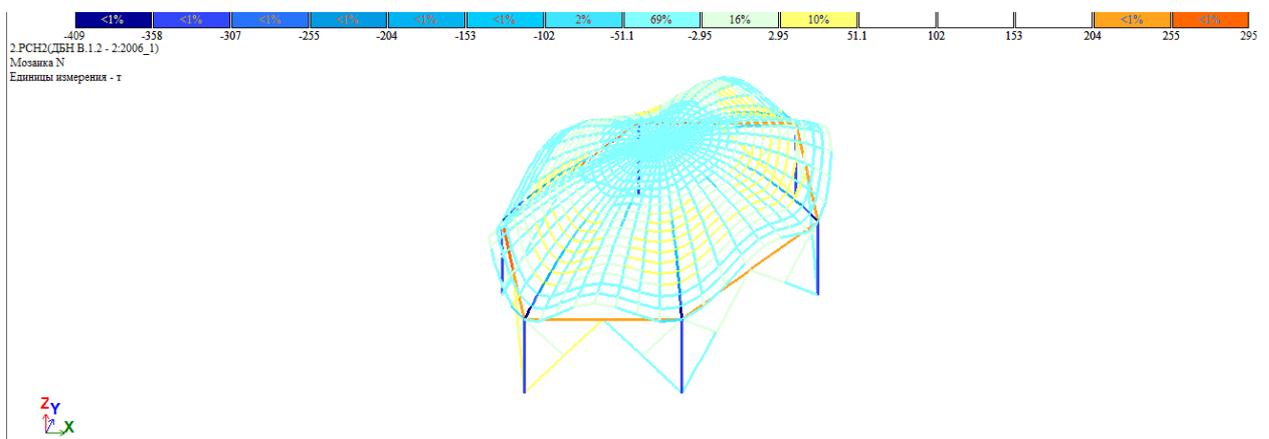


Рис.5.20 Мозаїка зусилля N в стержнях моделі К-2-6

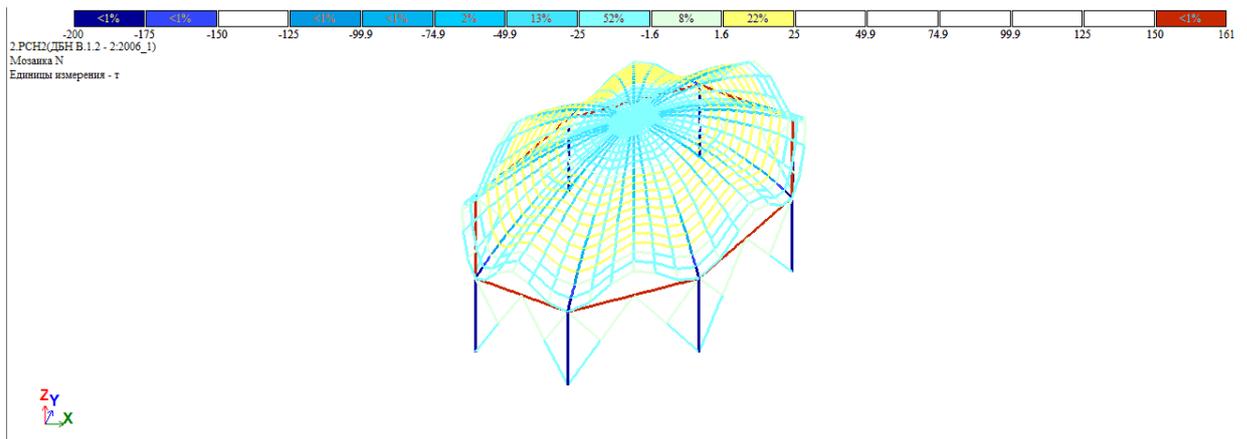
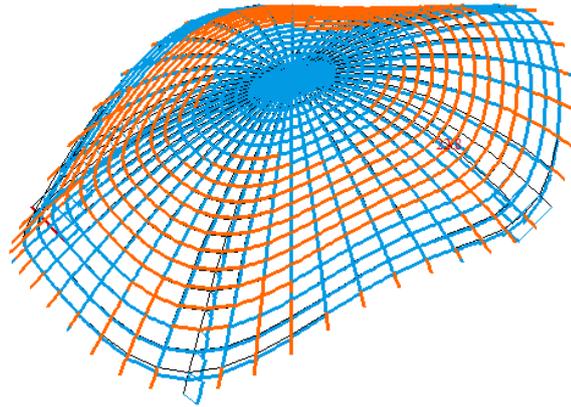


Рис. 5.21 Мозаїка зусилля N в стержнях моделі К-3-8

На рис.5.22-5.24 наведено епюри осьового зусилля N для стержнів поля оболонки.

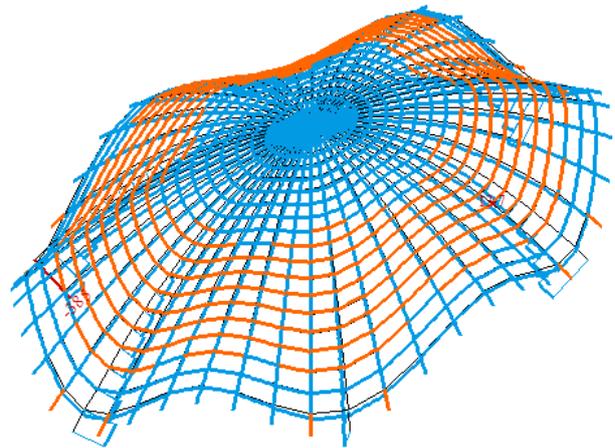
2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Эпюра N
Единицы измерения - т



Минимальное значение -529.025; Максимальное значение 22.7507

Рис.5.22 Епюри осевого зусилля N для моделі К-1-4

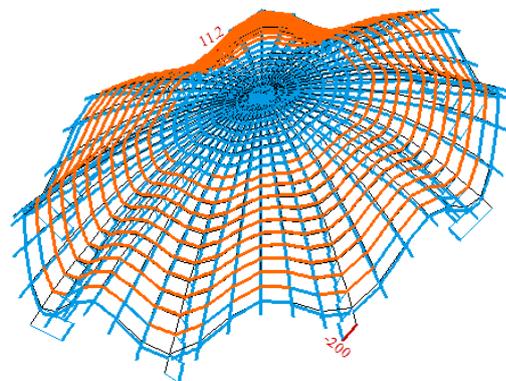
2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Эпюра N
Единицы измерения - т



Минимальное значение -385.073; Максимальное значение 13.6721

Рис.5.23 Епюри осевого зусилля N для моделі К-2-6

2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Эпюра N
Единицы измерения - т



Зу
X

Минимальное значение -199.786; Максимальное значение 11.2079

Рис.5.24 Епюри осевого зусилля N для моделі К-3-8

5.2.3 Аналіз використання несучої здатності поперечних перетинів конструктивних груп стержнів

На рисунках 5.25-5.27 наведено мозаїки розподілу використання несучої здатності перерізів (%) для конструктивних груп стержнів відповідно до першої та другої груп граничних станів.

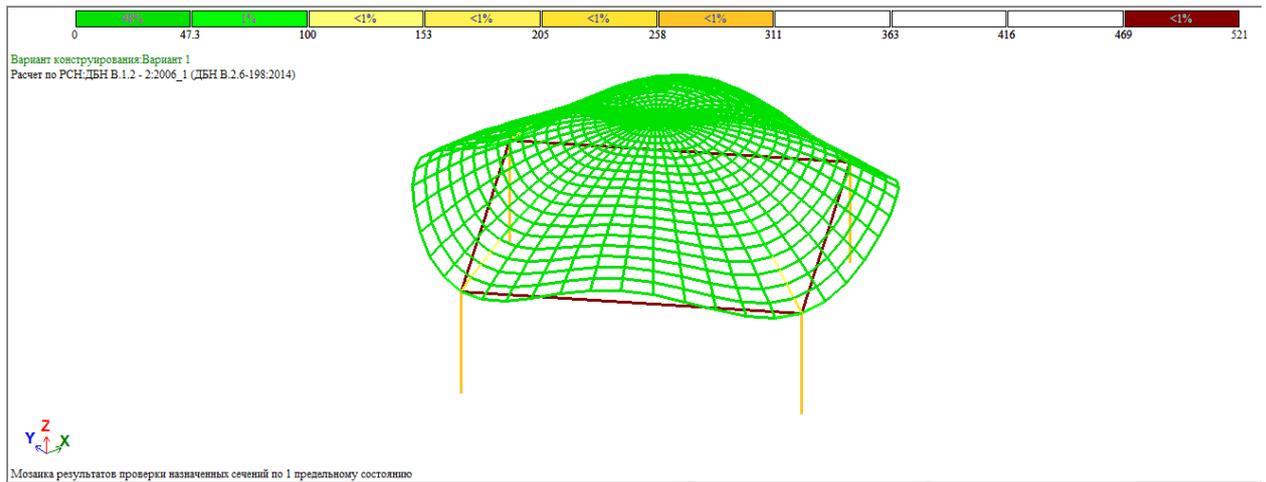


Рис.5.25 Мозаїка результатів розрахунку за 1 ГС сталевих елементів з поперечними перерізами, які призначені у вихідних даних, % несучої здатності для схеми К-1-4

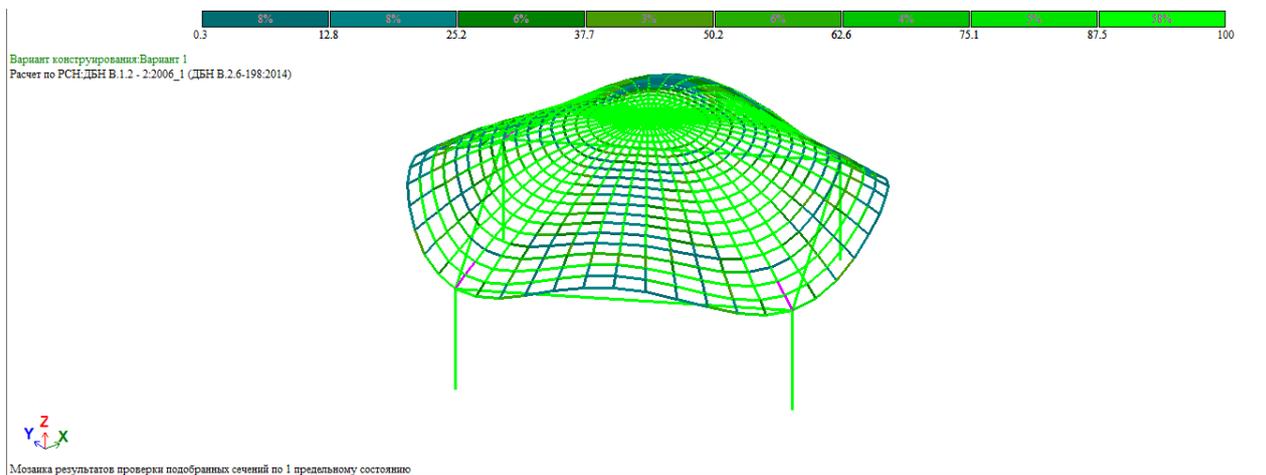


Рис. 5.26 Мозаїка результатів розрахунку за 1ГС сталевих елементів із поперечним перерізами, після 1-го ітераційного розрахунку, % несучої здатності для моделі К-1-4

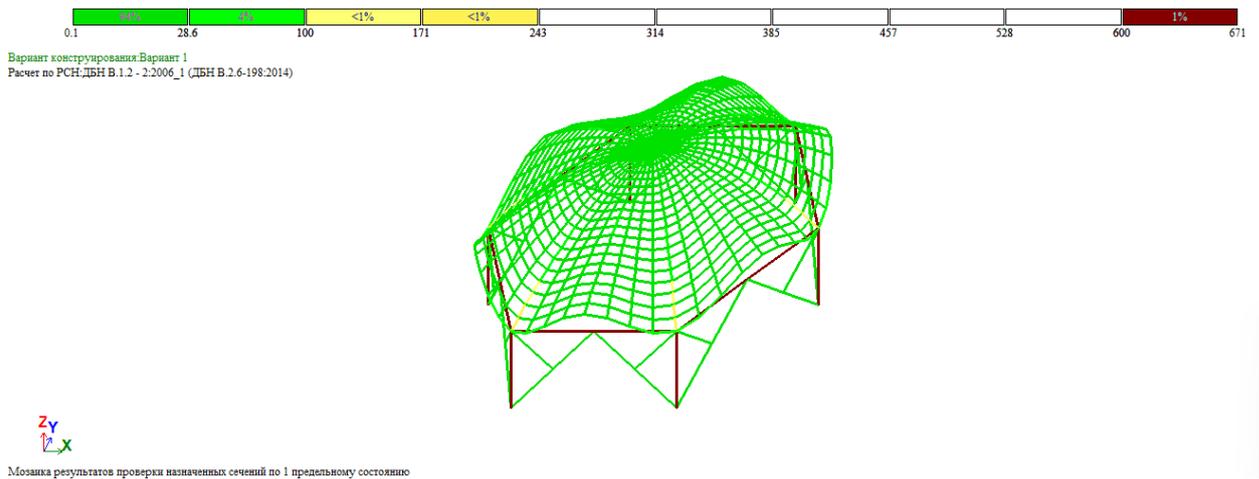


Рис.5.27 Мозаїка результатів розрахунку за 1 ГС сталевих елементів з поперечними перерізами, які призначені у вихідних даних, % несучої здатності для схеми К-2-6

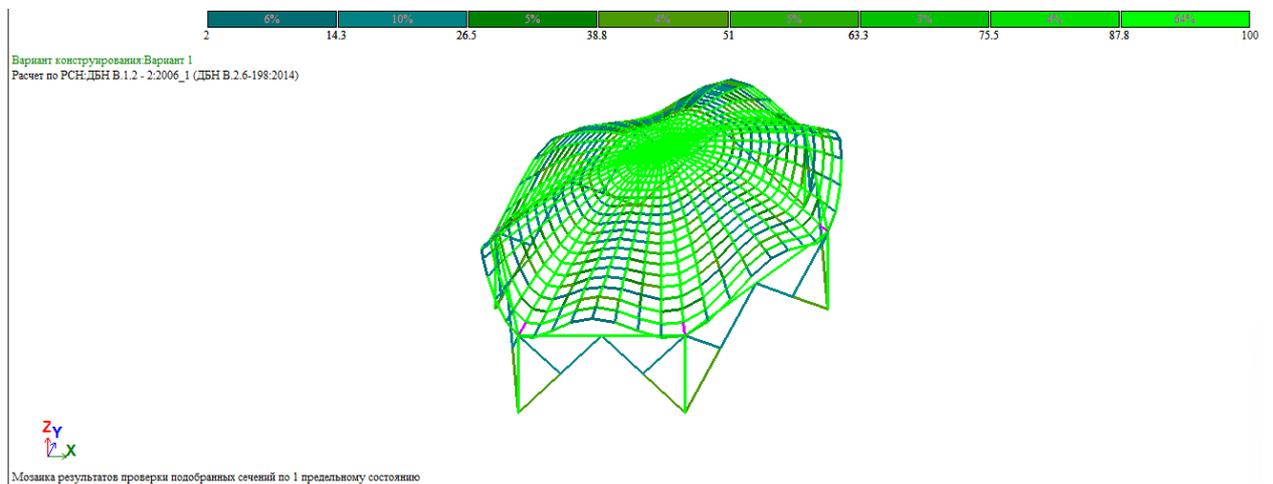


Рис.5.28 Мозаїка результатів розрахунку за 1ГС сталевих елементів із поперечним перерізами, після 1-го ітераційного розрахунку, % несучої здатності для моделі К-3-8

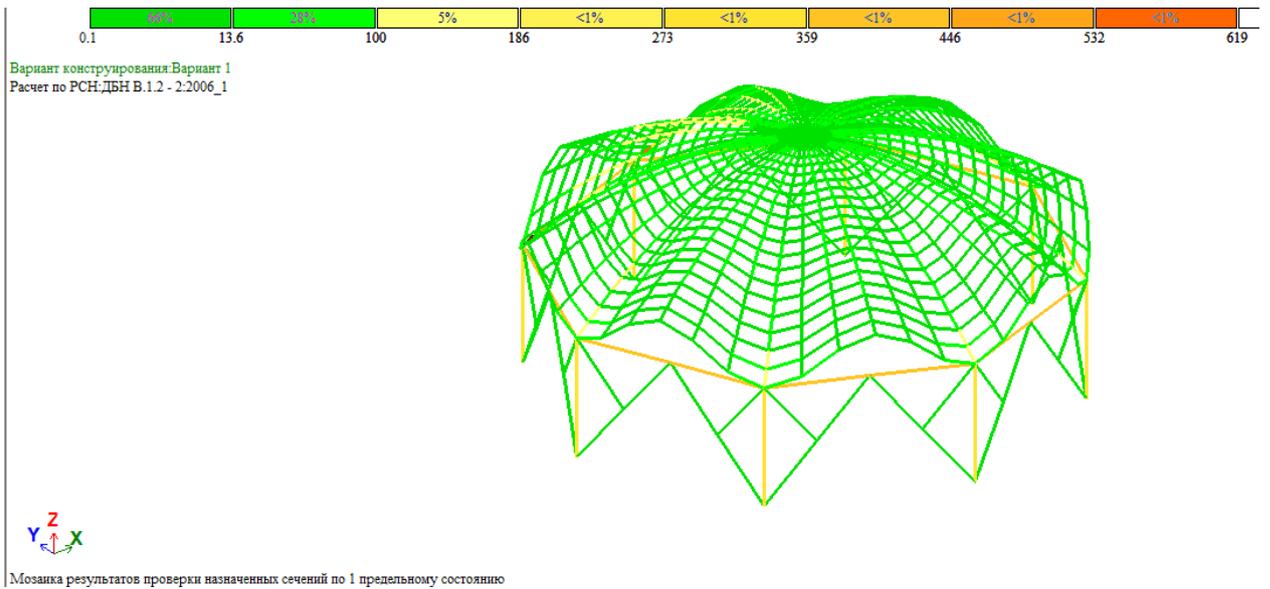


Рис.5.29 Мозаїка результатів розрахунку за 1 ГС сталевих елементів з поперечними перерізами, які призначені у вихідних даних, % несучої здатності для схеми К-3-8

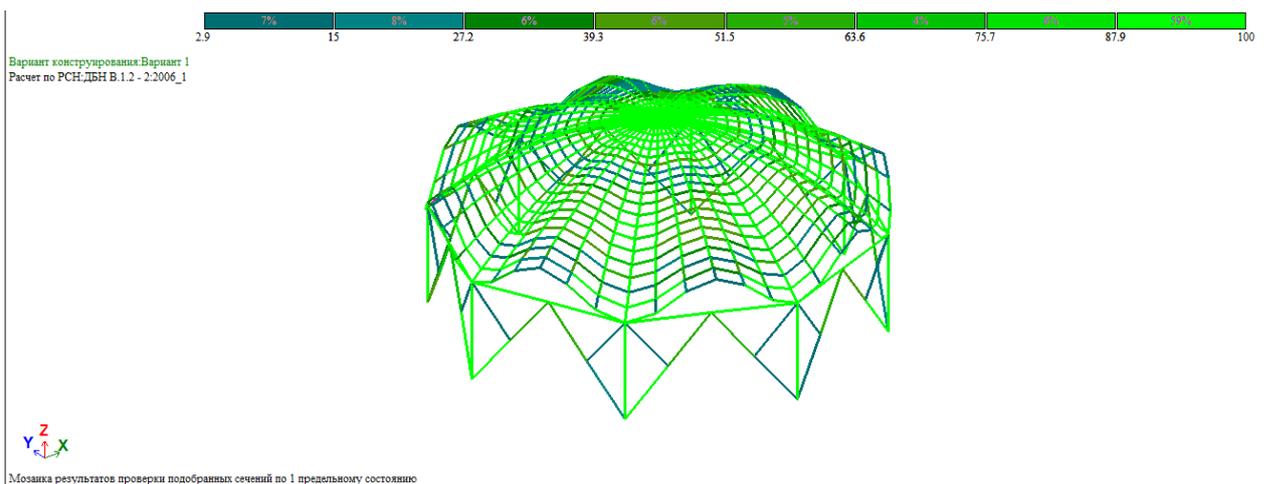


Рис.5.30 Мозаїка результатів розрахунку за 1ГС сталевих елементів із поперечним перерізами, після 1-го ітераційного розрахунку, % несучої здатності для моделі К-3-8

В таблиці 5.4 приведено найбільший % використання перерізу після першого ітераційного розрахунку.

Таблиця 5.4 Максимальне використання перерізу (%) після 1-ї ітерації

Назва конструктивної групи стержнів	Модель куполу		
	К-1-4	К-2-6	К-3-8
Поле оболонки	26,4	21,3	27,2

Опорний контур	71,1	71	78,7
Затяжка	521	623	420
Колони	287	671	347
В'язі		1,8	3,9

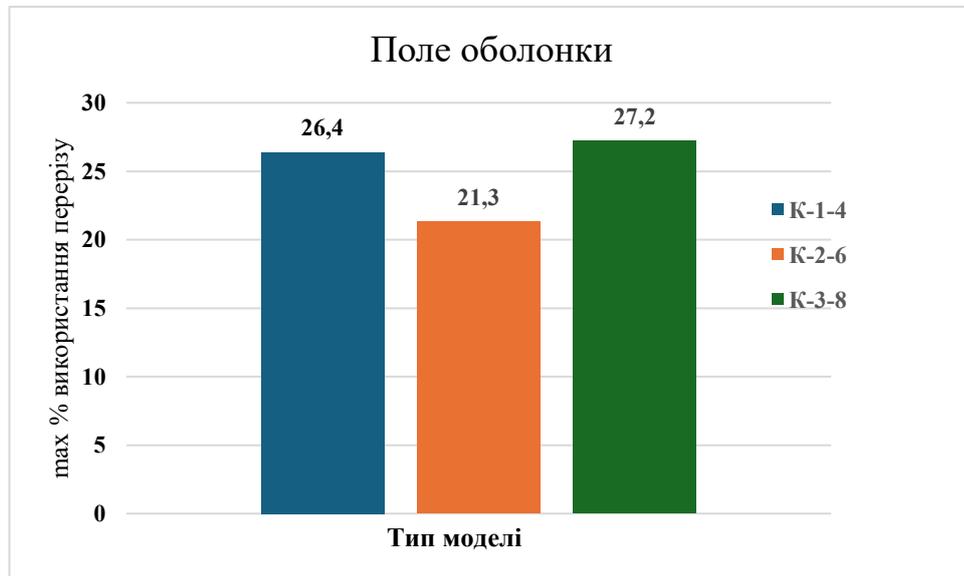


Рис.5.31 Максимальне використання перерізу (%) після 1-ї ітерації в стержнях поля оболонки



Рис.5.32 Максимальне використання перерізу (%) після 1-ї ітерації в стержнях опірної кільця (контур)

Найбільше використання несучої здатності елементів спостерігається:

-в затяжках — до 623 %,

-в колонах — до 671 % (модель К-2-6). Ці елементи потребують підсилення або корекції перерізів.

Елементи поля оболонки та опорного кільця працюють з незначним запасом (20–80 % від несучої здатності), що є допустимим для нормальної роботи конструкції.

Моделі К-1-4 і К-3-8 демонструють рівномірнішу роботу перерізів у порівнянні з К-2-6.

5.2.4 Підрахунок ваги конструктивних груп елементів з новими жорсткостями

У таблицях 5.5-5.8 подано результати першої ітерації статичного аналізу та підбору нових перерізів для груп стержнів конструкції.

Для кожної групи елементів за результатами розрахунків у модулі «Металеві конструкції» програмного комплексу ЛІРА-САПР 2024 було прийнято максимальний із підібраних профілів.

Таблиця 5.5 Підбір елементів **поля оболонки** після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина стержнів, м	Вага, т
К-1-4	С 245	Гн[] 350x300x12	0,113	1703,27	192,4695
К-2-6	С 245	Гн[] 250x250x11,5	0,087	1722	149,814
К-3-8	С245	Гн[] 300x200x9,5	0,070	1750	122,5

Таблиця 5.6 Підбір елементів **опірною контуру** оболонки після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина стержнів, м	Вага, т
К-1-4	С245	ТЕ 102x4	0.00966	97,8	0,944748
К-2-6	Ст2сп	ТЕ 159x6	0.0226	101,8	2,30068
К-3-8	С245	ТЕ 168x5,5	0.0220	106,73	2,34806

Таблиця Підбір елементів **затяжки** після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина стержнів, м	Вага, т
К-1-4	Ст2 сп	ТБ 251x9,5	0,0566	84,9	4,80534
К-2-6	Ст2 сп	ТБ 219x19	0,0882	90	7,938
К-3-8	Ст2 сп	ТБ 299x8,5	0,0612	92	5,6304

Таблиця 5.7 Підбір елементів **колон** після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина стержнів, м	Вага, т
К-1-4	Ст2сп	ТБ 550x75	0,878	28	24,584
К-2-6	С235/С235	2--210*18 пояс --170x6 стінка	0.0692	14	0,9688
		2--240*20 пояс --390x16 стінка	0.1468	14	2,0552
		2--210*18 пояс --440x18 стінка	0.1418	14	1,9852
					Всього:5,0

К-3-8	C235/C235	2--210x8 пояс --170x6 стінка	0,03438	56	1,93
-------	-----------	------------------------------------	---------	----	------

Таблиця 5.8 Підбір елементів в'язей після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1 м.п. профілю, т	Довжина стержнів поясу, м	Вага, т
К-1-4	-	-	-	-	-
К-2-6	C245	2L 25x4	0,00289	184,7	0,533783
К-3-8	C245	2L 30x4	0,00352	217,3	0,764896

Таблиця 5.9 Підрахунок загальної ваги моделей

Назва конструктивної групи елементів	Вага, т		
	Назва моделі		
	К-1-4	К-2-6	К-3-8
Поле оболонки	192,47	149,81	122,50
Опірний контур	0,94	2,30	2,35
Затяжки	4,81	7,94	5,63
Колони	24,58	0,97	1,93
В'язі	0,00	0,53	0,76
Всього:	222,80	161,56	133,17



Рис.5.33 Вага поля оболонки для різних моделей, що досліджуються



Рис. 5.34 Вага опірної контури для різних моделей, що досліджуються



Рис.5.35 Вага конструктивного елемента «зтяжка» для різних моделей, що досліджуються

На рис.5.36 наведена загальна вага моделей хвилястого куполу обертання і з урахуванням, в тому ваги колон в загальній вазі всієї конструкції.

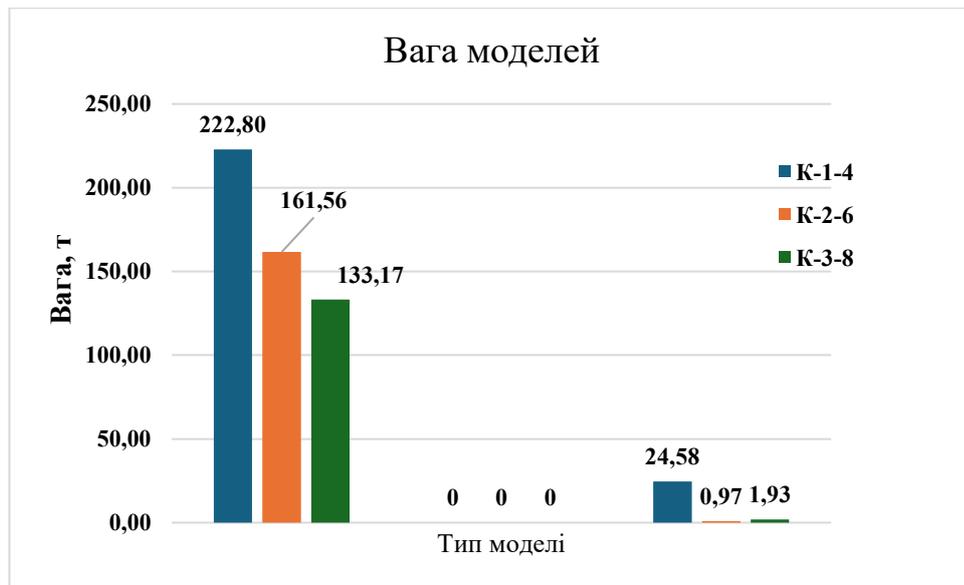


Рис.5.36 Загальна вага моделей стержньової оболонки, що досліджувався, з урахуванням ваги колон

На рис.5.37 наведено вагу для кожної моделі стержньового куполу вагу кожної групи її конструктивних елементів. Так, очевидно, що для всіх моделей найбільшу частку за вагою займає масивне стержньове поле оболонки в порівнянні з вагою решти групи конструктивних елементів.

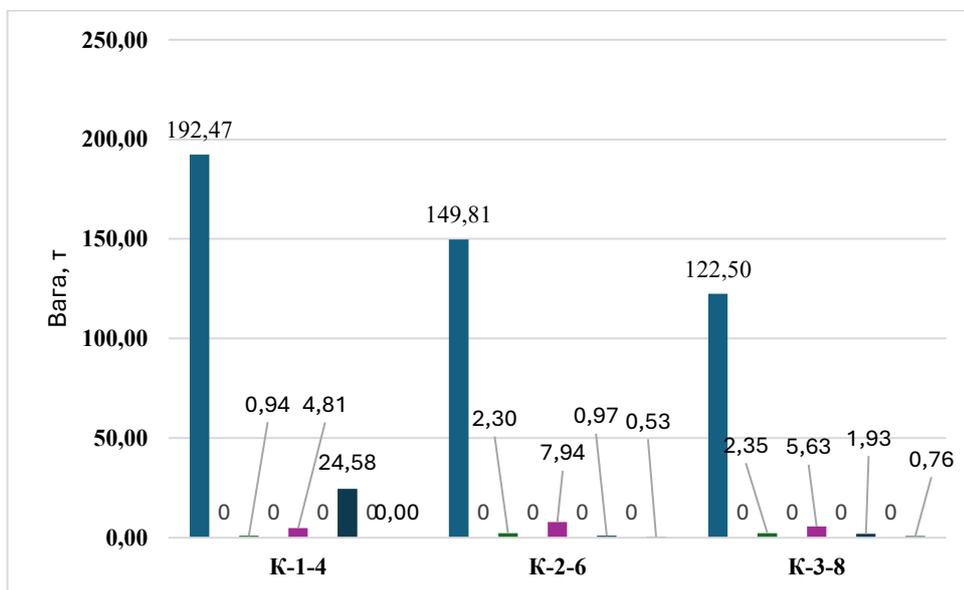


Рис.5.37 Підрахунок ваги конструктивних груп стержнів

На рис.5.38 наведено залежність загальної ваги моделі оболонки від кількості колон.

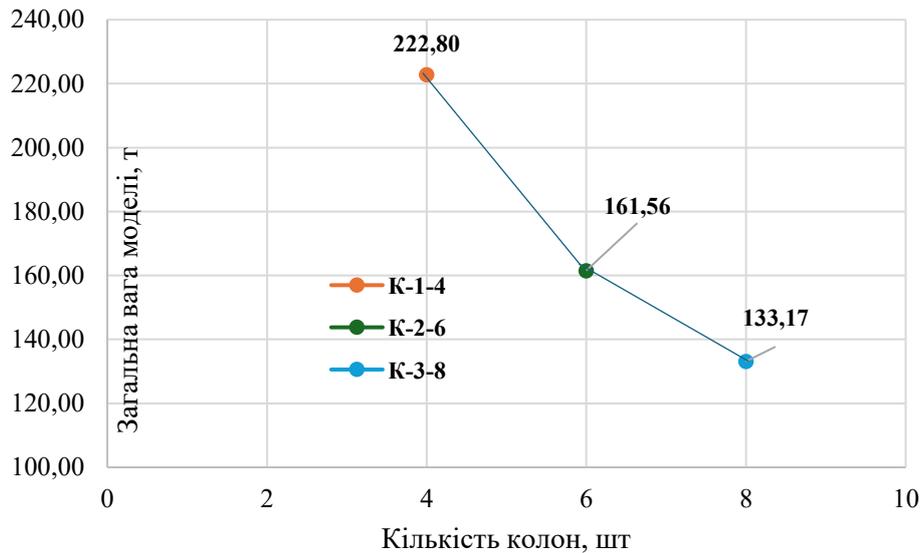


Рис.5.38 Залежність ваги куполу від кількості колон

Із рис.5.38 видно, що із збільшенням кількості колон в моделі її загальна вага зменшується.

РОЗДІЛ 6. ВИСНОВКИ

1. Усі моделі, що досліджуються, мають **достатній запас стійкості** ($n > 1$), що свідчить про працездатність систем у межах граничних станів.

Найвищу стійкість при власній вазі (РСН1) показала **модель К-3-8** ($n = 26,49$), що пояснюється більшою кількістю хвиль, які забезпечують рівномірніший розподіл напружень і жорсткість оболонки.

При дії повного комплексу навантажень (РСН2) **найбільш стійкою є модель К-2-6** ($n = 6,8$) — завдяки оптимальному співвідношенню кількості хвиль і геометричних параметрів.

Моделі К-2-6 та К-3-8 мають близькі значення коефіцієнтів стійкості ($n \approx 5-7$), що свідчить про стабільну поведінку конструкцій при різних комбінаціях навантажень.

2. Із збільшенням кількості хвиль **максимальні стискаючі зусилля зменшуються**, що свідчить про ефективніший розподіл навантаження.

Для поля оболонки:

К-1-4: $N_{\max} = -529$ т

К-2-6: $N_{\max} = -385$ т

К-3-8: $N_{\max} = -199,8$ т

В опорному контурі найбільші стискаючі зусилля — у моделі К-2-6 ($N = -49,9$ т), найменші — у К-3-8 ($N = -23,3$ т).

У затяжках та колонах спостерігаються значні розтягувальні зусилля, що вказує на активну участь цих елементів у забезпеченні просторової стійкості.

3. Усі моделі забезпечують нормативну стійкість та жорсткість при розрахункових навантаженнях. Оптимальною за співвідношенням жорсткості, стійкості та напруженого стану є модель К-2-6.

Модель К-3-8 має найвищий запас стійкості, однак її реалізація є складнішою та матеріаломісткішою. Модель К-1-4 — найпростіша конструктивно, проте має підвищені стискаючі зусилля і потребує жорсткіших перерізів.

Для моделей з 6–8 хвилями доцільно передбачати систему вертикальних порталних зв'язків для підвищення просторової жорсткості. В усіх випадках прогини не перевищують допустимих значень, а робота стержнів не виходить за межі несучої здатності після оптимізації перерізів.

4. Зі збільшенням кількості хвиль (від 4 до 8) структура купола стає жорсткішою, що дозволяє використовувати менші перерізи стержнів і, відповідно, зменшує загальну масу конструкції;

- збільшення **кількості колон** також позитивно впливає на зменшення матеріалоемності, оскільки зменшуються прольоти між точками обпирання;
- у всіх моделях **найбільшу частку маси становить поле оболонки** — понад 80% загальної ваги.

Таким чином, **модель К-3-8** (8 хвиль, 8 колон) виявилася **найбільш ефективною** за матеріалоемністю — її загальна вага на 40% менша, ніж у моделі К-1-4.

5. Збільшення кількості хвиль у стержньовій оболонці призводить до зростання її просторової жорсткості та зменшення матеріалоемності. Збільшення кількості колон сприяє більш рівномірному розподілу зусиль і зменшенню розмірів елементів.

Оптимальним за співвідношенням «жорсткість–матеріалоемність» є варіант К-3-8, що характеризується найменшою загальною вагою при збереженні необхідної несучої здатності. Поле оболонки є визначальним елементом за вагою, тому саме **на його конструктивне вдосконалення слід орієнтуватися при подальшій оптимізації конструкцій стержньових куполів.**

Література

1. ДСТУ Б В.1.2-3:2006 «Прогини і переміщення. Вимоги проектування»
2. Chilton, J. *Space Grid Structures*. – Oxford: Architectural Press, 2000. – 176 p.
3. Неки, К. *Design and Analysis of Spatial Structures*. – Tokyo: Architectural Institute of Japan, 2010. – 312 p.
4. Бабич, Є. М. *Основи проектування сталевих сітчастих конструкцій*. – Львів: НУ «Львівська політехніка», 2012. – 154 с.
5. Timoshenko, S. P., Gere, J. M. *Mechanics of Materials*. – Boston: Cengage Learning, 2012. – 912 p.
6. Хомутов, В. П. *Архітектурно-конструктивні рішення просторових споруд*. – Харків: ХНУБА, 2018. – 132 с.
7. Liddell I. *Frei Otto and the development of gridshells* // *Journal of Structural* (ScienceDirect) — 2015.. Режим доступу: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214399815300011?utm_source=chatgpt.com
8. Jiang Y., Zegard T., Baker W.F., Paulino G.H. *Form-finding of grid-shells using the ground structure and potential energy methods: a comparative study and assessment* // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018. Vol. 57, No. 3, pp. 1187-1211. DOI: 10.1007/s00158-017-1804-3. Режим доступу: https://paulino.princeton.edu/journal_papers/2018/SMO_18_FormFindingOfGridShells.pdf?utm_source=chatgpt.com
9. Winslow P., Pellegrino S., Sharma S.B. *Multi-objective optimization of free-form grid structures* // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2010. Vol. 40, pp. 257-269. DOI: 10.1007/s00158-009-0358-4. Режим доступу:

https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-009-0358-4?utm_source=chatgpt.com

- 10 Malek S.R. Mechanics of Grid Shells. Theses (MIT) — 2012.
Режим доступу:
https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/74425/813047364-MIT.pdf?isAllowed=y&sequence=2&utm_source=chatgpt.com
- 11 Form-Finding of Grid Shells // *Journal of the Chinese Society for ...* (JCEMA) Режим доступу:
https://www.jcema.com/article_176676_8c3d0853738380b446323f1a3aa2c219.pdf?utm_source=chatgpt.com
- 12 ДБН В.2.6-198:2014. *Сталеві конструкції. Норми проектування*. — Чинний від 2015-01-01. — К.: Мінрегіон України, 2014. — 141 с.
- 13 ДБН В.1.2-2:2006. *Навантаження та впливи. Норми проектування*. — Чинний від 2007-01-01. — К.: Мінбуд України, 2006. — 70 с.
- 14 Сіромолот Г.В. Аналіз впливу вітрового навантаження на відхилення напружено-деформованого стану житлового будинку [Тези доповіді]. — Запоріжжя
- 15 Duvik S.H., Manum B., Rønnquist A. Gridshells in Recent Research — A Systematic Mapping Study // *Applied Sciences*. — 2021. — Vol. 11, No. 24. — Art. 11731. — DOI: 10.3390/app112411731. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://www.mdpi.com/2076-3417/11/24/11731>.
- 16 Jiang Y., Zegard T., Baker W. F., Paulino G. H. Form-finding of grid-shells using the ground structure and potential energy methods: a comparative study and assessment // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2018. — Vol. 57, No. 3. — P. 1187–1211. — DOI:

- 10.1007/s00158-017-1804-3. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/s00158-017-1804-3>.
- 17 Adriaenssens S., Block P., Veenendaal D., Williams C. (eds.) Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization. — London / New York: Routledge (Taylor & Francis Group), 2014. — 320 p. — DOI: 10.4324/9781315849270. (Книга; електронний доступ) Режим доступу: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781315849270>.
- 18 Winslow P., Pellegrino S., Sharma S. B. Multi-objective optimization of free-form grid structures // Structural and Multidisciplinary Optimization. — 2010. — Vol. 40. — P. 257–269. — DOI: 10.1007/s00158-009-0358-4. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0358-4>.
- 19 Winslow P., Pellegrino S. Mapping two-way grids onto free-form surfaces // Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures (J. IASS). — 2008. — Vol. 49, No. 2. — P. 123–130. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://www.ingentaconnect.com/content/iass/jiass/2008/00000049/00000002/art00006> або PDF: <https://www.its.caltech.edu/~sslab/PUBLICATIONS/Mapping%20two-way%20grids%20onto%20free-form%20surfaces%202007.pdf>.
- 20 Harris R., Romer J., Kelly O., Johnson S. Design and construction of the Downland Gridshell // Building Research & Information. — 2003. — Vol. 31, No. 6. — P. 427–454. — DOI: 10.1080/0961321032000088007. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://doi.org/10.1080/0961321032000088007>.
- 21 Tang G., Chilton J., Beccarelli P. Progressive Development of Timber Gridshell Design, Analysis and Construction // Proceedings IASS Symposium, Wrocław, Poland, 2013. — 2013. (Тези / матеріали

конференції) (Електронний ресурс) Режим доступу:
<https://shura.shu.ac.uk/23434/> (сторінка з публікацією).

- 22 Su L., Zhu S.-L., Xiao N., Gao B.-Q. An automatic grid generation approach over free-form surface for architectural design // *Journal of Central South University*. — 2014. — Vol. 21. — P. 2444–2453. — DOI: 10.1007/s11771-014-2198-7. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/s11771-014-2198-7>.
- 23 Lefèvre B., Douthe C., Baverel O. Buckling of elastic gridshells // *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures (J. IASS)*. — 2015. — Vol. 56, No. 3. — P. 153–171. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://www.ingentaconnect.com/content/iass/jiass/2015/00000056/00000003/art00002> (PDF-версії у відкритому доступі на ресурсах авторів).
- 24 Moskaleva A., Gusev S., Konev S., Sergeichev I., Safonov A., Hernández-Montes E. Composite freeform shell structures: Design, construction and testing // *Composite Structures*. — 2023. — Vol. 306. — Art. 116603. — DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.116603. (Електронний ресурс) Режим доступу: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116603>.

ДОДАТКИ



Sumy
National
Agrarian
University

Кафедра будівельних конструкцій

***Оптимізація конструктивного вирішення
сталевіт крокв'яної ферми за критерієм
матеріалоємності***

Студент: Горілий Олександр Володимирович

Група БУД 2401-2м , курс 2м

Керівник: к.т.н., доцент Срібняк Н.М.

Актуальність теми

- Сітчасті хвилясті куполи-параболоїди відзначаються високою жорсткістю та несучою здатністю при малій вазі.
- Завдяки раціональній геометрії вони ефективно передають навантаження вздовж стержнів, мінімізуючи згин і витрати матеріалу.
- Хвиляста форма підвищує аеродинамічну стійкість і додає архітектурної виразності, що робить такі конструкції популярними для великих публічних споруд, **а дослідження їхньої роботи є актуальною задачею**, оскільки дозволяє підвищити ефективність використання матеріалів, забезпечити надійність при мінімальній вазі та розширити можливості проектування легких просторових систем великого прольоту.

Апробація роботи

- 1. Горілий О.В., Срібняк Н.М. Раціональні рішення покриттів на основі структурних оболонок. // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) – Суми, 2025.
- 2. Горілий О.В., Срібняк Н.М. Дослідження просторової роботи оболонкових систем у будівництві. // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції студентів та аспірантів, присвяченої Міжнародному дню студента (17-21 листопада 2025 р.) – Суми, 2025.

- **Метою** дослідницької роботи є встановлення особливостей статичної роботи моделей стержньової хвилястої купольної оболонки та визначити матеріалоємність кожної моделі, проаналізувати фактор, що впливають на напружено-деформований стан конструкції.

Задачі дослідження:

- У середовищі ЛІР-ВІЗОР ПК Ліра-САПР змоделювати три варіанти багатохвильових стержньових куполів із різною кількістю хвиль та колон, зберігаючи інші параметри сталими.
- Виконати статичний розрахунок моделей, визначити осьові зусилля, прогини та загальну стійкість.
- Проаналізувати використання початково прийнятих перерізів.
- Підібрати нові перерізи в модулі «Метал» за нормативною методикою
- Розрахувати вагу конструктивних елементів і загальну масу моделей.
- Сформулювати висновки та визначити напрями подальших досліджень

Методи дослідження

1. Теоретичні методи

- **Аналітичне узагальнення** – опис геометрії оболонки аналітичними рівняннями.
- **Припущення і спрощення** – формулювання гіпотез, спрощення системи до числової моделі.
- **Інженерні розрахункові залежності** – попередня оцінка напружень і прогинів, перевірка розрахунків.

2. Числові методи

- **Метод скінченних елементів (МСЕ)** – просторове моделювання у ЛІРА-САПР, аналіз напружень, стійкості.
- **Варіювання параметрів** – зміна геометрії для оцінки впливу на стійкість і вагу.
- **Числовий експеримент** – поетапне комп'ютерне моделювання, аналіз і конструювання.

3. Графоаналітичні методи

- **Епюри та мозаїки результатів** – візуальний аналіз критичних зон.
- **Порівняльні графіки** – виявлення тенденцій впливу параметрів на зусилля, вагу, стійкість.

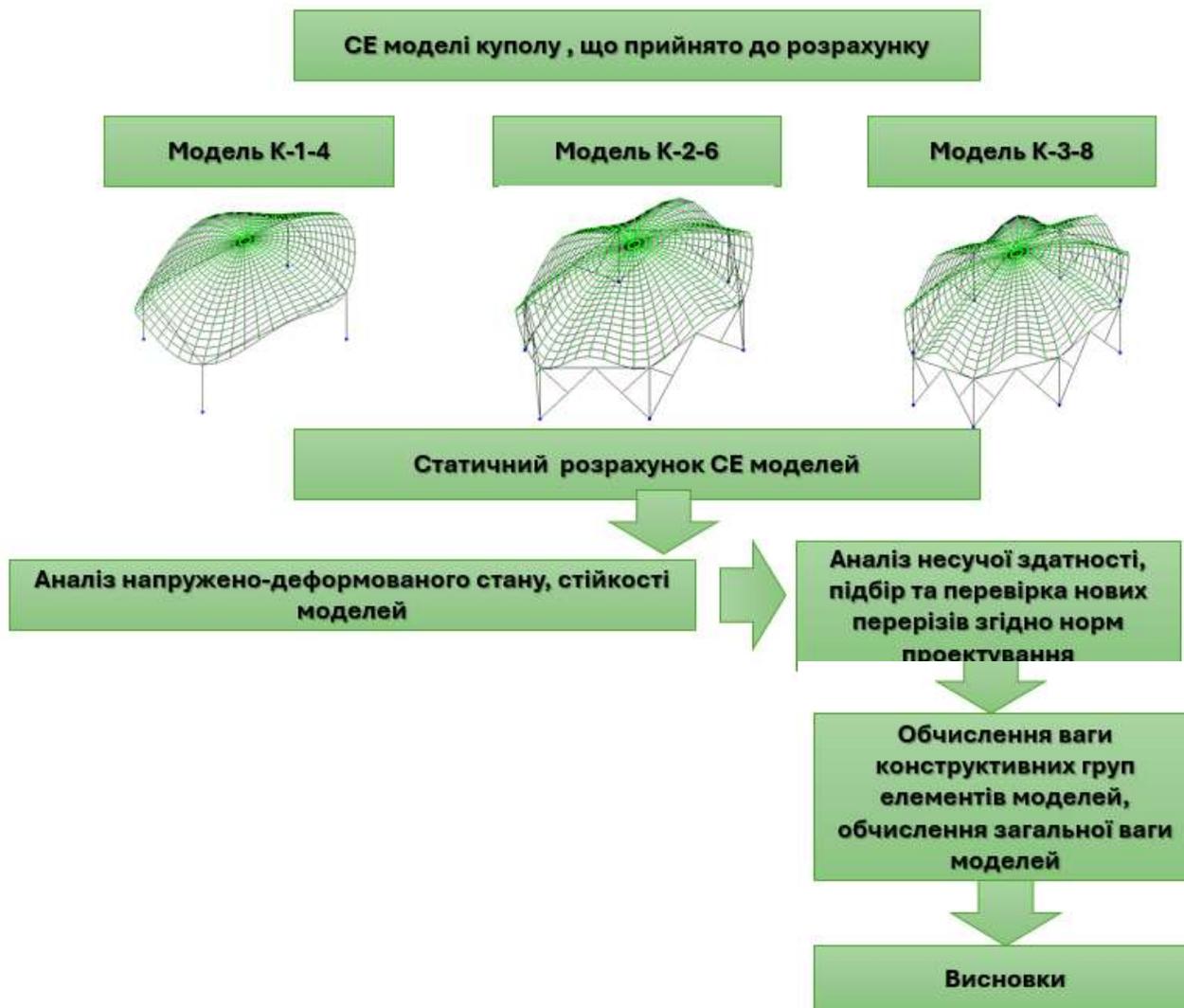
4. Методи оцінювання ефективності

- **Питома вага конструкції** – розподіл маси між елементами.
- **Коефіцієнт використання матеріалу** – ефективність несучої здатності.
- **Нормовані критерії оптимізації** – мінімізація матеріалоемності при забезпеченні стійкості.

5. Методи узагальнення результатів

- **Порівняльний аналіз моделей** – систематизація даних, виявлення закономірностей.
- **Аналітична інтерпретація** – пояснення фізичного змісту результатів.
- **Висновок:**
Комплексний підхід поєднує теоретичний аналіз, числове моделювання, графічну інтерпретацію та оцінку ефективності — забезпечуючи повне дослідження стійкості та матеріалоемності сітчастих купольних оболонок.

Алгоритм проведення числового експерименту в ПК ЛІРА-САПР

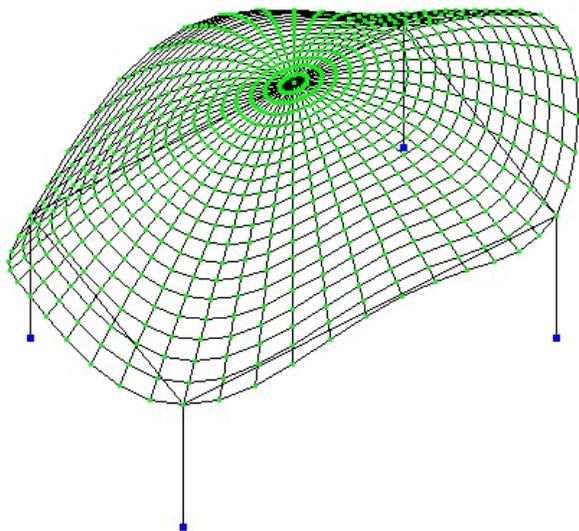


Скінченоелементні моделі, що прийнято до розрахунку

Тип моделі	Кількість хвиль/колон, шт	Висота параболоїда, м	Радіус параболоїда, м	Висота хвилі, м	Кількість елементів в радіальному напрямку	Кількість елементів в окружному напрямку	Висота колони, м
К-1-4	4/4	7,5	15,0	3,0	20	48	7
К-2-6	6/6						
К-3-8	8/8						

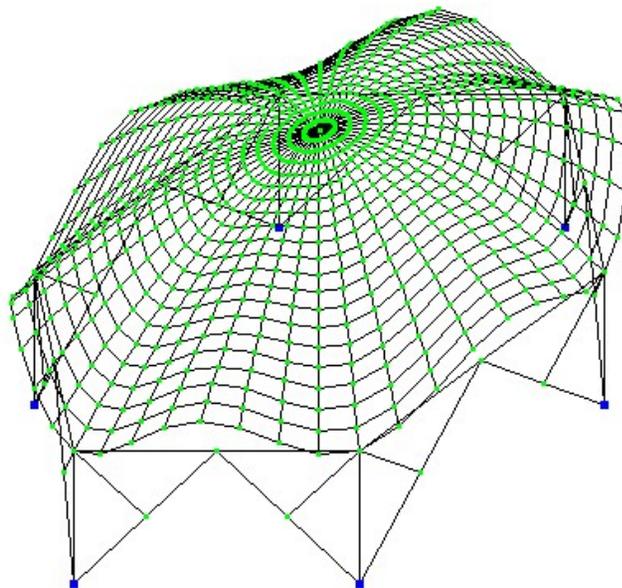
Скінченоелементні моделі багатохвильового куполу обертання

модель №1
(К-1-4)



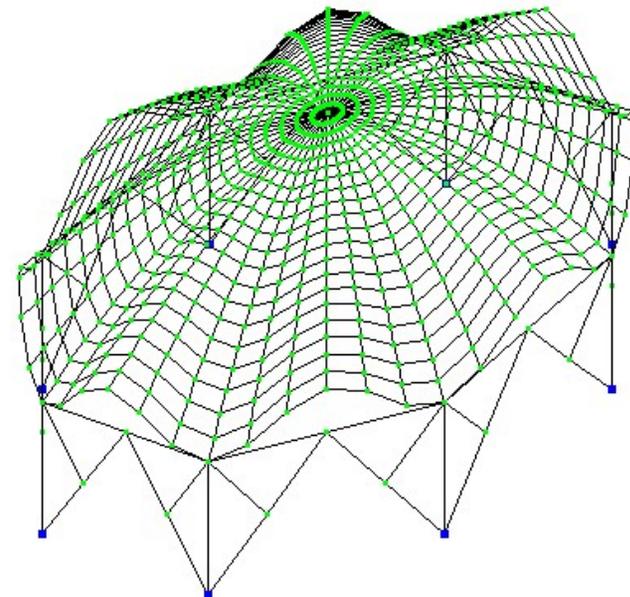
4 хвилі/4 колони

модель №2
(К-2-6)



6 хвиль/6 колон

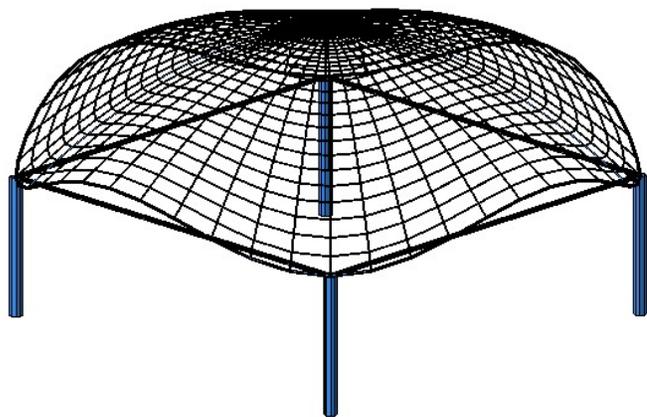
модель №3
(К-3-8)



8 хвиль/8 колон

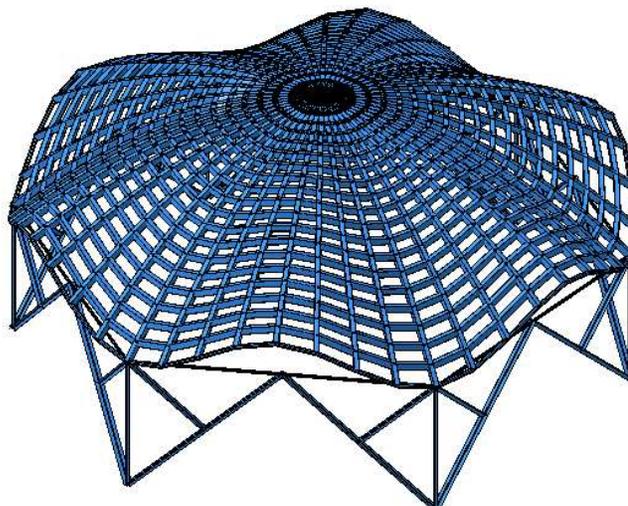
Просторові (3D) моделі багатохвильового куполу обертання

К-1-4



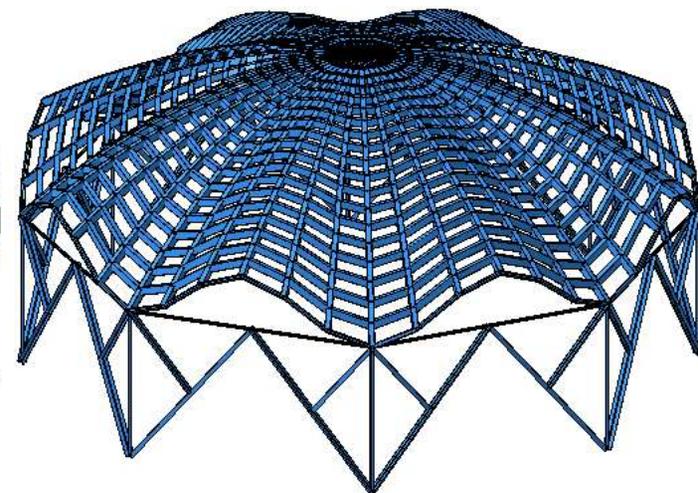
4 хвилі/4 колони

К-2-6



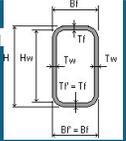
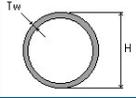
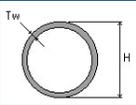
6 хвиль/6 колон

К-3-8

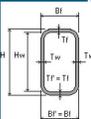
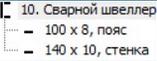


8 хвиль/8 колон

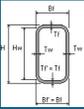
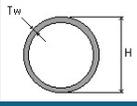
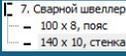
Таблиця 2. Жорсткості конструктивних елементів стержньової оболонки К-1-4

Назва групи стержнів	Поперечний переріз	$E, \text{т/м}^2$	$R, \text{т/м}^3$	Коефіцієнт Пуасона, μ	Марка сталі
Поле оболонки	 <p>ТБ 350x300x8 Профілі сталеві гнуті замкнуті зварні прямокутні для будівельних конструкцій (ГОСТ 30245-2003)</p>	$2,1 \cdot 10^7$	7,85	0,3	Ст2сп
Опірний контур	 <p>ТБ 133x4 Труби сталеві електрозварні прямошовні (ГОСТ 10704-91).</p>				С245
Затяжка	 <p>200x13 Кутники сталеві гарячекатані рівнополочні (ДСТУ 2251:2018).</p>				С245
Колони	 <p>ТБ 630x15 Труби сталеві безшовні гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78 із змінами № 1, 2)</p>				Ст 2сп

Таблиця 3. Жорсткості конструктивних елементів стержньової оболонки К-2-6

Назва групи стержнів	Поперечний переріз	E, т/м ²	R, т/м ³	Коефіцієнт Пуасона, μ	Марка сталі
Поле оболонки 	ТБ 350x250x6 Профілі сталеві гнуті замкнуті зварні прямокутні для будівельних конструкцій (ГОСТ 30245-2003)	2.1·10 ⁷	7,85	0,3	Ст2сп
Опірний контур 	ТБ 219x5 Труби сталеві безшовні гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78 із змінами № 1, 2)				Ст2сп
Затяжка 	140x5 Кутники сталеві гарячекатані рівнополочні (ДСТУ 2251:2018).				С245
Колони 	Прокат листовий гарячекатаний 2...50 (ДСТУ 8540:2015). Скорочений сортамент Україна				С235
В'язі 	200x14 Куточки сталеві гарячекатані рівнополочні (ДСТУ 2251:2018)				С245

Таблиця 4. Жорсткості конструктивних елементів стержньової оболонки К-3-8

Назва групи стержнів	Поперечний переріз	E, т/м ²	R, т/м ³	Коефіцієнт Пуасона, μ	Марка сталі
Поле оболонки 	ТБ 350x250x6 Профілі сталеві гнуті замкнуті зварні прямокутні для будівельних конструкцій (ГОСТ 30245-2003)	2,1 · 10 ⁷	7,85	0,3	Ст2сп
Опірний контур 	ТБ 219x5 Труби сталеві електрозварні прямошовні (ГОСТ 10704-76*)				Ст2сп
Затяжка 	140x4,5 Труби сталеві безшовні гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78 із змінами № 1, 2)				Ст2сп
Колони 	Прокат листовий гарячекатаний 2...50 (ДСТУ 8540:2015). Скорочений сортамент Україна				С235
В'язі 	200x14 Куточки сталеві гарячекатані рівноплочні (ДСТУ 2251:2018)				С245

Навантаження

- У розрахунковій схемі враховано **три комбінації** навантажень:
- **Завантаження 1** — постійне, зумовлене власною вагою оболонки;
- **Завантаження 2** — постійне, спричинене масою шарів покрівельного покриття;
- **Завантаження 3** — тимчасове, від снігового покриву

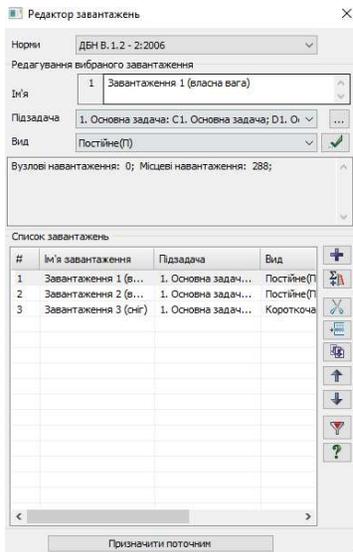


Рис.4.5 Вікно призначення навантажень на стержневу оболонку

Збір навантажень на 1м2 оболонки

№ з/п	Назва конструктиву	Нормативне значення, кг/м ²	Коефіцієнт надійності за навантаженням γ_f	Розрахункове значення, кг/м ²
1	Наплавляємий евроруберойд «Акваізол»	10	1,2	12
2	Утеплювач – плити мінераловатні підвищеної жорсткості на синтетичному в'язучому	10	1,3	13
3	Пароізоляція – 1 шар руберойду	5	1,2	6
4	Профнастил	15	1,1	16,5
5	Прогони покриття із гнutoго профілю [18 (14,96 кгс/м.п)	1,29	1,1	1,42

6	Власна вага структури	Задається в ПК ЛІРА-САПР автоматично		
ВСЬОГО ПОСТІЙНЕ:		116,1		138,421
	<i>Тимчасове</i>			
7	Снігове (за ДБН В .1.2-2:2006)	167	1,14	190,38
ВСЬОГО ТИМЧАСОВЕ:		167		
РАЗОМ пост+тимч. без врахування власн. ваги структурної плити		244,18		328,8

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СТАТИЧНОГО РОЗРАХУНКУ

Стійкість моделей

- Попереднє моделювання оболонок показало, що для достатнього запасу стійкості моделі К-2-6 та К-3-8 треба влаштовувати між колонами вертикальні порталні зв'язки жорсткості.

Для моделі з чотирма хвилями (К-1-4) достатня стійкість забезпечується й без влаштування вертикальних зв'язків між колонами (при РСН2, $n=5,78$).

Рис. 5 Просторове зображення на прикладі моделі К-2-6 вертикальних системи жорсткості для оболонки (затяжки, вертикальні порталні зв'язки між колонами)

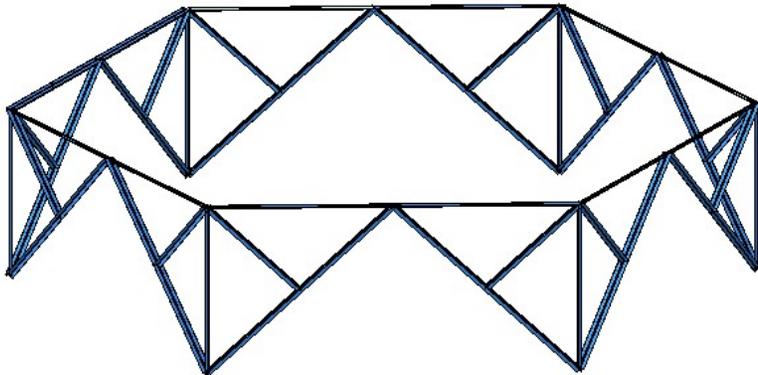


Рис. 6 Форма втрати стійкості від РСН2 ($n = 5,78$) для моделі К-1-4

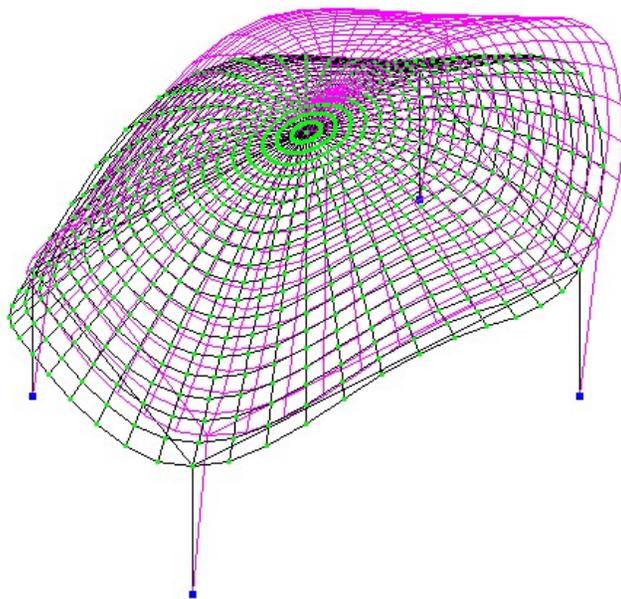


Рис. 7 Форма втрати стійкості від РСН2 ($n = 6,8$) для моделі К-2-6

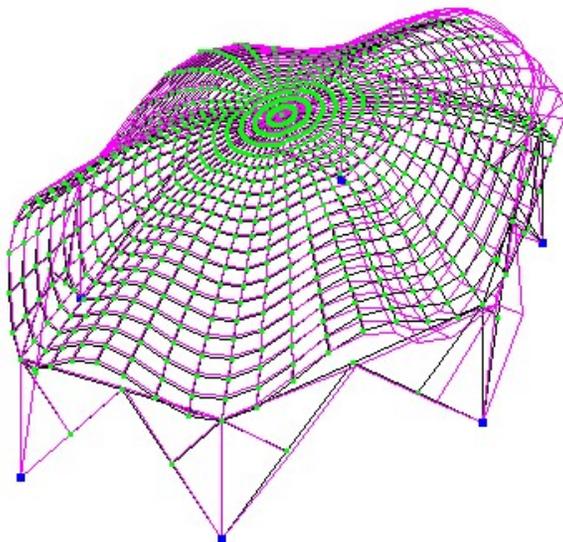
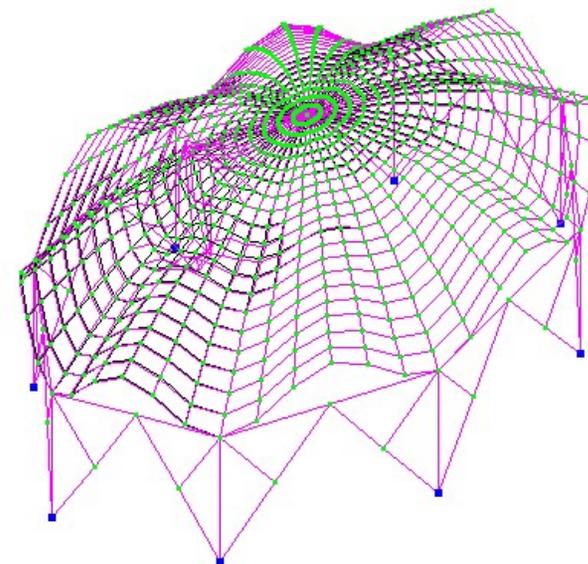
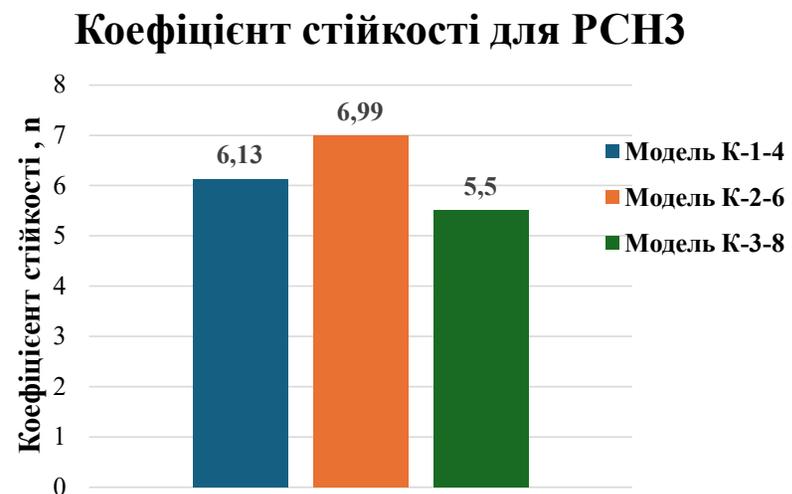
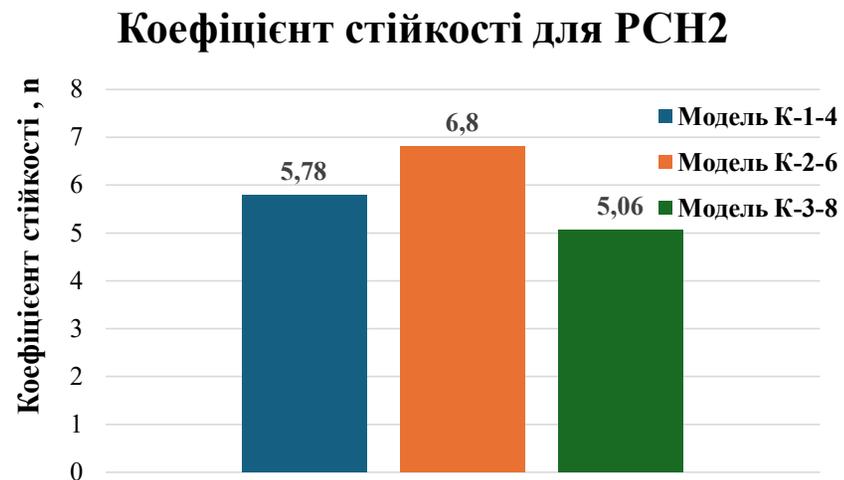
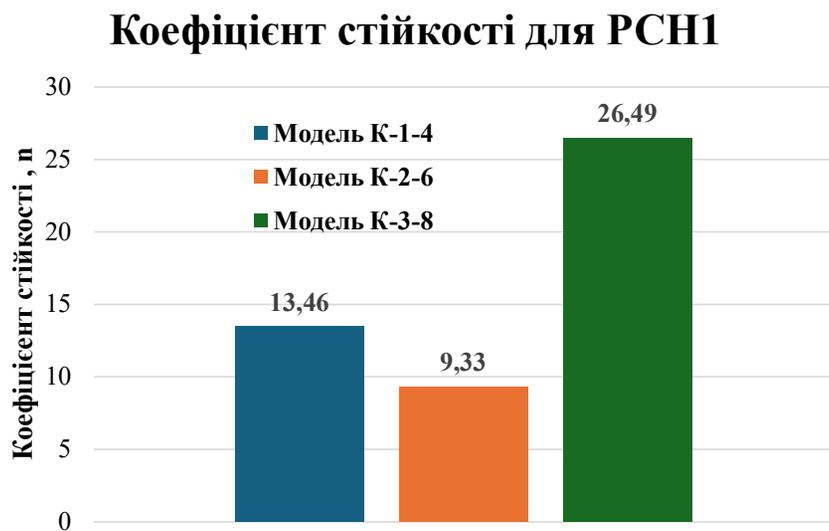


Рис.8 Форма втрати стійкості від РСН2 ($n = 5,06$) для моделі К-3-8



Таблиця. Коефіцієнти стійкості n для моделей оболонки

№ моделі	PCN1	PCN2	PCN3
Модель К-1-4	13,46	5,78	6,13
Модель К-2-6	9,33	6,8	6,99
Модель К-3-8	26,49	5,06	5,5



Висновки по стійкості

Без зовнішнього завантаження **найбільш стійкою** моделлю, виходячи із своєї геометрії та конструктивного вирішення є модель **К-3-8**.

Тобто, чим «густіше» розташовані хвилі, **тим модель є стійкішою**.

Другою за ступенем стійкості є модель К-1-4 з мінімальною кількістю хвиль.

Найменш стійкою від власної ваги є модель К-2-6. РСН2 враховує одночасну дію всіх навантажень – власної ваги, ваги покрівлі та снігового навантаження. Враховане повне значення цих навантажень (з коефіцієнтом сполучення $\psi=1$). **Так, від одночасної дії всіх навантажень найбільшу стійкість виявлену моделі К 2-6 (n=6,8)**. Але всі значення коефіцієнту запасу стійкості знаходяться в приблизно однакових межах (5,06 – 6,8)

Аналіз деформативності моделей

- Тобто для купольної стержньової оболонки з діаметром (прольотом) 30,0 м гранично-допустимий прогин за цією нормою становить:

$$f_u = 30\,000 \text{ мм} / 150 = 200 \text{ мм}$$

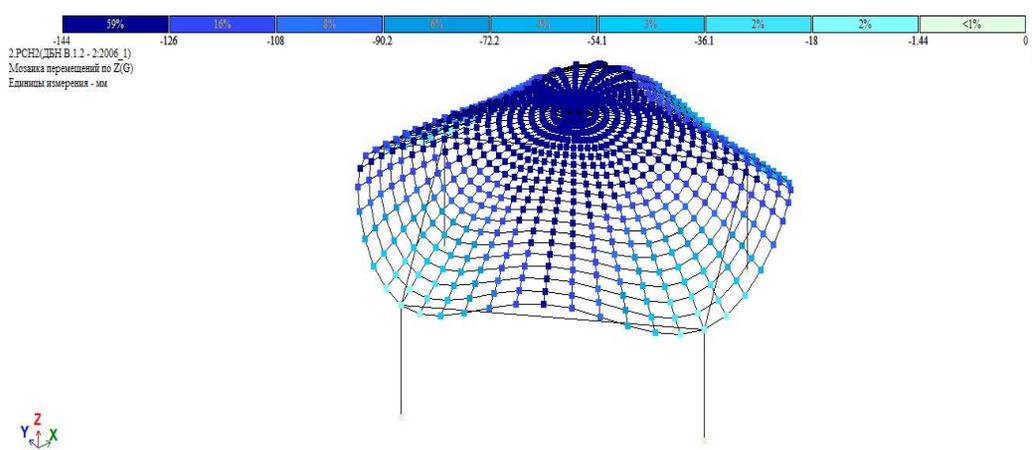


Рис. Мозаїка вертикальних переміщень вузлів (вздовж осі Z) від РСН2 для схеми К-1-4 ($f_z, \max = 144$ мм)

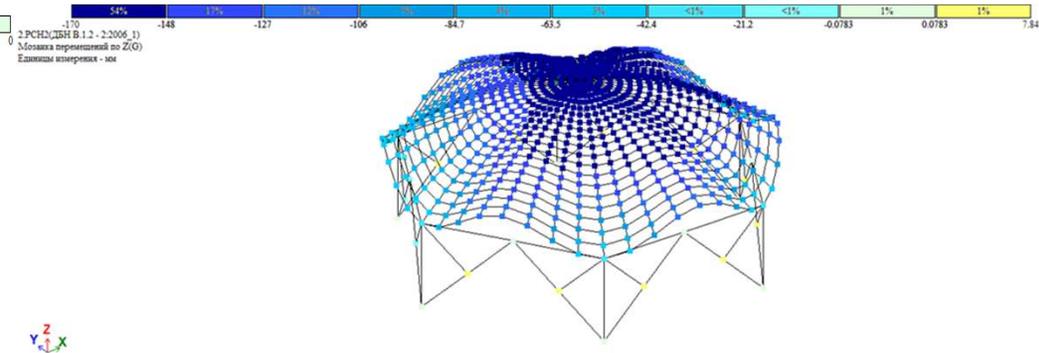
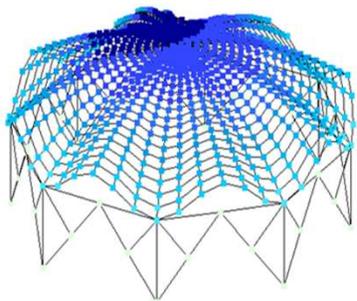


Рис. Мозаїка вертикальних переміщень вузлів (вздовж осі Z) від РСН2 для схеми К-2-6 ($f_z, \max = 170$ мм)



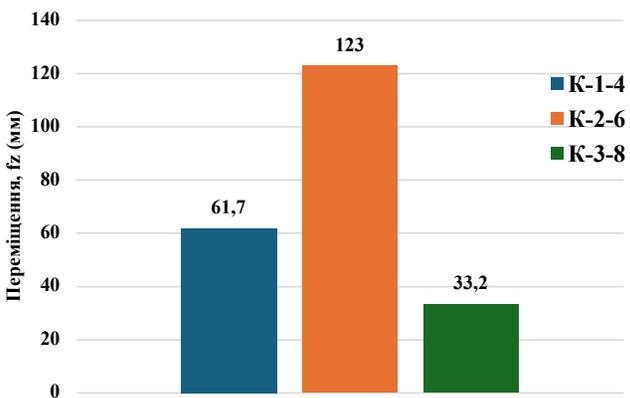
Таблиця Максимальні значення вертикальних прогинів від усіх розрахункових сполучень навантажень

Марка моделі куполу	Розрахункові сполучення навантажень		
	PCH1	PCH2	PCH3
К-1-4	61,7	144	136
К-2-6	123	170	165
К-3-8	33,2	145	133

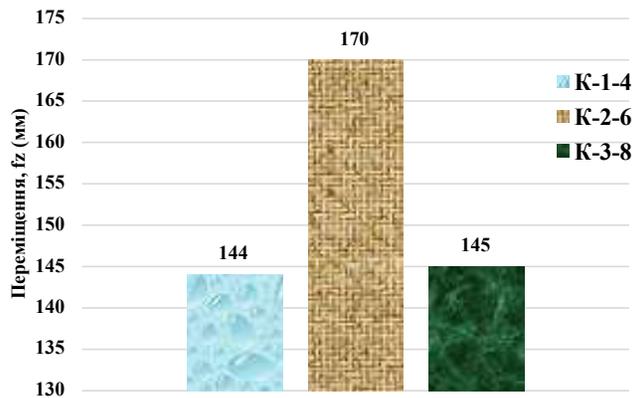


Рис. Мозаїка вертикальних переміщень вузлів (вздовж осі Z) від PCH2 для схеми К-3-8 ($f_{z,max} = 145$ мм)

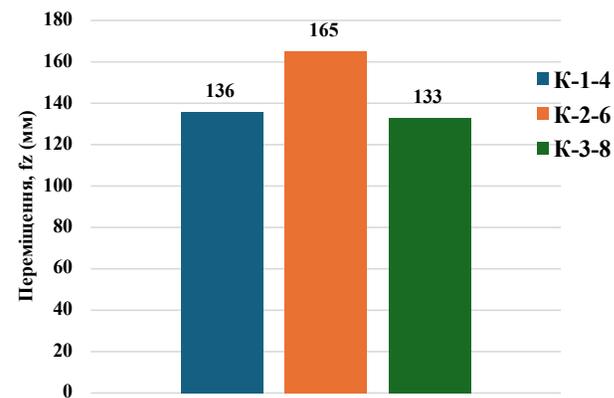
Максимальні прогини від PCH1



Максимальні прогини від PCH2



Максимальні прогини від PCH3



Висновки по деформативному стану

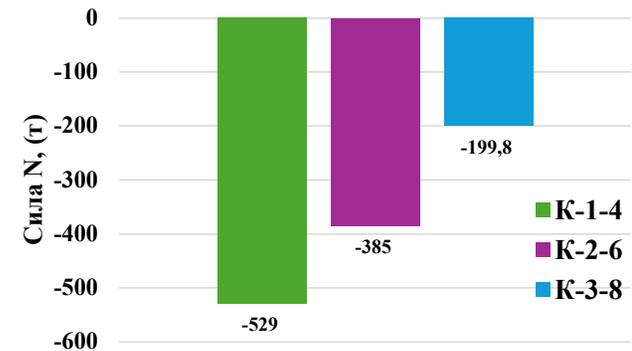
- Усі отримані прогини не перевищують нормативного значення, що підтверджує жорсткість та деформаційну придатність моделей:
- **К-1-4: $f_{\max} = 144$ мм**
- **К-2-6: $f_{\max} = 170$ мм**
- **К-3-8: $f_{\max} = 145$ мм**
- Найбільші прогини спостерігаються у моделі К-2-6, що зумовлено відносно більшою площею між опорними вузлами.
- Для моделі К-3-8 характерні мінімальні локальні деформації — збільшення кількості хвиль підвищує загальну жорсткість оболонки.

Аналіз зусиль в стержнях

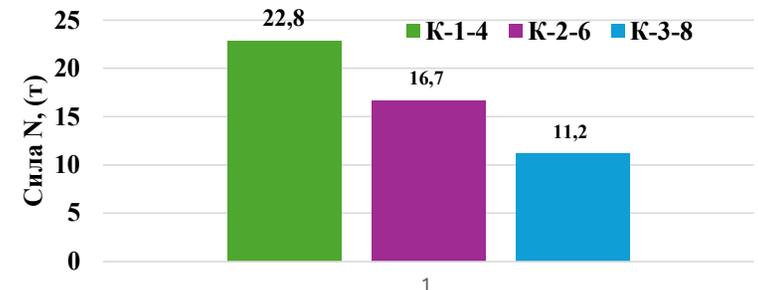
Таблиця. Максимальні значення осьової сили N для різних конструктивних груп стержнів моделей оболонки

Назва констр.групи стержнів	Тип моделі					
	К-1-4		К-2-6		К-3-8	
	Nmax+ (т)	Nmax- (т)	Nmax+ (т)	Nmax- (т)	Nmax+ (т)	Nmax- (т)
Поле оболонки	-529	22,8	-385	16,7	-199,8	11,2
Опірний контур поля	-28,2	3,48	-49,9	0	-23,32	0,1
Затяжки	0	218,97	0	249,5	0	160,48
Колони	-410,14	0	-331,8	0	-178,4	0
Зв'язки			-4,9	2,37	-3,99	0,6

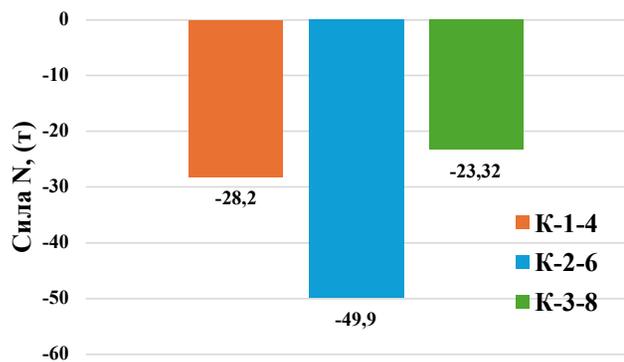
Максимальна осьова сила N(-), в стержнях поля оболонки



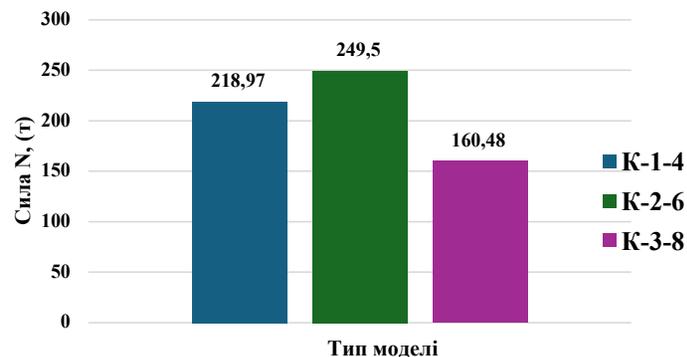
Максимальна осьова сила N(+), в стержнях поля оболонки



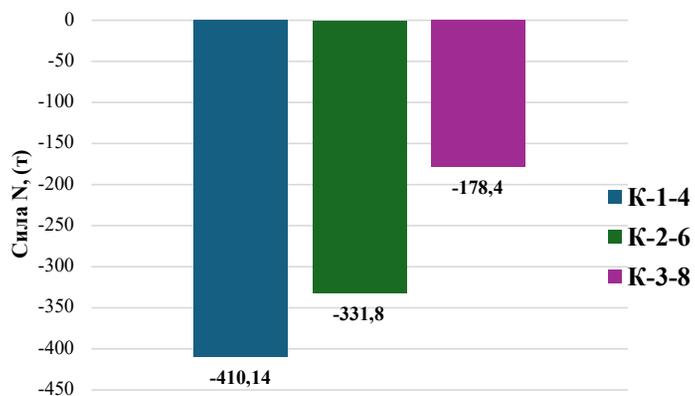
Максимальна осьова сила $N(-)$, в опорному контурі поля оболонки



Максимальна осьова сила $N(+)$, в стержнях зтяжки



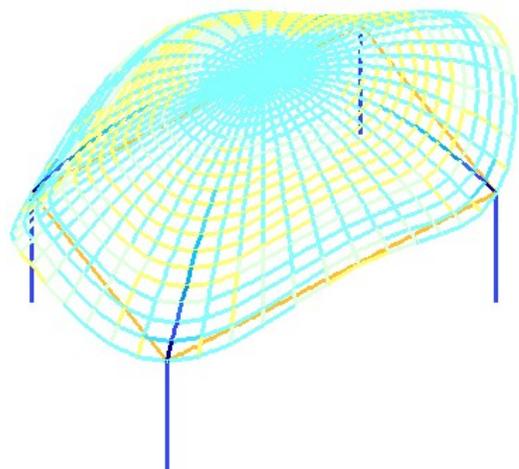
Максимальна осьова сила $N(-)$, в колонах



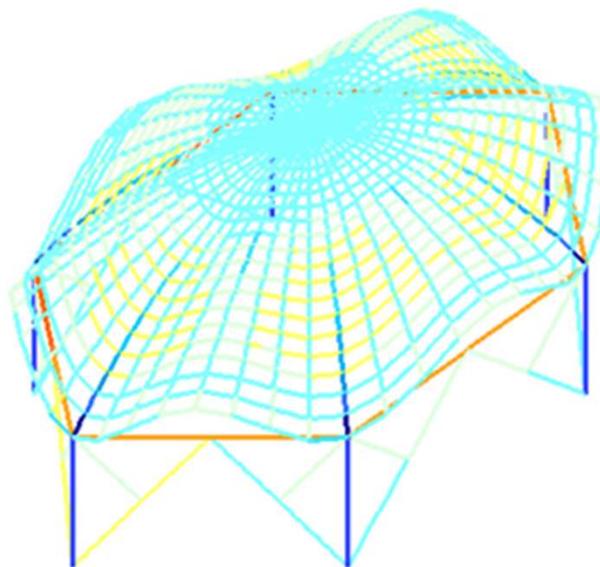
Залежність максимальної величини зусилля N в колонах від кількості колон в моделі



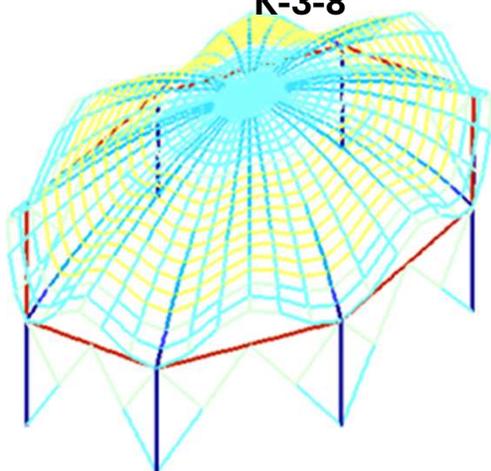
Мозаїка зусилля N в стержнях моделі К-1-4



Мозаїка зусилля N в стержнях моделі К-2-6

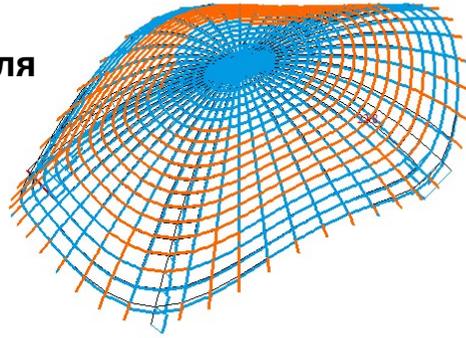


**Мозаїка зусилля N в стержнях моделі
К-3-8**



2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Этера N
Единицы измерения - т

Епюри осьового зусилля N для моделі К-1-4

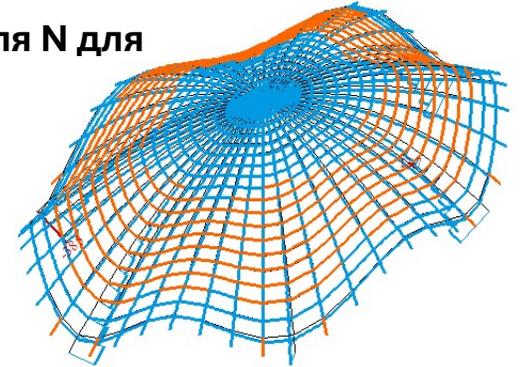


Zy
x

Минимальное значение -529.025; Максимальное значение 22.7507

2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Этера N
Единицы измерения - т

Епюри осьового зусилля N для моделі К-2-6

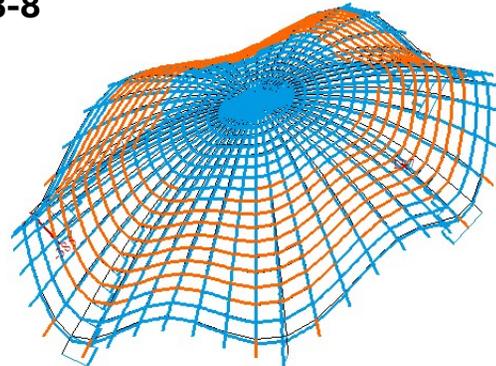


Zy
x

Минимальное значение -385.073; Максимальное значение 13.6721

2.РСН2(ДБН В.1.2 - 2:2006_1)
Этера N
Единицы измерения - т

Епюри осьового зусилля N для моделі К-3-8

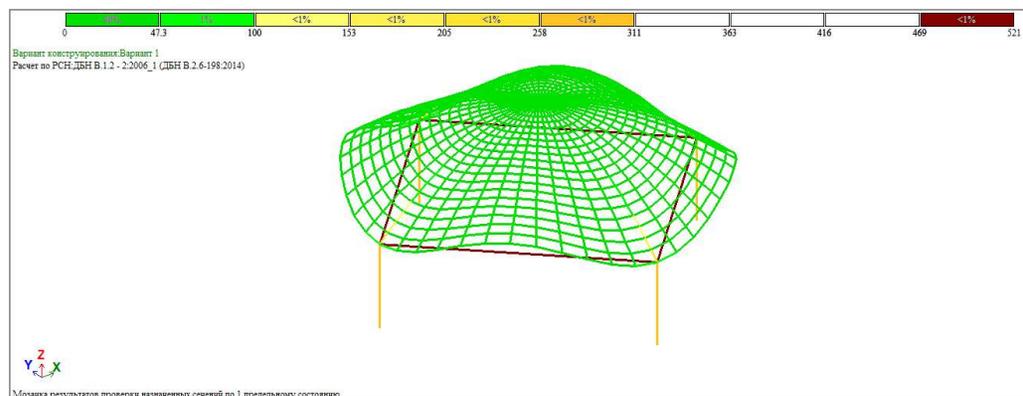


Zy
x

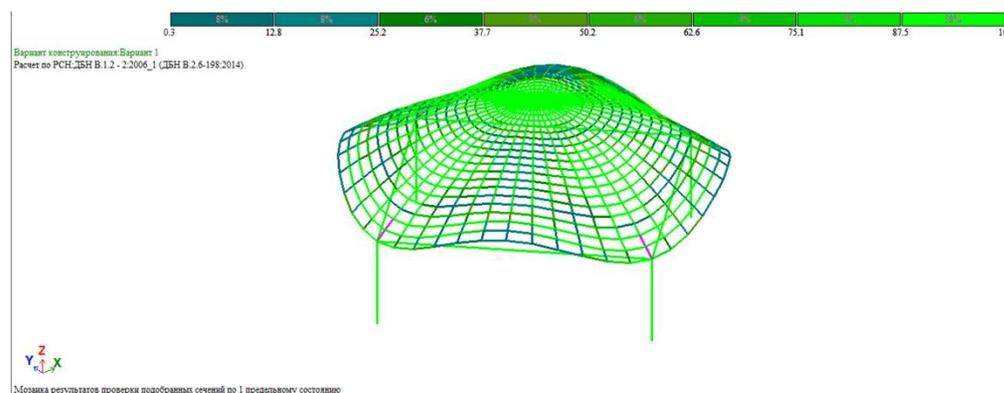
Минимальное значение -385.073; Максимальное значение 13.6721

Аналіз використання несучої здатності поперечних перетинів конструктивних груп стержнів

Мозаїка результатів розрахунку за 1 ГС сталевих елементів з поперечними перерізами, які призначені у вихідних даних, % несучої здатності для схеми К-1-4



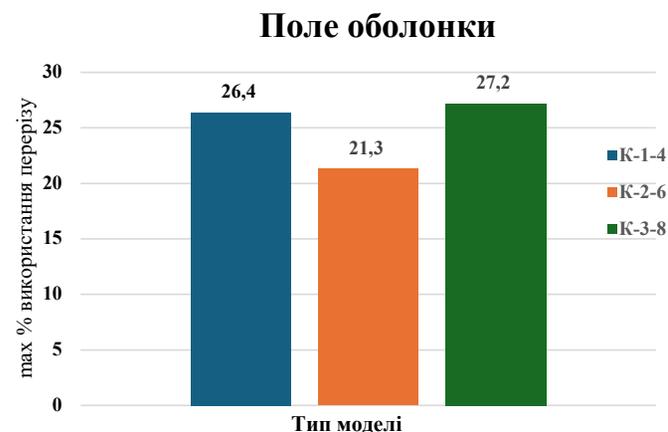
Мозаїка результатів розрахунку за 1 ГС сталевих елементів із поперечним перерізами, після 1-го ітераційного розрахунку, % несучої здатності для моделі К-1-4



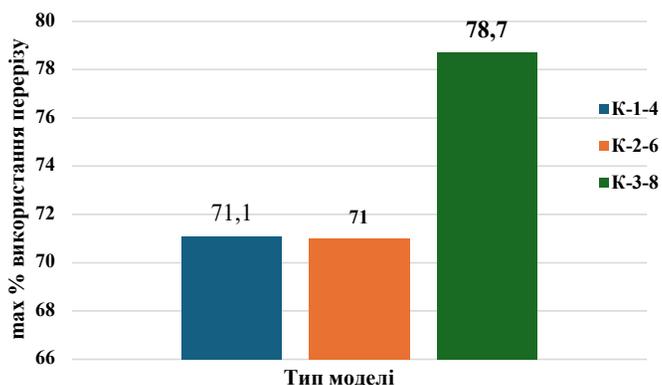
Максимальне використання перерізу (%) після 1-ї ітерації

Назва конструктивної групи стержнів	Модель куполу		
	K-1-4	K-2-6	K-3-8
Поле оболонки	26,4	21,3	27,2
Опорний контур	71,1	71	78,7
Затяжка	521	623	420
Колони	287	671	347
В'язі		1,8	3,9

Максимальне використання перерізу (%) після 1-ї ітерації в стержнях поля оболонки



Опірний контур



Найбільше використання несучої здатності елементів спостерігається:

-в затяжках — до 623 %,

-в колонах — до 671 % (модель K-2-6).

Ці елементи потребують підсилення або корекції перерізів. Елементи поля оболонки та опорного кільця працюють з незначним запасом (20–80 % від несучої здатності), що є допустимим для нормальної роботи конструкції. Моделі K-1-4 і K-3-8 демонструють рівномірнішу роботу перерізів у порівнянні з K-2-6.

Таблиця 1. Підбір елементів **поля оболонки** після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжин на стержнів, м	Вага, т
К-1-4	С 245	Гн[] 350x300x12	0,113	1703,27	192,4695
К-2-6	С 245	Гн[] 250x250x11,5	0,087	1722	149,814
К-3-8	С245	Гн[] 300x200x9,5	0,070	1750	122,5

Таблиця 3. Підбір елементів **опірною контуру** оболонки після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина стержнів, м	Вага, т
К-1-4	Ст2 сп	ТБ 251x9,5	0,0566	84,9	4,80534
К-2-6	Ст2 сп	ТБ 219x19	0,0882	90	7,938
К-3-8	Ст2 сп	ТБ 299x8,5	0,0612	92	5,6304

Таблиця 2. Підбір елементів **опірною контуру** оболонки після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжин а стержнів, м	Вага, т
К-1-4	С245	ТЕ 102x4	0.00966	97,8	0,944748
К-2-6	Ст2сп	ТЕ 159x6	0.0226	101,8	2,30068
К-3-8	С245	ТЕ 168x5,5	0.0220	106,73	2,34806

Таблиця 4. Підбір елементів **опірною контуру** оболонки після ітераційного розрахунку №1

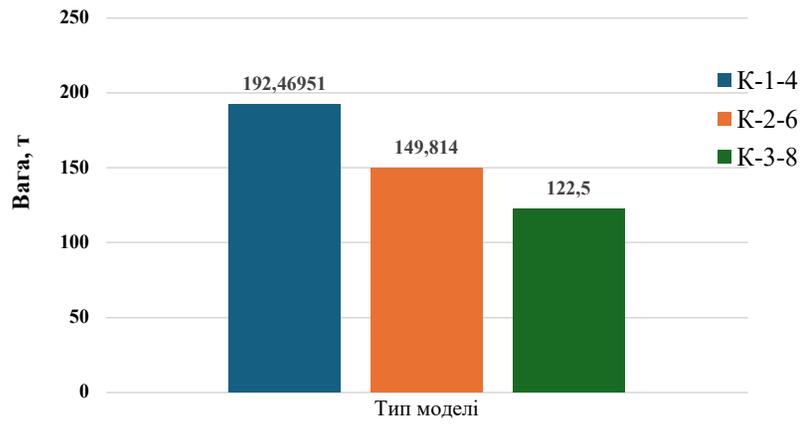
Підбір елементів **колон** після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина стержнів, м	Вага, т
К-1-4	Ст2сп	ТБ 550x75	0,878	28	24,584
К-2-6	С235/С235	2--210*18 пояс --170x6 стінка	0.0692	14	0,9688
		2--240*20 пояс --390x16 стінка	0.1468	14	2,0552
		2--210*18 пояс --440x18 стінка	0.1418	14	1,9852
		Всього:5,0			
К-3-8	С235/С235	2--210x8 пояс --170x6 стінка	0,03438	56	1,93

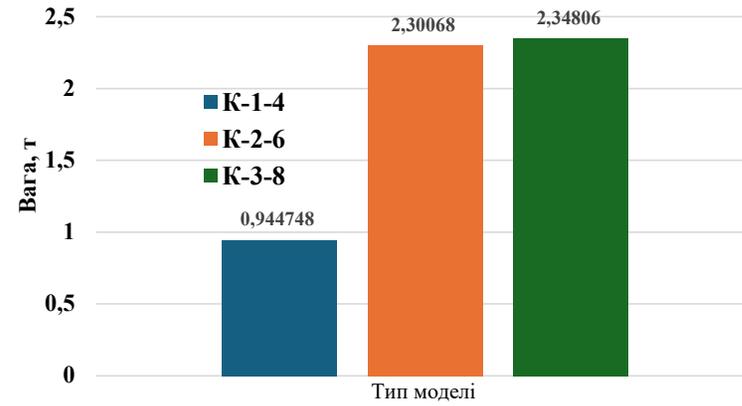
Підбір елементів **в'язей** після ітераційного розрахунку №1

№ схеми	Сталь	Профіль	Вага 1м.п. профілю, т	Довжина на стержнів поясу, м	Вага, т
К-1-4	-	-	-	-	-
К-2-6	С245	2L 25x4	0,00289	184,7	0,533783
К-3-8	С245	2L 30x4	0,00352	217,3	0,764896

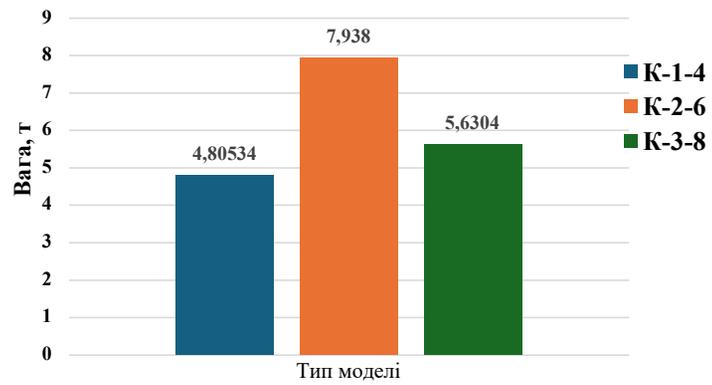
Вага поля оболонки



Вага опірної контури



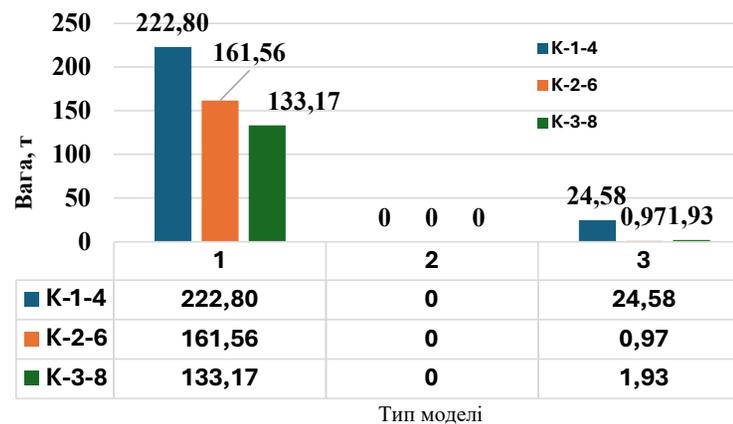
Вага зтяжки



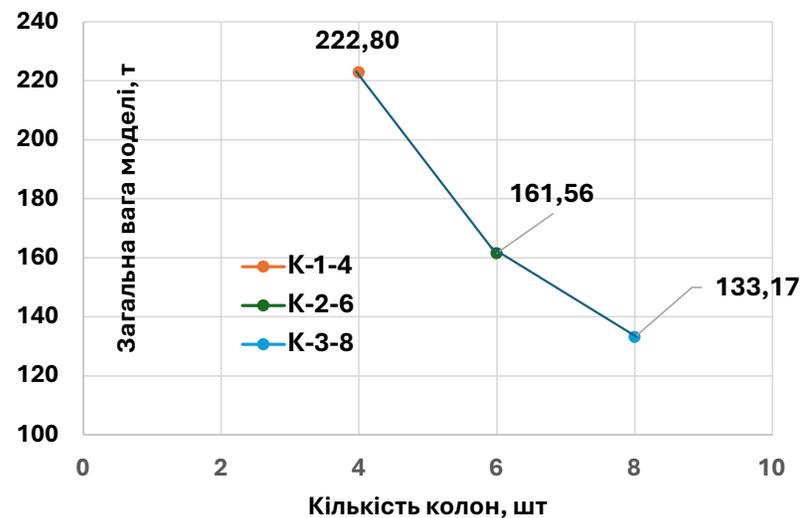
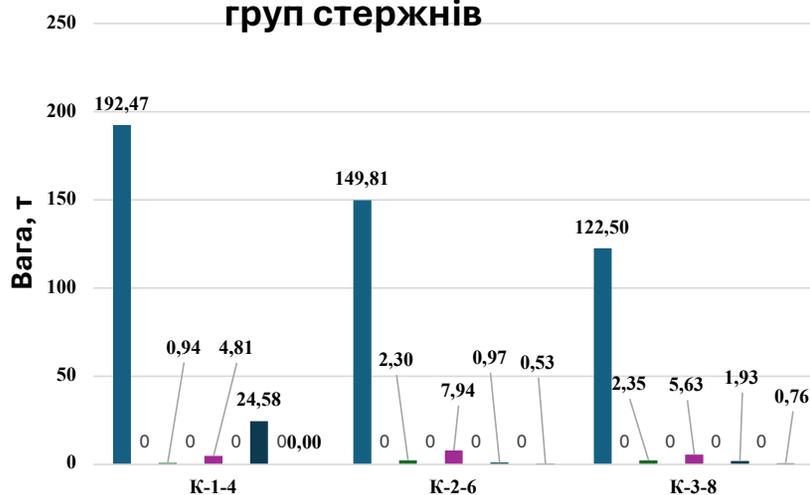
Підрахунок загальної ваги моделей

Назва конструктивної групи елементів	Вага, т		
	Назва моделі		
	К-1-4	К-2-6	К-3-8
Поле оболонки	192,47	149,81	122,50
Опірний контур	0,94	2,30	2,35
Затяжки	4,81	7,94	5,63
Колони	24,58	0,97	1,93
В'язі	0,00	0,53	0,76
Всього:	222,80	161,56	133,17

Вага моделей



Підрахунок ваги конструктивних груп стержнів



Висновки

1. Усі досліджувані моделі мають достатній запас стійкості ($n > 1$).
 2. Найвищу стійкість при власній вазі має **К-3-8** ($n = 26,49$) завдяки більшій кількості хвиль.
 3. Під дією повних навантажень найефективніша **К-2-6** ($n = 6,8$) через оптимальні геометричні параметри.
 4. Моделі **К-2-6** і **К-3-8** демонструють стабільну роботу при різних навантаженнях ($n \approx 5-7$).
 5. Зі збільшенням кількості хвиль стискаючі зусилля зменшуються:
К-1-4: -529 т, К-2-6: -385 т, К-3-8: -199,8 т.
- В опорному контурі найбільші зусилля у **К-2-6**, найменші — у **К-3-8**. Розтяг у затяжках свідчить про їх активну участь у забезпеченні стійкості.

Висновки

- 6.** Усі моделі відповідають вимогам стійкості та жорсткості.
K-2-6 — оптимальна за поєднанням параметрів.
K-3-8 — найстійкіша, але складніша й матеріаломісткіша.
K-1-4 — найпростіша, проте потребує жорсткіших перерізів.
- 7.** Для куполів із 6–8 хвилями рекомендовано вертикальні зв'язки для підвищення жорсткості.
- 8.** Зі збільшенням кількості хвиль купол стає жорсткішим і легшим, а більша кількість колон зменшує прольоти та матеріалоемність. Поле оболонки формує понад **80% маси**, а модель **K-3-8** є найекономнішою — на **40% легша** за модель **K-1-4**.
- 9.** Підвищення кількості хвиль і колон покращує жорсткість і знижує вагу.
K-3-8 — оптимальна за співвідношенням «жорсткість—матеріалоемність».
Основний резерв удосконалення — **оптимізація поля оболонки**, яке визначає вагу всієї конструкції.